

## State Variable Active Filter



Urs Wittwer

# STATE VARIABLE ACTIVE FILTER

© 2024 Urs Wittwer  
[www.altdorfkrimi.ch](http://www.altdorfkrimi.ch)

© 1977, 15. Oktober, Urs Wittwer, Ingenieurschule beider Basel  
Diplomarbeit Urs Wittwer, Abteilung Elektrotechnik  
Satz, Coverdesign, Illustrationen: Urs Wittwer, 6460 Altdorf  
Druck und Distribution im Auftrag des Autors:  
tredition GmbH, An der Strusbek 10, 22926 Ahrensburg, Deutschland.

ISBN 978-3-384-07483-6

Das Werk, einschliesslich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Für die Inhalte ist der Autor verantwortlich. Jede Verwertung ist ohne seine Zustimmung unzulässig. Die Publikation und Verbreitung erfolgen im Auftrag des Autors, zu erreichen unter: tredition GmbH, Abteilung «Impressumservice», An der Strusbek 10, 22926 Ahrensburg, Deutschland.

*Aktive Filter zeichnen sich dadurch aus, dass bei ihnen nur Widerstände, "Kondensatoren und aktive Bauelemente wie Operationsverstärker, aber keine Induktivitäten verwendet werden. Ihr Einsatz ist besonders in Anwendungsfällen gerechtfertigt, wo Spulen mechanisch zu gross und in der Herstellung teuer sind oder nicht in die moderne Gerätetechnologie passen. Durch entsprechende Beschaltung der Operationsverstärker lassen sich Tiefpässe (TP), Bandpässe (BP), Hochpässe (HP) und Bandsperren (BS) realisieren.*

*In der Aufgabenstellung zur Diplomarbeit 1977 stand unter anderem: «In der englischen Literatur ist neuerdings von einem sogenannten 'State Variable Active Filter' die Rede. Es handelt sich dabei um ein universelles aktives Filter (UAF) mit dem Hauptmerkmal, dass mit einem einzigen Filterbaustein sämtliche Filteranwendungen möglich sind.»*

*Dieses Buch behandelt anhand von theoretischen Untersuchungen und Dimensionierungsbeispielen den Aufbau und die Eigenschaften von «State Variable Active Filtern» bzw. «Universal Aktiv Filtern» (UAF).*

*Das Buch ist in vier Kapitel unterteilt. Im ersten Kapitel wird eine gegebene Schaltung theoretisch untersucht, wobei die entsprechende Theorie aufgebaut wird. Das zweite und dritte Kapitel befasst sich dann mit einer Verbesserung und Optimierung des Filters. Hierin liegt auch der wesentliche Teil dieses Buchs. Im letzten Kapitel wird die Möglichkeit aus einem State Variable Active Filter ein «Low Distortion»-Oszillator zu realisieren, diskutiert.*

*Im Anhang findet man zwei Beispiele zur Anwendung des State Variable Active Filter. Das Buch beruht auf der Diplomarbeit vom 15. Oktober 1977 von Urs Wittwer an der Ingenieurschule beider Basel, der heutigen Fachhochschule Nordwestschweiz.*

### ***In eigener Sache***

*Eigentlich wollte ich meine von Hand geschriebene Diplomarbeit lediglich als Eigenexemplar in Buchform drucken lassen. Meine Recherchen haben ergeben, dass es weder den Titel «State Variable Active Filter» noch den Titel «Universal Aktiv Filter», irgendwo als Buch zu kaufen gibt. So habe ich mich entschlossen die Diplomarbeit «State Variable Active Filter» in gekürzter, revidierter Form zu veröffentlichen. 1977 liegt zwar schon ein paar Jährchen zurück, aber eine Theorie veraltet selten, schliesslich hat das «Ohmsche Gesetz» aus dem Jahre 1825 immer noch Gültigkeit und wird es wohl bis in alle Ewigkeit haben.*

*Ich schrieb diese mit 5.8 benotete Diplomarbeit im frischen Alter von 24 Jahren. Im reiferen Alter von nun 70 Jahren habe ich noch einige wenige kleine Fehler entdeckt und korrigiert. Dass nun alles fehlerfrei ist, kann ich trotzdem nicht garantieren.*

*Nun hoffe ich, dass Sie liebe Leserin und Sie lieber Leser im Folgenden die eine oder andere interessante Anregung entdecken.*

