

# Inhaltsverzeichnis

---

## Teil I Grundlagen

---

<b>1</b>	<b>Zahlenmengen und einige mathematische Symbole</b>	3
1.1	Vorbemerkung	3
1.2	Zahlenmengen	4
1.3	Summenzeichen	5
1.4	Produktzeichen	8
1.5	Anwendung in Scilab	9
1.6	Fazit	10
<b>2</b>	<b>Besondere mathematische Funktionen</b>	11
2.1	Vorbemerkung	11
2.2	Betragsfunktion	12
2.3	Ganzzahlfunktion	12
2.4	Potenzen und Wurzeln	13
2.5	Exponentialfunktionen	15
2.6	Logarithmen	18
2.7	Anwendung in Scilab	21
2.8	Fazit	21
<b>3</b>	<b>Kombinatorik</b>	23
3.1	Vorbemerkung	23
3.2	Fakultät und Binomialkoeffizient	24
3.2.1	Fakultät	24
3.2.2	Binomialkoeffizient	24
3.2.3	Definition des Binomialkoeffizienten in Scilab	26
3.3	Permutation	26
3.3.1	Permutation ohne Wiederholung	26
3.3.2	Permutation mit Wiederholung	27
3.4	Variation	28
3.4.1	Variation ohne Wiederholung	28

3.4.2	Variation mit Wiederholung .....	29
3.5	Kombination .....	29
3.5.1	Kombination ohne Wiederholung .....	30
3.5.2	Kombination mit Wiederholung .....	30
3.6	Fazit .....	33

**Teil II Lineare Algebra**

<b>4</b>	<b>Vektoren</b> .....	37
4.1	Vorbemerkung .....	37
4.2	Eigenschaften von Vektoren .....	38
4.3	Operationen mit Vektoren .....	39
4.3.1	Addition (Subtraktion) von Vektoren .....	40
4.3.2	Skalares Vielfaches eines Vektors .....	40
4.4	Geometrische Darstellung von Vektoren .....	40
4.5	Linearkombinationen und lineare Abhängigkeit von Vektoren .....	41
4.6	Linear unabhängige Vektoren und Basisvektoren .....	42
4.7	Skalarprodukt (inneres Produkt) .....	44
4.8	Anwendung von Scilab .....	47
4.9	Fazit .....	48
<b>5</b>	<b>Matrizen</b> .....	49
5.1	Vorbemerkung .....	49
5.2	Einfache Matrizen .....	49
5.3	Spezielle Matrizen .....	50
5.4	Operationen mit Matrizen .....	51
5.4.1	Addition (Subtraktion) von Matrizen .....	51
5.4.2	Multiplikation einer Matrix mit einem skalaren Faktor .....	52
5.4.3	Multiplikation von Matrizen .....	52
5.5	Ökonomische Anwendung .....	53
5.6	Anwendung von Scilab .....	57
5.7	Fazit .....	58
<b>6</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme</b> .....	59
6.1	Vorbemerkung .....	59
6.2	Inhomogene lineare Gleichungssysteme .....	60
6.2.1	Lösung eines inhomogenen Gleichungssystems .....	61
6.2.2	Linear abhängige Gleichungen im Gleichungssystem .....	63
6.2.3	Lösen eines Gleichungssystems mit dem Gauß-Algorithmus .....	65
6.2.4	Lösen eines Gleichungssystems mit Scilab .....	70
6.3	Rang einer Matrix .....	71
6.4	Inverse einer Matrix .....	73
6.5	Ökonomische Anwendung: Input-Output-Analyse .....	75
6.6	Determinante einer Matrix .....	84

