

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	9
2 Folgen und Reihen	10
2.1 Grundlagen	10
2.2 Arithmetische Folgen	12
2.3 Geometrische Folgen	14
2.4 Grenzwerte von Folgen	17
3 Funktionen	20
3.1 Begriff der Funktion	20
3.2 Graphen von Funktionen	22
3.3 Geraden (lineare Funktionen)	25
3.4 Parabeln zweiten Grades	27
3.5 Parabeln n-ter Ordnung/Ganzrationale Funktionen	30
3.6 Gebrochenrationale Funktionen	31
3.7 Wurzelfunktionen	31
3.8 Umkehrfunktionen	33
3.9 Exponentialfunktion und Logarithmus	36
3.9.1 Exponentialfunktion	36
3.9.2 Darstellung des Taschenrechners für sehr große und sehr kleine Zahlen	38
3.9.3 Rechenregeln für Exponenten	38
3.9.4 Umkehrfunktion zur Exponentialfunktion	39
3.9.5 Rechenregeln für Logarithmen	42
3.10 Trigonometrische Funktionen	43
3.10.1 Die Sinusfunktion	43
3.10.2 Winkelmaße - Bogenmaß(rad) und Gradmaß(deg)	43
3.10.3 Cosinus und Tangens	44
3.10.4 Trigonometrische Umkehrfunktionen	46

4 Grenzwerte von Funktionen	47
4.1 Grenzwerte für x gegen unendlich	47
4.2 Grenzwerte gegen eine reelle Zahl	48
4.3 Übungsaufgaben	53
5 Steigung von Funktionen	55
5.1 Grundlagen	55
5.2 Ableitungen verschiedener Funktionen	60
5.2.1 Ableitung für Potenzen von x	60
5.2.2 Ableitungen mit Faktoren	62
5.2.3 Ableitungen für Trigonometrische Funktionen	63
5.2.4 Ableitungen von Exponentialfunktionen	64
5.2.5 Ableitung von Umkehrfunktionen	65
5.3 Ableitungen von verknüpften Funktionen	68
5.3.1 Ableitungen von Summen und Differenzen	68
5.3.2 Kettenregel	69
5.3.3 Produktregel	72
5.3.4 Quotientenregel	74
5.4 Ableitungsübersicht	75
5.5 Ableitungsübungen	76
5.6 Tangenten an Funktionen	79
5.7 Konkave und konvexe Funktionen	82
5.8 Newton-Verfahren	84
5.8.1 Grundlagen	84
5.8.2 Berechnung von Nullstellen	86
5.8.3 Konvergenz des Newton-Verfahrens	89
5.9 Mittelwertsatz	91
5.10 Regel von de l' Hospital zur Bestimmung von Grenzwerten	92
5.10.1 Grundlagen	92
5.10.2 Schema zur Regel von de l' Hospital	94
5.10.3 Übungsaufgaben	95

6 Kurvendiskussion	97
6.1 Einführung	97
6.2 Monotonie	98
6.3 Stetige und unstetige Funktionen	99
6.4 Symmetrie von Funktionen	100
6.5 Nullstellen von Funktionen	104
6.6 Bestimmung von Hoch-, Tief- und Sattelpunkten	106
6.6.1 Notwendige Bedingung	106
6.6.2 Hinreichende Bedingung für Hoch- und Tiefpunkte	107
6.6.3 Beispiel zur Berechnung von Hoch- und Tiefpunkten	110
6.6.4 Sattelpunkte	112
6.6.5 Schema zur Bestimmung von Extremwerten	115
6.6.6 Randextrema und absolute Extrema	116
6.7 Wendepunkte	119
6.7.1 Grundlagen	119
6.7.2 Beispielaufgabe zu Wendepunkten	121
6.7.3 Schema zur Bestimmung von Wendepunkten	122
6.7.4 Weitere Zusammenhänge	125
6.8 Wertemengen von Funktionen	126
6.9 Kurvendiskussion für eine ganzrationale Funktion	129
6.9.1 Definitionsbereich	129
6.9.2 Symmetrie	129
6.9.3 Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen	130
6.9.4 Extremwerte	132
6.9.5 Wendepunkte	134
6.9.6 Zeichnung	135
6.9.7 Wertemenge	135
6.10 Besonderheiten bei gebrochenrationalen Funktionen	136
6.10.1 Beispielaufgabe	136
6.10.2 Zusammenfassung der Besonderheiten bei gebrochenrationalen Funktionen	144
6.11 Besonderheiten bei streng monotonen Funktionen	147
6.12 Schema zur Kurvendiskussion	149
6.13 Weitere Aufgaben zur Kurvendiskussion	151