*Urs Wittwer*



# Inhaltsverzeichnis

1.	Theoretische Untersuchung eines «State Variable Active Filter».....	9
1.1	Berechnung der einzelnen Stufen.....	9
1.1.1	Summierer OP <sub>1</sub> .....	10
1.1.2	Integrator OP <sub>2</sub> .....	11
1.1.3	Integrator OP <sub>3</sub> .....	11
1.3	Berechnung der Übertragungsfunktion .....	12
1.3.1	Konventionelle Methode .....	12
1.3.2	Berechnung durch Anwendung der Regelungstechnik .....	12
1.4	Berechnung von Eigenfrequenz und Güte bzw. Dämpfung der Filter .....	15
1.5	Diskussion .....	16
2.	Entwicklung eines State Variable Active Filters mit $\omega_0 \neq f(Q)$ .....	17
2.1	Herleitung der Übertragungsfunktionen.....	17
2.1.1	Tiefpassfunktion .....	19
2.1.2	Bandpassfunktion .....	19
2.1.3	Hochpassfunktion .....	19
2.1.4	Bandsperrfunktion .....	20
2.2	Berechnung der Eigenkreisfrequenz, Verstärkung und der Güte bzw. Dämpfung .....	21
2.2.1	Frequenz (Eigenfrequenz) .....	21
2.2.3	Güte .....	22
2.2.3	Verstärkung A .....	22
2.2.4	Zusammenfassung .....	22
2.3	Diskussion und Optimierung.....	23
2.3.1	Gleiche Verstärkung bei allen Filterarten.....	23
2.3.2	Proportionelle Einstellung der Verstärkung A .....	23
2.3.3	Proportionale Einstellung der Frequenz f <sub>0</sub> .....	23
2.3.4	Unabhängige Verstärkung des Bandpasses A <sub>BP</sub> von der Güte .....	24
2.3.5	Gleichungen nach der Optimierung.....	24
3.	Realisierung eines State Variable Active Filters .....	25
3.1	Anforderungen.....	25
3.2	Dimensionierung .....	25
3.3	Messungen.....	27
3.3.1	Messung des Frequenz- und Phasengangs bei verschiedenen Güten .....	27
3.3.2	Diskussion der Messresultate .....	37
3.3.3	Untersuchung von «slew rate» Effekten.....	38
3.3.4	Sprungantworten .....	40
4.	Entwicklung eines Oszillators .....	46
4.1	1 Variante .....	46
4.1.1	Dimensionierung und Messung .....	49
4.2	2. Variante .....	49
4.3	3. Variante .....	51
5.	43 Jahre später .....	55
5.1	Berechnungen .....	55
5.2	Messungen .....	58
5.3	Diskussion der Messresultate .....	62
6.	Drei Jahre für ein Diplom .....	63
7.	Anhang .....	65



# 1. Theoretische Untersuchung eines «State Variable Active Filter»

Im Folgenden wird die Übertragungsfunktion der in Bild 1 vorgegebenen Schaltung hergeleitet, wobei zwei Methoden zur Herleitung besprochen werden. Insbesondere wird gezeigt, wie die verschiedenen Filterfunktionen aus der Übertragungsfunktion synthetisiert werden können.