6.6.1	Berechnung von Determinanten .....	85
6.6.2	Einige Eigenschaften von Determinanten .....	89
6.6.3	Berechnung von Determinanten in Scilab .....	89
6.7	Homogene Gleichungssysteme.....	89
6.7.1	Eigenwerte .....	90
6.7.2	Eigenvektoren .....	91
6.7.3	Einige Eigenschaften von Eigenwerten .....	91
6.7.4	Ähnliche Matrizen .....	92
6.7.5	Berechnung von Eigenwerten und Eigenvektoren mit Scilab.....	93
6.8	Fazit .....	94
<b>7</b>	<b>Lineare Optimierung .....</b>	<b>95</b>
7.1	Vorbemerkung .....	95
7.2	Formulierung der Grundaufgabe .....	96
7.3	Grafische Maximierung .....	99
7.4	Matrix-Formulierung der linearen Optimierung .....	99
7.5	Simplex-Methode für die Maximierung .....	101
7.6	Interpretation des Simplex-Endtableaus .....	105
7.7	Sonderfälle im Simplex-Algorithmus .....	105
7.7.1	Unbeschränkte Lösung .....	105
7.7.2	Mehrdeutige Lösung .....	105
7.7.3	Degeneration .....	106
7.8	Erweiterungen des Simplex-Algorithmus .....	107
7.8.1	Berücksichtigung von Größer-gleich-Beschränkungen .....	107
7.8.2	Berücksichtigung von Gleichungen .....	109
7.9	Ein Minimierungsproblem .....	111
7.10	Grafische Minimierung .....	112
7.11	Simplex-Methode für die Minimierung .....	112
7.12	Dualitätstheorem der linearen Optimierung .....	115
7.13	Lineare Optimierung mit Scilab .....	116
7.14	Fazit .....	117

---

### Teil III Analysis

---

<b>8</b>	<b>Funktionen mit einer Variablen .....</b>	<b>121</b>
8.1	Vorbemerkung .....	121
8.2	Funktionsbegriff .....	122
8.3	Rationale Funktionen .....	125
8.3.1	Partialdivision und Linearfaktorzerlegung .....	127
8.3.2	Regula falsi .....	128
8.3.3	Nullstellenberechnung mit Scilab .....	131
8.4	Gebrochen-rationale Funktionen .....	132
8.5	Folgen .....	135

## XII Inhaltsverzeichnis

8.5.1	Arithmetische Folge .....	136
8.5.2	Geometrische Folge .....	136
8.6	Reihen .....	137
8.6.1	Arithmetische Reihe .....	137
8.6.2	Geometrische Reihe .....	139
8.7	Fazit .....	140
<b>9</b>	<b>Grundlagen der Finanzmathematik .....</b>	<b>141</b>
9.1	Vorbemerkung .....	142
9.2	Tageszählkonventionen .....	143
9.3	Lineare Zinsrechnung .....	144
9.4	Exponentielle Verzinsung .....	144
9.4.1	Nachschüssige exponentielle Verzinsung .....	145
9.4.2	Vorschüssige exponentielle Verzinsung .....	146
9.4.3	Gemischte Verzinsung .....	148
9.4.4	Unterjährige periodische Verzinsung .....	148
9.5	Rentenrechnung .....	153
9.5.1	Ratenzahlungen bei linearer Verzinsung .....	154
9.5.2	Vorschüssige Rente bei exponentieller Verzinsung .....	154
9.5.3	Renditeberechnung in Scilab .....	159
9.5.4	Nachschüssige Rente bei exponentieller Verzinsung .....	159
9.6	Besondere Renten .....	167
9.6.1	Wachsende Rente .....	167
9.6.2	Ewige Rente .....	168
9.7	Kurs- und Renditeberechnung eines Wertpapiers .....	169
9.7.1	Kursberechnung .....	169
9.7.2	Renditeberechnung .....	173
9.7.3	Zinsstruktur .....	175
9.7.4	Barwertberechnung bei nicht-flacher Zinsstruktur .....	176
9.7.5	Duration .....	180
9.8	Annuitätenrechnung .....	184
9.8.1	Annuität .....	184
9.8.2	Restschuld .....	186
9.8.3	Tilgungsrate .....	186
9.8.4	Tilgungsplan .....	187
9.8.5	Anfänglicher Tilgungssatz .....	188
9.8.6	Effektiver Kreditzinssatz .....	190
9.8.7	Mittlere Kreditlaufzeit .....	196
9.9	Investitionsrechnung .....	199
9.9.1	Kapitalwertmethode .....	199
9.9.2	Methode des internen Zinssatzes .....	201
9.9.3	Probleme der Investitionsrechnung .....	202
9.10	Fazit .....	206

