Skripte zur Mathematik

Arithmetik & Algebra

von

Christian Wyss

Skripte zur Mathematik

Arithmetik & Algebra

von

Christian Wyss

mathema

tredition

Verlagslabel: mathema (www.mathema.ch)

ISBN Paperback: 978-3-384-13009-9
Hardcover: 978-3-384-13010-5

Auflage 2.0

Druck und Distribution im Auftrag des Autors:
tredition GmbH, Heinz-Beusen-Stieg 5, 22926 Ahrensburg, Germany

Dr. Christian Wyss, Chemin du Clos 60, 2502 Biel-Bienne, Schweiz.

Die Philosophie steht in diesem grossen Buch geschrieben, das unserem Blick ständig offen liegt – ich meine das Universum –; aber das Buch ist nicht zu verstehen, wenn man nicht zuvor die Sprache erlernt und sich mit den Buchstaben vertraut gemacht hat, in denen es geschrieben ist. Es ist in der Sprache der Mathematik geschrieben, und deren Buchstaben sind Kreise, Dreiecke und andere geometrische Figuren, ohne die es dem Menschen unmöglich ist, ein einziges Bild davon zu verstehen; ohne diese irrt man in einem dunklen Labyrinth herum.

Galileo Galilei: „*Il Saggiatore*" (1623)

Inhaltsverzeichnis

Einleitende Worte

Diese Skripte zur Mathematik sind im Rahmen des Gymnasialunterrichts entstanden. Sie können als eigenständiges Lern- und Übungsmaterial eingesetzt werden. Sie sind jedoch primär als *unterrichtsbegleitendes Material* konzipiert. Eine Einführung und Anleitung durch eine Lehrperson wird daher empfohlen.

Die Skripte enthalten *Lückentexte*. Sie dienen der Festigung des erworbenen Wissens und sollten im Plenum mit der gesamten Klasse ausgefüllt werden. Diese handschriftlichen Einträge helfen, die Schlüsselbegriffe und Aussagen zu verinnerlichen und Herleitungen und Beweise besser nachzuvollziehen.

Zu den Übungen

Um den Stoff zu vertiefen und zu festigen, halte ich es für unerlässlich, dass die Schülerinnen und Schüler eine Vielzahl von Übungen lösen. Die Skripte enthalten daher viele Übungen, die nicht nur das Erlernte festigen, sondern auch inner- und aussermathematische Anwendungen aufzeigen. Einige Übungen sind bewusst anspruchsvoller gestaltet und gehen über den üblichen Lehrstoff hinaus, können jedoch bei Bedarf übersprungen werden. Ein Stern ★ markiert, dass es sich bei der Aufgabe um eine zusätzliche Übung handelt, die über den obligatorischen Lernstoff hinausgeht. Im Folgenden werden die unterschiedlichen Übungstypen kurz erläutert.

Einstiegsbeispiel

Ein Einführungsbeispiel stellt eine Aufgabe dar, die eine neu einzuführende Thematik exemplarisch vorstellt. Diese Aufgabe soll die grundlegenden Begriffe der neuen Thematik vorwegnehmen und damit einführen. Dabei darf die Aufgabe einen gewissen Anspruch haben. Ein gemeinsames Lösen dieser Aufgaben im Plenum oder eine detaillierte Besprechung empfiehlt sich, um das Verständnis zu fördern.

Grundaufgaben

Eine Grundaufgabe ist eine Übungsaufgabe, die von den Schülerinnen und Schülern routiniert und sicher gelöst werden sollte. Durch die Bearbeitung mehrerer dieser Aufgaben sollen die Lernenden die Struktur verstehen und sich mit dem Lösungsweg vertraut machen, um ihn anschliessend situationsbezogen bei weiterführenden Aufgaben anwenden zu können.

Erarbeitungsaufgaben

Erarbeitungsaufgaben sind konzipiert, um den Lernstoff zu entwickeln und die Schülerinnen und Schüler konstruktivistisch an die neue Theorie heranzuführen.

Anwendungsaufgaben

Das erworbene theoretische Wissen hat in der Regel sowohl inner- als auch aussermathematische Anwendungen. Anwendungsaufgaben sollen die Fähigkeit zur Mathematisierung fördern und die Anwendbarkeit des Gelernten verdeutlichen.

Beweisaufgaben

In Beweisaufgaben lernen die Schülerinnen und Schüler, selbstständig einfache Beweise zu führen.

Zu den Titelbildern

Die Titelblätter bieten die Möglichkeit, verschiedene Aspekte der Mathematik mit den Schülerinnen und Schülern zu thematisieren. Dies umfasst insbesondere folgende Bereiche:

Mathematik und Ästhetik

Mathematik und Kunst stehen auf vielfältige Weise in Beziehung. Ihre Verbindung zeigt sich in Musik, Malerei, Architektur, Skulptur und Textilgestaltung etc. Die Titelblätter zielen darauf ab, die Schönheit der Mathematik anhand der bildenden Kunst aufzuzeigen.

Rechenhilfsmittel

„Es ist unwürdig, die Zeit von hervorragenden Leuten mit knechtischen Rechenarbeiten zu verschwenden, weil bei Einsatz einer Maschine auch der Einfältigste die Ergebnisse sicher hinschreiben kann." G. W. Leibniz (1673).
Der Mensch hat bereits in der Frühzeit Rechenhilfsmittel entwickelt, angefangen vom Kerbholz über mechanische Rechenmaschinen bis hin zu analogen und digitalen Computern. Die Titelblätter illustrieren diese Entwicklung.