## 1.1 Berechnung der einzelnen Stufen

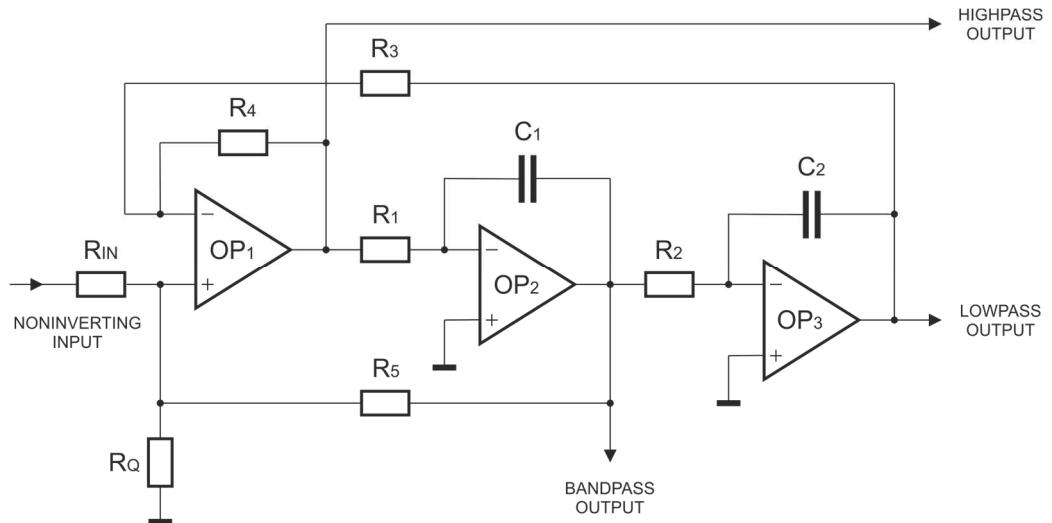


Bild 1 State Variable Active Filter

Wie aus Bild 1 hervorgeht, kann die Schaltung in drei Teile aufgeteilt werden.

- OP<sub>1</sub> Summierer (Subtrahierer)
- OP<sub>2</sub> Integrator
- OP<sub>3</sub> Integrator

Für beide Herleitungsmethoden werden zuerst der Summierer und die Integratoren im Einzelnen untersucht.

### 1.1.1 Summierer OP<sub>1</sub>

Der Summierer aus Bild 1 kann wie folgt dargestellt werden.

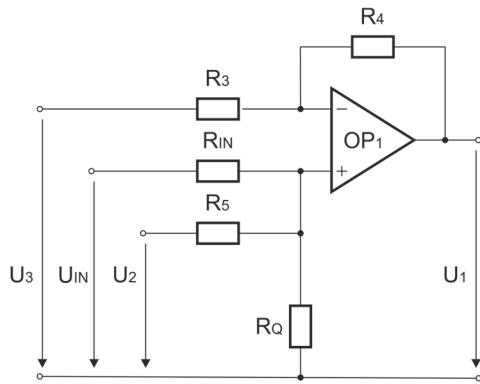
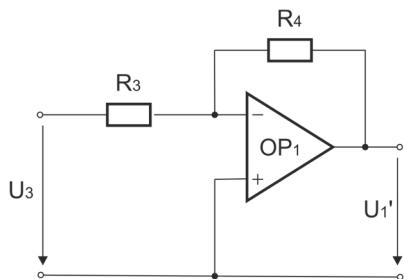


Bild 2 Summierer

Die Spannungen  $U_1$ ,  $U_2$  und  $U_3$  sind die Ausgangsspannungen der einzelnen Stufen. Die Berechnung von  $U_1$  erfolgt mit dem Überlagerungsverfahren.

a)

$$U_{IN} = 0, \quad U_2 = 0$$

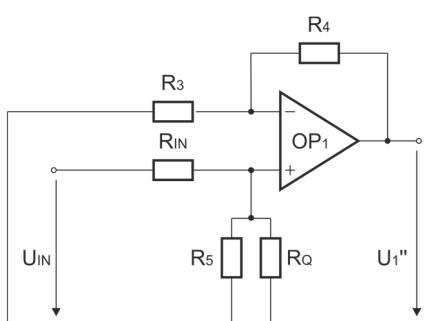


$$U_1' = -\frac{R_4}{R_3} \cdot U_3 \quad (1)$$

Bild 3

b)

$$U_3 = 0, \quad U_2 = 0$$



$$U_N = U_1'' \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4}$$

$$U_P = \frac{R_Q || R_5}{R_{IN} + R_Q || R_5} \cdot U_{IN}$$

$$U_N = U_P \rightarrow$$

$$U_1'' = U_{IN} \cdot \frac{R_Q || R_5}{R_{IN} + R_Q || R_5} \cdot \frac{U_3 + R_4}{R_3} \quad (2)$$

Bild 4

c)

$$U_3 = 0, \quad U_2 = 0$$

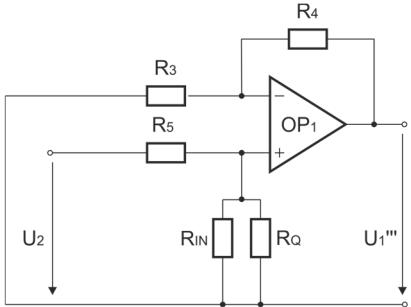


Bild 5

$$U_N = U_1''' \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4}$$

$$U_P = \frac{R_Q || R_{IN}}{R_5 + R_Q || R_{IN}} \cdot U_2$$

$$U_N = U_P \rightarrow$$

$$U_1''' = U_2 \cdot \frac{R_Q || R_{IN}}{R_5 + R_Q || R_{IN}} \cdot \frac{U_3 + R_4}{R_3} \quad (3)$$