7 Weitere Aufgabentypen zur Differentialrechnung	158
7.1 Bestimmung von Funktionsgleichungen	158
7.1.1 Einführung	158
7.1.2 Schema zur Bestimmung von Funktionsgleichungen	160
7.1.3 Übungsaufgaben	161
7.2 Extremwerte mit Nebenbedingungen	164
7.2.1 Einführung	164
7.2.2 Schema für Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen	167
7.2.3 Übungsaufgaben	168
7.3 Schnittpunkte von Funktionen	174
8 Integralrechnung	176
8.1 Grundlagen	176
8.2 Berechnung von Integralen	179
8.3 Bestimmtes Integral	180
8.4 Flächenberechnung	182
8.5 Bestimmung von einfachen Integralen	184
8.5.1 Einfache Stammfunktionen	184
8.5.2 Integrale von Funktionen, die addiert oder mit Konstanten multipliziert werden	187
8.5.3 Einfache verkettete Funktionen	188
8.6 Komplexere Integrationsmethoden	189
8.6.1 Substitutionsregel	189
8.6.1.1 Grundlagen	189
8.6.1.2 Substitution als Umkehrung der Kettenregel	191
8.6.1.3 Substitution zur Umformung des Integrals	193
8.6.1.4 Substitution bei bestimmten Integralen	195
8.6.1.5 Schema zur Integration mittels Substitution	197
8.6.2 Partielle Integration	198
8.6.3 Partialbruchzerlegung	200
8.6.3.1 Grundlagen	200
8.6.3.2 Weitere Zusammenhänge	203
8.6.3.3 Schema zur Partialbruchzerlegung	209
8.7 Tabelle wichtiger Stammfunktionen	214
8.8 Integralfunktionen	217
8.9 Uneigentliche Integrale	217

8.10 Berechnung von Summen mittels Integralen	220
8.11 Rotationskörper	221
8.12 Übungsaufgaben	222
9 Anhang	226
9.1 Lösungen von Gleichungen	226
9.1.1 Lineare Gleichungen	226
9.1.2 Quadratische Gleichungen	227
9.1.2.1 Quadratische Ergänzung	227
9.1.2.2 pq-Formel	228
9.1.2.3 Weitere Zusammenhänge	229
9.1.3 Homogene Gleichungen höherer Ordnung	230
9.1.4 Inhomogene Gleichungen höherer Ordnung	230
9.1.5 Gleichungen mit Quotienten	232
9.1.6 Komplexere Gleichungen	232
9.1.7 Gleichungssysteme	234
9.1.7.1 Lineare Gleichungssysteme	234
9.1.7.2 Nichtlineare Gleichungssysteme	236
9.1.8 Ungleichungen	237
9.2 Bruchrechnen	239
9.3 Grundlegende Rechenregeln	242
9.3.1 Wurzeln und Potenzen	242
9.3.2 Multiplizieren von Klammern	242
9.4 Typische Fehler	243
9.5 Formeln	244
9.5.1 Bruchrechnen	244
9.5.2 Rechnen mit Exponenten	244
9.5.3 Logarithmen	245
9.5.4 Trigonometrische Funktionen	245
9.5.5 Wichtige Identitäten	245
9.5.6 Ableitungsübersicht	246
9.5.7 Ableitungsregeln	247
9.5.8 Integrationsregeln	247
9.5.9 Tabelle wichtiger Stammfunktionen	248
9.6 Mathematische Zeichen	249
9.7 Griechisches Alphabet	251
Stichwortverzeichnis	253