

## Inhaltsverzeichnis

|                                                                  |           |
|------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1. Mengen</b>                                                 | <b>1</b>  |
| 1.1. Einleitung und elementare Begriffe                          | 1         |
| 1.2. Eigenschaften der Elemente und der Mengen                   | 2         |
| 1.3. Variable und Variablenbereiche                              | 3         |
| 1.4. Die Konstruktion von Mengen                                 | 4         |
| 1.5. Die Namen für Objekte und Mengen                            | 8         |
| 1.6. Die allgemeine Gleichheitsrelation                          | 9         |
| 1.7. Die Gleichheit                                              | 10        |
| 1.8. Übungen                                                     | 12        |
| <b>2. Weiteres über Mengen</b>                                   | <b>15</b> |
| 2.1. Untermengen und Obermengen. Die Inklusion                   | 15        |
| 2.2. Betrachtungen über die Gleichheit und die Inklusion         | 17        |
| 2.3. Der Gebrauch gewisser Mengen                                | 19        |
| 2.4. Die leere Menge und die Einermenge                          | 20        |
| 2.5. Disjunkte Mengen. Strikte Inklusion                         | 23        |
| 2.6. Geordnete Paare. Diskrete Mengen und kontinuierliche Mengen | 25        |
| 2.7. Cartesische Produkte                                        | 27        |
| 2.8. Übungen                                                     | 28        |
| <b>3. Operationen auf Mengen</b>                                 | <b>31</b> |
| 3.1. Allgemeines über die Mengenalgebra                          | 31        |
| 3.2. Der Durchschnitt von Mengen                                 | 31        |
| 3.3. Vereinigung von Mengen                                      | 35        |
| 3.4. Vermischte Operationen                                      | 38        |
| 3.5. Das Komplement einer Menge                                  | 41        |
| 3.6. Dualität                                                    | 44        |
| 3.7. Zusammengesetzte Mengen und ihre Komplemente                | 45        |
| 3.8. Übungen                                                     | 48        |
| <b>4. Relationen</b>                                             | <b>52</b> |
| 4.1. Gewöhnliche Relationen                                      | 52        |
| 4.2. Mathematische Relationen                                    | 54        |
| 4.3. Darstellung von Relationen in endlichen Mengen              | 56        |
| 4.4. Darstellung von Relationen in unendlichen Mengen            | 59        |
| 4.5. Komplementäre und inverse Relationen                        | 64        |
| 4.6. Mathematische Nomenklatur                                   | 66        |
| 4.7. Spezielle Arten von Relationen                              | 68        |
| 4.8. Erweiterung des Begriffes der Relation                      | 72        |
| 4.9. Übungen                                                     | 76        |
| <b>5. Funktionen</b>                                             | <b>80</b> |
| 5.1. Die Grundlagen des Funktionsbegriffes                       | 80        |
| 5.2. Verschiedene Betrachtungsweisen von Funktionen              | 86        |
| 5.3. Spezielle Typen von Funktionen                              | 87        |
| 5.4. Übungen                                                     | 91        |

|           |                                                                                           |            |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>6.</b> | <b>Über die mathematische Sprache</b>                                                     | <b>94</b>  |
| 6.1.      | Das Gespräch und der Satz                                                                 | 94         |
| 6.2.      | Modifikatoren und Bindewörter                                                             | 98         |
| 6.3.      | Allgemeingültige Aussagen                                                                 | 101        |
| 6.4.      | Quantoren                                                                                 | 105        |
| 6.5.      | Quantorenregeln                                                                           | 110        |
| 6.6.      | Absolute Variable und Substitution                                                        | 112        |
| 6.7.      | Übungen                                                                                   | 116        |
| <b>7.</b> | <b>Ein wenig Axiomatik</b>                                                                | <b>119</b> |
| 7.1.      | Die Ausdrücke eines mathematischen Systems                                                | 119        |
| 7.2.      | Primitive Ausdrücke                                                                       | 120        |
| 7.3.      | Definitionen                                                                              | 120        |
| 7.4.      | Postulate und Theoreme                                                                    | 122        |
| 7.5.      | Modelle eines mathematischen Systems                                                      | 124        |
| 7.6.      | Die Beweisregeln                                                                          | 125        |
| 7.7.      | Direkte und indirekte Beweise                                                             | 128        |
| 7.8.      | Deduktive Systeme                                                                         | 130        |
| 7.9.      | Übungen                                                                                   | 131        |
| <b>8.</b> | <b>Die kommutative Gruppe</b>                                                             | <b>133</b> |
| 8.1.      | Allgemeines über die Methode der Abstraktion                                              | 133        |
| 8.2.      | Anwendung auf die Konstruktion einer Gruppe. Das Abschlußpostulat                         | 136        |
| 8.3.      | Die Postulate der Assoziativität, Kommutativität und Identität                            | 137        |
| 8.4.      | Das Postulat des Inversen                                                                 | 139        |
| 8.5.      | Die Postulate und Theoreme der kommutativen Gruppe                                        | 140        |
| 8.6.      | Erweiterung der Theorie. Binäre Operationen.<br>Die Operation „Kreis“.                    | 146        |
| 8.7.      | Verschiedene Modelle der kommutativen Gruppe.<br>Symmetrische Differenz und direkte Summe | 149        |
| 8.8.      | Übungen                                                                                   | 158        |
|           | <b>Sachwortverzeichnis</b>                                                                | <b>162</b> |