Für die Überlagerung gilt:  $U_1 = U_1' + U_1'' + U_1'''$

$$U_1 = -\left[\frac{R_4}{R_3}\right] \cdot U_3 + \left[\frac{R_Q || R_5}{R_{IN} + R_Q || R_5} \cdot \frac{U_3 + R_4}{R_3}\right] \cdot U_{IN} + \left[\frac{R_Q || R_{IN}}{R_5 + R_Q || R_{IN}} \cdot \frac{U_3 + R_4}{R_3}\right] \cdot U_2$$

(4)

### 1.1.2 Integrator OP<sub>2</sub>

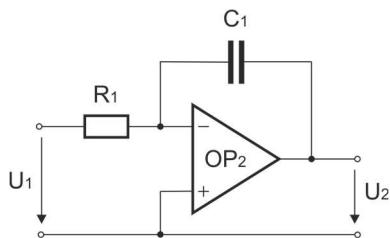


Bild 6 Integrator OP<sub>2</sub>

$$\begin{aligned} U_2 &= -U_1 \cdot \frac{1}{s \cdot R_1 \cdot C_1} \\ R_1 \cdot C_1 &= T_1 \rightarrow \\ U_2 &= -U_1 \frac{1}{s \cdot T_1} \end{aligned} \quad (5)$$

### 1.1.3 Integrator OP<sub>3</sub>

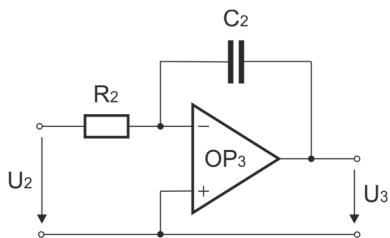


Bild 7 Integrator OP<sub>3</sub>

$$\begin{aligned} U_3 &= -U_2 \cdot \frac{1}{s \cdot R_2 \cdot C_2} \\ R_2 \cdot C_2 &= T_2 \rightarrow \\ U_3 &= -U_2 \frac{1}{s \cdot T_2} \end{aligned} \quad (6)$$

Somit sind alle Gleichungen für die Berechnung der Übergangsfunktionen gegeben. Es stehen nun zwei Lösungsmethoden für die weitere Berechnung zur Verfügung.

## 1.3 Berechnung der Übertragungsfunktion

### 1.3.1 Konventionelle Methode

Durch Einsetzen der Gleichungen (4) in (5) und (5) in (6) ergibt sich die Funktion  $U_3 = f(U_{IN})$ , woraus durch  $U_3/U_{IN} = G_{(s)}$  die Übertragungsfunktion ermittelt werden kann. Diese Berechnung ist jedoch mühsam und unübersichtlich, sodass sie in diesem Buch nicht durchgeführt wird.

### 1.3.2 Berechnung durch Anwendung der Regelungstechnik

Gleichung (4) kann als Summationsstelle eines Regelkreises aufgefasst werden. Daraus ergibt sich folgendes Blockschaltbild.

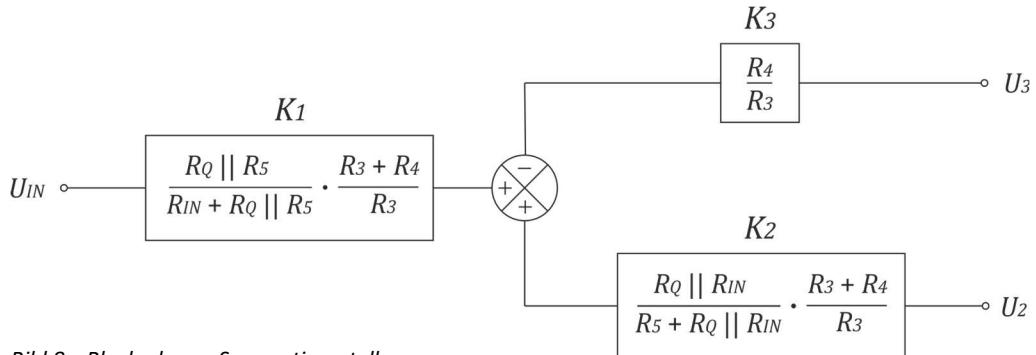


Bild 8 Blockschema Summationsstelle

Für die folgende Berechnung gilt:

$$K_1 = \frac{R_Q || R_5}{R_{IN} + R_Q || R_5} \cdot \frac{U_3 + R_4}{R_3} \quad K_2 = \frac{R_Q || R_{IN}}{R_5 + R_Q || R_{IN}} \cdot \frac{U_3 + R_4}{R_3} \quad K_3 = \frac{R_4}{R_3}$$

Aus den Gleichungen (5) und (6) folgt:

$$G_1 = \frac{U_2}{U_1} = -\frac{1}{sT_1} \quad G_2 = \frac{U_3}{U_2} = -\frac{1}{sT_2}$$

Aus dem Schema Bild 1 kann nun das gesamte Blockschaltbild gezeichnet werden.