<b>10 Differentialrechnung für Funktionen mit einer Variable</b>	209
10.1 Vorbemerkung	210
10.2 Grenzwert und Stetigkeit einer Funktion	210
10.3 Differentialquotient	212
10.3.1 Ableitung einer Potenzfunktion	214
10.3.2 Ableitung der Exponentialfunktion	214
10.3.3 Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion	215
10.3.4 Ableitung der Sinus- und Kosinusfunktion	216
10.4 Differentiation von verknüpften Funktionen	216
10.4.1 Konstant-Faktor-Regel	216
10.4.2 Summenregel	216
10.4.3 Produktregel	217
10.4.4 Quotientenregel	218
10.4.5 Kettenregel	218
10.5 Ergänzende Differentiationstechniken	220
10.5.1 Ableitung der Umkehrfunktion	220
10.5.2 Ableitung einer logarithmierten Funktion	221
10.5.3 Ableitung der Exponentialfunktion zur Basis $a$	221
10.5.4 Ableitung der Logarithmusfunktion zur Basis $a$	222
10.6 Höhere Ableitungen und Extremwerte	223
10.7 Newton-Verfahren	227
10.8 Ökonomische Anwendung	229
10.8.1 Ertragsfunktion	229
10.8.2 Beziehung zwischen Grenzerlös und Preis	231
10.8.3 Kostenfunktion	233
10.8.4 Individuelle Angebotsplanung unter vollkommener Konkurrenz	236
10.8.5 Angebotsverhalten eines Monopolisten	239
10.8.6 Elastizitäten	242
10.9 Fazit	247
<b>11 Funktionen und Differentialrechnung mit zwei Variablen</b>	249
11.1 Vorbemerkung	249
11.2 Funktionen mit zwei Variablen	250
11.2.1 Isoquanten	251
11.2.2 Nullstellen	251
11.3 Differenzieren von Funktionen mit zwei Variablen	252
11.3.1 Partielles Differential	252
11.3.2 Partielles Differential höherer Ordnung	253
11.3.3 Totales Differential	254
11.3.4 Differentiation impliziter Funktionen	255
11.3.5 Ökonomische Anwendungen	255
11.4 Extremwertbestimmung	258
11.5 Extremwertbestimmung unter Nebenbedingung	262
11.5.1 Interpretation des Lagrange-Multiplikators	266

## XIV Inhaltsverzeichnis

11.5.2	Hinreichende Bedingung für ein Maximum bzw. Minimum	267
11.5.3	Ökonomische Anwendung: Minimalkostenkombination ..	270
11.5.4	Ökonomische Anwendung: Portfolio-Theorie nach Markowitz .....	273
11.6	Fazit .....	292
<b>12</b>	<b>Grundlagen der Integralrechnung .....</b>	<b>293</b>
12.1	Vorbemerkung .....	293
12.2	Das unbestimmte Integral .....	294
12.2.1	Integrale für elementare Funktionen .....	295
12.2.2	Integrationsregeln .....	296
12.2.3	Ökonomische Anwendung .....	303
12.3	Das bestimmte Integral .....	304
12.3.1	Hauptsatz der Integralrechnung .....	305
12.3.2	Eigenschaften bestimmter Integrale .....	306
12.3.3	Beispiele für bestimmte Integrale .....	309
12.3.4	Ökonomische Anwendung .....	309
12.3.5	Integralberechnung mit Scilab .....	310
12.4	Uneigentliche Integrale .....	311
12.4.1	Ökonomische Anwendung .....	312
12.4.2	Statistische Anwendung .....	312
12.5	Fazit .....	313

---

## Teil IV Anhang

---

<b>Eine kurze Einführung in Scilab .....</b>	<b>317</b>
<b>Lösungen zu den Übungen .....</b>	<b>321</b>
<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>347</b>
<b>Sachverzeichnis .....</b>	<b>349</b>