

Table des matières

1 Rappels et compléments	1
1.1 Espaces L^p et espaces de Hölder	1
1.1.1 Espaces $L^p(\Omega)$	1
1.1.2 Espaces $L^p(a, b; X)$	2
1.1.3 Les espaces de Hölder	3
1.1.4 Ouverts réguliers	4
1.2 Quelques éléments de la théorie des distributions	5
1.2.1 Définitions	5
1.2.2 Produit de convolution	6
1.2.3 Transformée de Fourier	7
1.3 Espaces de Sobolev	9
1.3.1 Les espaces H^s	9
1.3.2 Les espaces $W^{m,p}$	11
1.3.3 Les espaces $H^k(a, b; X)$	13
1.3.4 Quelques formules d'intégration par parties	14
1.3.5 Espaces de type H_Δ	14
1.3.6 Inégalités de Poincaré	15
1.3.7 Dérivation tangentielle	16
1.4 Equations elliptiques	17
1.4.1 Régularité elliptique	17
1.4.2 Problème de transmission	19
1.4.3 Principe du maximum pour les solutions classiques	20
1.4.4 Principe du maximum et inégalité de Harnack pour les solutions variationnelles	21
1.4.5 Unicité du prolongement	22
1.4.6 Fonctions harmoniques sphériques et fonctions de Gegenbauer	23
1.5 Equations paraboliques	24
1.5.1 Régularité parabolique	24
1.5.2 Principe du maximum	28

1.5.3	Unicité du prolongement	30
1.5.4	Un petit aperçu de la théorie des semi-groupes	30
2	Problèmes inverses elliptiques	35
2.1	Détermination d'un potentiel dans l'équation de Schrödinger : construction de solutions "optique géométrique"	35
2.1.1	Solutions "optique géométrique" et densité des produits de solutions	35
2.1.2	Détermination du potentiel à partir de l'opérateur DN ..	42
2.1.3	Détermination du potentiel à partir d'un opérateur DN partiel	48
2.1.4	Une méthode directe de construction de solutions "optique géométrique"	51
2.1.5	Construction de solutions "optique géométrique" à l'aide d'une inégalité de Carleman	55
2.2	Un problème spectral inverse : un théorème de Borg-Levinson multidimensionnel	60
2.2.1	Unicité	60
2.2.2	Stabilité	66
2.2.3	Retour sur la stabilité du problème hyperbolique	74
2.2.4	Une extension	80
2.3	Détermination de la conductivité à la frontière : une méthode de solutions singulières	85
2.3.1	Construction de solutions singulières	85
2.3.2	Stabilité dans le détermination de la conductivité à la frontière	92
2.3.3	Une alternative aux solutions singulières	97
2.4	Détermination d'un coefficient frontière	106
2.4.1	Cas où le domaine est une couronne : une méthode de décomposition en série de Fourier	106
2.4.2	Cas d'un domaine rectangulaire : méthode fondée sur la transformée de Fourier	110
2.4.3	Cas d'un domaine quelconque régulier : une méthode d'inégalité de Carleman	119
2.5	Stabilité pour deux problèmes inverses géométriques : méthode utilisant la dérivation par rapport au domaine	124
2.5.1	Identification d'un sous-domaine	125
2.5.2	Un problème de conductivité inverse	130
2.6	Détection de fissures	138
2.6.1	Applications quasi-conformes, fonctions courant et points critiques géométriques	138
2.6.2	Stabilité de la détermination d'une fissure régulière ..	142
2.6.3	Points conductifs et points de capacité	152
2.6.4	Unicité de la détermination de fissures irrégulières	153

3 Problèmes inverses paraboliques	159
3.1 Identification d'un coefficient ou d'une nonlinéarité : méthodes fondées sur le principe du maximum	159
3.1.1 Identification d'un coefficient : existence	159
3.1.2 Unicité de la détermination d'un terme nonlinéaire	161
3.2 Détermination d'un coefficient ou d'une source : méthode d'inégalités de Carleman	163
3.2.1 Inégalité de Carleman	163
3.2.2 Inégalité d'observabilité pour l'équation de la chaleur	169
3.2.3 Stabilité de la détermination d'un terme source	170
3.2.4 Stabilité de la détermination d'un coefficient	174
3.3 Détermination d'une source singulière	177
3.4 Stabilité de la détermination d'une distribution initiale de la chaleur	183
3.5 Une conséquence de la version n-dimensionnelle du théorème de Borg-Levinson	187
3.6 Détermination d'un coefficient dépendant du temps : méthode fondée sur les solutions "optique géométrique"	192
3.6.1 Solutions "optique géométrique" et densité des produits de solutions	193
3.6.2 Un résultat d'unicité	196
3.6.3 Un résultat de stabilité	199
3.7 Stabilité de la détermination d'un terme semilinéaire	203
3.7.1 Minoration gaussienne pour la solution fondamentale	204
3.7.2 Démonstration des Théorèmes 3.33 et 3.34	211
Littérature	239
Index	247