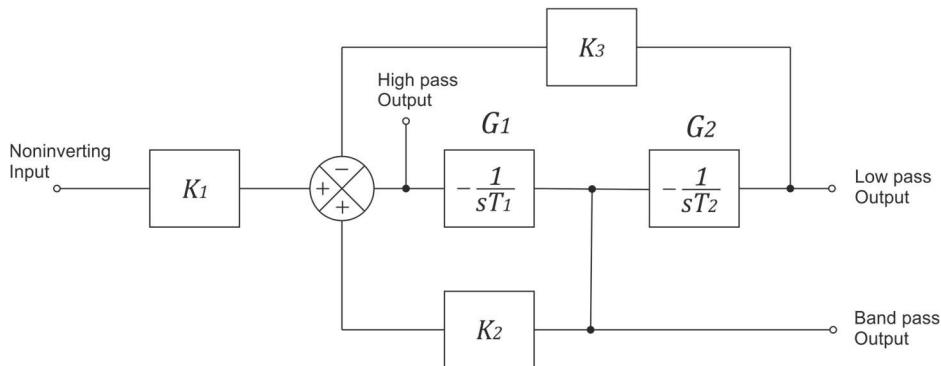


Bild 9 Gesamtblockschaltbild zu Bild 1

Aus diesem Blockschaltbild lassen sich nun leicht und übersichtlich die verschiedenen Übertragungsfunktionen für Tief-, Hoch- und Bandpass ermitteln.

### 1.3.2.1 Herleitung der Tiefpassfunktion

Die Kreisschaltung  $G_1, K_2$  lässt sich zu einer Übertragungsfunktion zusammenfassen:

$$G' = \frac{G_1}{1 - K_2 \cdot G_1} \quad \text{und mit } G_2 \text{ ergibt sich:} \quad G'' = G_2 \cdot G' = \frac{G_1 \cdot G_2}{1 - K_2 \cdot G_1}$$

Eine weitere Zusammenfassung der Kreisschaltung  $G'', K_3$  ergibt:

$$G''' = \frac{G''}{1 + G'' \cdot K_3} = \frac{G_1 \cdot G_2}{(1 - K_2 \cdot G_1) \left[ 1 + K_3 \left( \frac{G_1 \cdot G_2}{1 - K_2 \cdot G_1} \right) \right]} \quad G''' = \frac{G_1 \cdot G_2}{1 - K_2 \cdot G_1 + K_3 \cdot G_1 \cdot G_2}$$

Mit  $K_1$  ergibt sich:

$$G_{LP} = K_2 \cdot G''' = \frac{K_1 \cdot G_1 \cdot G_2}{1 - K_2 \cdot G_1 + K_3 \cdot G_1 \cdot G_2} \quad (7)$$

$$\text{mit } G_1 = -\frac{1}{s \cdot T_1} \quad \text{und} \quad G_2 = -\frac{1}{s \cdot T_2} \quad \text{folgt}$$

$$G_{LP} = \frac{1}{s^2 \cdot T_1 \cdot T_2 \left( 1 + \frac{K_2}{s \cdot T_1} \cdot \frac{K_3}{s \cdot T_1 \cdot T_2} \right)} = \frac{K_1}{s^2 \cdot T_1 \cdot T_2 + s \cdot T_1 \cdot K_2 + K_3}$$

$$G_{LP} = \frac{K_1}{K_3} \cdot \frac{\frac{K_3}{T_1 \cdot T_2}}{s^2 + s \cdot \frac{K_2}{T_1} + \frac{K_3}{T_1 \cdot T_2}}$$

(8)

Dies entspricht der allgemeinen Form einer Tiefpassfunktion [1] Seite 74.

$$G_{LP} = \frac{b}{s^2 + a \cdot s + b} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0^2}{Q} \cdot s + \omega_0^2} \quad (9), (10)$$

[1] Principles of Active Network Synthesis and Design, Gobind Daryanani, JOHN WILEY, 1976