

Inhaltsverzeichnis

Teil I Grundlagen

1	Zahlenmengen und einige mathematische Symbole	3
1.1	Vorbemerkung	3
1.2	Zahlenmengen	4
1.3	Summenzeichen	5
1.4	Produktzeichen	8
1.5	Anwendung in Scilab	9
1.6	Fazit	10
2	Besondere mathematische Funktionen	11
2.1	Vorbemerkung	11
2.2	Betragsfunktion	12
2.3	Ganzzahlfunktion	12
2.4	Potenzen und Wurzeln	13
2.5	Exponentialfunktionen	15
2.6	Logarithmen	18
2.7	Anwendung in Scilab	21
2.8	Fazit	21
3	Kombinatorik	23
3.1	Vorbemerkung	23
3.2	Fakultät und Binomialkoeffizient	24
3.2.1	Fakultät	24
3.2.2	Binomialkoeffizient	24
3.2.3	Definition des Binomialkoeffizienten in Scilab	26
3.3	Permutation	26
3.3.1	Permutation ohne Wiederholung	26
3.3.2	Permutation mit Wiederholung	27
3.4	Variation	28
3.4.1	Variation ohne Wiederholung	28

3.4.2	Variation mit Wiederholung	29
3.5	Kombination	29
3.5.1	Kombination ohne Wiederholung	30
3.5.2	Kombination mit Wiederholung	30
3.6	Fazit	33

Teil II Lineare Algebra

4	Vektoren	37
4.1	Vorbemerkung	37
4.2	Eigenschaften von Vektoren	38
4.3	Operationen mit Vektoren	39
4.3.1	Addition (Subtraktion) von Vektoren	40
4.3.2	Skalares Vielfaches eines Vektors	40
4.4	Geometrische Darstellung von Vektoren	40
4.5	Linearkombinationen und lineare Abhängigkeit von Vektoren	41
4.6	Linear unabhängige Vektoren und Basisvektoren	42
4.7	Skalarprodukt (inneres Produkt)	44
4.8	Anwendung von Scilab	47
4.9	Fazit	48
5	Matrizen	49
5.1	Vorbemerkung	49
5.2	Einfache Matrizen	49
5.3	Spezielle Matrizen	50
5.4	Operationen mit Matrizen	51
5.4.1	Addition (Subtraktion) von Matrizen	51
5.4.2	Multiplikation einer Matrix mit einem skalaren Faktor ...	52
5.4.3	Multiplikation von Matrizen	52
5.5	Ökonomische Anwendung	53
5.6	Anwendung von Scilab	57
5.7	Fazit	58
6	Lineare Gleichungssysteme	59
6.1	Vorbemerkung	59
6.2	Inhomogene lineare Gleichungssysteme	60
6.2.1	Lösung eines inhomogenen Gleichungssystems	61
6.2.2	Linear abhängige Gleichungen im Gleichungssystem	63
6.2.3	Lösen eines Gleichungssystems mit dem Gauß-Algorithmus	65
6.2.4	Lösen eines Gleichungssystems mit Scilab	70
6.3	Rang einer Matrix	71
6.4	Inverse einer Matrix	73
6.5	Ökonomische Anwendung: Input-Output-Analyse	75
6.6	Determinante einer Matrix	84

6.6.1	Berechnung von Determinanten	85
6.6.2	Einige Eigenschaften von Determinanten	89
6.6.3	Berechnung von Determinanten in Scilab	89
6.7	Homogene Gleichungssysteme	89
6.7.1	Eigenwerte	90
6.7.2	Eigenvektoren	91
6.7.3	Einige Eigenschaften von Eigenwerten	91
6.7.4	Ähnliche Matrizen	92
6.7.5	Berechnung von Eigenwerten und Eigenvektoren mit Scilab	93
6.8	Fazit	94
7	Lineare Optimierung	95
7.1	Vorbemerkung	95
7.2	Formulierung der Grundaufgabe	96
7.3	Grafische Maximierung	99
7.4	Matrix-Formulierung der linearen Optimierung	99
7.5	Simplex-Methode für die Maximierung	101
7.6	Interpretation des Simplex-Endtableaus	105
7.7	Sonderfälle im Simplex-Algorithmus	105
7.7.1	Unbeschränkte Lösung	105
7.7.2	Mehrdeutige Lösung	105
7.7.3	Degeneration	106
7.8	Erweiterungen des Simplex-Algorithmus	107
7.8.1	Berücksichtigung von Größer-gleich-Beschränkungen....	107
7.8.2	Berücksichtigung von Gleichungen	109
7.9	Ein Minimierungsproblem	111
7.10	Grafische Minimierung	112
7.11	Simplex-Methode für die Minimierung	112
7.12	Dualitätstheorem der linearen Optimierung	115
7.13	Lineare Optimierung mit Scilab	116
7.14	Fazit	117

Teil III Analysis

8	Funktionen mit einer Variablen	121
8.1	Vorbemerkung	121
8.2	Funktionsbegriff	122
8.3	Rationale Funktionen	125
8.3.1	Partialdivision und Linearfaktorzerlegung	127
8.3.2	Regula falsi	128
8.3.3	Nullstellenberechnung mit Scilab	131
8.4	Gebrochen-rationale Funktionen	132
8.5	Folgen	135

8.5.1	Arithmetische Folge	136
8.5.2	Geometrische Folge	136
8.6	Reihen	137
8.6.1	Arithmetische Reihe	137
8.6.2	Geometrische Reihe	139
8.7	Fazit	140
9	Grundlagen der Finanzmathematik	141
9.1	Vorbemerkung	142
9.2	Tageszählkonventionen	143
9.3	Lineare Zinsrechnung	144
9.4	Exponentielle Verzinsung	144
9.4.1	Nachschüssige exponentielle Verzinsung	145
9.4.2	Vorschüssige exponentielle Verzinsung	146
9.4.3	Gemischte Verzinsung	148
9.4.4	Unterjährige periodische Verzinsung	148
9.5	Rentenrechnung	153
9.5.1	Ratenzahlungen bei linearer Verzinsung	154
9.5.2	Vorschüssige Rente bei exponentieller Verzinsung	154
9.5.3	Renditeberechnung in Scilab	159
9.5.4	Nachschüssige Rente bei exponentieller Verzinsung	159
9.6	Besondere Renten	167
9.6.1	Wachsende Rente	167
9.6.2	Ewige Rente	168
9.7	Kurs- und Renditeberechnung eines Wertpapiers	169
9.7.1	Kursberechnung	169
9.7.2	Renditeberechnung	173
9.7.3	Zinsstruktur	175
9.7.4	Barwertberechnung bei nicht-flacher Zinsstruktur	176
9.7.5	Duration	180
9.8	Annuitätenrechnung	184
9.8.1	Annuität	184
9.8.2	Restschuld	186
9.8.3	Tilgungsrate	186
9.8.4	Tilgungsplan	187
9.8.5	Anfänglicher Tilgungssatz	188
9.8.6	Effektiver Kreditzinssatz	190
9.8.7	Mittlere Kreditlaufzeit	196
9.9	Investitionsrechnung	199
9.9.1	Kapitalwertmethode	199
9.9.2	Methode des internen Zinssatzes	201
9.9.3	Probleme der Investitionsrechnung	202
9.10	Fazit	206

10	Differentialrechnung für Funktionen mit einer Variable	209
10.1	Vorbemerkung	210
10.2	Grenzwert und Stetigkeit einer Funktion	210
10.3	Differentialquotient	212
10.3.1	Ableitung einer Potenzfunktion	214
10.3.2	Ableitung der Exponentialfunktion	214
10.3.3	Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion	215
10.3.4	Ableitung der Sinus- und Kosinusfunktion	216
10.4	Differentiation von verknüpften Funktionen	216
10.4.1	Konstant-Faktor-Regel	216
10.4.2	Summenregel	216
10.4.3	Produktregel	217
10.4.4	Quotientenregel	218
10.4.5	Kettenregel	218
10.5	Ergänzende Differentiationstechniken	220
10.5.1	Ableitung der Umkehrfunktion	220
10.5.2	Ableitung einer logarithmierten Funktion	221
10.5.3	Ableitung der Exponentialfunktion zur Basis a	221
10.5.4	Ableitung der Logarithmusfunktion zur Basis a	222
10.6	Höhere Ableitungen und Extremwerte	223
10.7	Newton-Verfahren	227
10.8	Ökonomische Anwendung	229
10.8.1	Ertragsfunktion	229
10.8.2	Beziehung zwischen Grenzerlös und Preis	231
10.8.3	Kostenfunktion	233
10.8.4	Individuelle Angebotsplanung unter vollkommener Konkurrenz	236
10.8.5	Angebotsverhalten eines Monopolisten	239
10.8.6	Elastizitäten	242
10.9	Fazit	247
11	Funktionen und Differentialrechnung mit zwei Variablen	249
11.1	Vorbemerkung	249
11.2	Funktionen mit zwei Variablen	250
11.2.1	Isoquanten	251
11.2.2	Nullstellen	251
11.3	Differenzieren von Funktionen mit zwei Variablen	252
11.3.1	Partielles Differential	252
11.3.2	Partielles Differential höherer Ordnung	253
11.3.3	Totales Differential	254
11.3.4	Differentiation impliziter Funktionen	255
11.3.5	Ökonomische Anwendungen	255
11.4	Extremwertbestimmung	258
11.5	Extremwertbestimmung unter Nebenbedingung	262
11.5.1	Interpretation des Lagrange-Multiplikators	266

11.5.2	Hinreichende Bedingung für ein Maximum bzw. Minimum	267
11.5.3	Ökonomische Anwendung: Minimalkostenkombination ..	270
11.5.4	Ökonomische Anwendung: Portfolio-Theorie nach Markowitz	273
11.6	Fazit	292
12	Grundlagen der Integralrechnung	293
12.1	Vorbemerkung	293
12.2	Das unbestimmte Integral	294
12.2.1	Integrale für elementare Funktionen	295
12.2.2	Integrationsregeln	296
12.2.3	Ökonomische Anwendung	303
12.3	Das bestimmte Integral	304
12.3.1	Hauptsatz der Integralrechnung	305
12.3.2	Eigenschaften bestimmter Integrale	306
12.3.3	Beispiele für bestimmte Integrale	309
12.3.4	Ökonomische Anwendung	309
12.3.5	Integralberechnung mit Scilab	310
12.4	Uneigentliche Integrale	311
12.4.1	Ökonomische Anwendung	312
12.4.2	Statistische Anwendung	312
12.5	Fazit	313

Teil IV Anhang

Eine kurze Einführung in Scilab	317
Lösungen zu den Übungen	321
Literaturverzeichnis	347
Sachverzeichnis	349