Geschichte der Mathematik

Die Geschichte der Mathematik reicht zurück bis ins Altertum und den Anfängen des Zählens in der Jungsteinzeit. Mathematik wurde und wird in allen Kulturkreisen praktiziert. Die Titelblätter thematisieren bedeutende Werke der Mathematik sowie herausragende Mathematikerinnen und Mathematiker, die die Entwicklung dieser Disziplin massgeblich beeinflusst haben.

Zu den Inhalten

Allgemeines

Behandelter Stoff

Die vorliegenden Skripte vermitteln die Grundlagen der Arithmetik und Algebra. Dies umfasst insbesondere das Vereinfachen von Termen, das Lösen von Gleichungen sowie den Umgang mit Bruchtermen und Potenzen. Eine umfangreiche Auswahl an Übungen steht zur Verfügung. Es wird empfohlen, dass die Lehrperson eine geeignete Auswahl trifft, während die zusätzlichen Übungen für die Repetition vor einer Lernzielkontrolle genutzt werden können.

Notwendiges Vorwissen

Die Aufteilung des Stoffes in mehrere Skripte dient der Flexibilität bei der Gestaltung des Unterrichts. Da Mathematik eine stark hierarchische Struktur aufweist, kann der Stoff nicht in beliebiger Reihenfolge bearbeitet werden. Die Skripte sind in einer möglichen Bearbeitungsreihenfolge angeordnet. Im Folgenden wird kurz angegeben, welches Vorwissen für jede Einheit notwendig ist.

Einführung

Behandelter Stoff

Es werden die grundlegenden Operationen mit Termen, wie sie aus der Oberstufe bekannt sein sollten, repetiert: Summen und Differenzen, Produkte und Potenzen, einfache Quotienten, Ausmultiplizieren, Faktorisieren durch Ausklammern und Dividieren von Summen.

Notwendiges Vorwissen

Es wird kein Vorwissen aus dem gymnasialen Curriculum vorausgesetzt.

Umgang mit Termen

Behandelter Stoff

Die Schülerinnen und Schüler lernen erstmals, wie man Terme aufstellt und in Formeln einsetzt.

Notwendiges Vorwissen

Es wird kein Vorwissen aus dem gymnasialen Curriculum vorausgesetzt.

Grundoperationen

Behandelter Stoff

Die Grundgesetze der Termumformung (Kommutativ-, Assoziativ- und Distributivgesetz) werden systematisch eingeführt und zur Vereinfachung von Termen angewendet.

Notwendiges Vorwissen

Es wird kein Vorwissen aus dem gymnasialen Curriculum vorausgesetzt. Es wird jedoch empfohlen, das in der vorangegangenen Schulstufe erworbene Wissen vorab zu wiederholen.

Faktorzerlegung

Behandelter Stoff

Die Faktorzerlegung ist eine Technik, die vor allem zur Vereinfachung von Bruchtermen und zur Lösung bestimmter Gleichungen eingesetzt wird. In diesem Skript wird das Faktorisieren geübt, insbesondere durch das Ausklammern (auch in Teilsummen), unter Anwendung der binomischen Formeln und mithilfe des Klammeransatzes.

Notwendiges Vorwissen

Es wird kein Vorwissen aus dem gymnasialen Curriculum vorausgesetzt. Dennoch wird eine gewisse Vertrautheit mit Termumformungen erwartet.

Lineare Gleichungen

Behandelter Stoff

Mit Hilfe von Äquivalenzumformungen werden lineare Gleichungen – und bei geeigneten Fällen auch quadratische Gleichungen – gelöst. Dabei erwerben die Schülerinnen und Schüler Kenntnisse über die Mächtigkeit von Lösungsmengen und deren Notation. Des Weiteren werden Gleichungen mit Brüchen und parametrische Gleichungen gelöst.

Notwendiges Vorwissen

Es wird erwartet, dass die Schülerinnen und Schüler eine gewisse Vertrautheit mit Termumformungen haben. Zur Lösung quadratischer Gleichungen wird der Klammeransatz angewendet.

Bruchterme

Behandelter Stoff

Die Schülerinnen und Schüler werden mit dem kleinsten gemeinsamen Vielfachen (kgV) und dem grössten gemeinsamen Teiler (ggT) von Zahlen und Termen vertraut gemacht. Diese Kenntnisse werden angewendet, um Bruchterme zu vereinfachen, insbesondere durch das Kürzen und Erweitern von Brüchen. Mithilfe dieser Techniken werden Brüche addiert, subtrahiert, multipliziert und dividiert. Zudem wird die Vereinfachung von Doppelbrüchen geübt.

Notwendiges Vorwissen

Es wird erwartet, dass die Schülerinnen und Schüler mit den grundlegenden Termumformungen vertraut sind, insbesondere dem Faktorisieren von Termen.

Bruchgleichungen

Behandelter Stoff

Die Schülerinnen und Schüler lernen Bruchgleichungen kennen und lernen, dass die Multiplikation mit einem Term eine Gewinnumformung darstellt. Bruchgleichungen werden durch Multiplikation mit dem Hauptnenner gelöst. Auch Bruchgleichungen mit Parametern sowie Textaufgaben, die zu Bruchgleichungen führen, werden geübt.

Notwendiges Vorwissen

Die Schülerinnen und Schüler sollten in der Lage sein, Terme zu vereinfachen (einschliesslich der Bruchterme), sowie Terme zu faktorisieren. Zudem müssen sie lineare Gleichungen und, in geeigneten Situationen, auch einfache quadratische Gleichungen lösen können.

Quadratwurzeln

Behandelter Stoff

Die Schülerinnen und Schüler lernen, wie die Quadratwurzel definiert ist, und können Wurzelterme vereinfachen, Faktoren unter die Wurzel bringen, Wurzeln reduzieren sowie Gleichungen mit Wurzelkoeffizienten aufstellen und lösen.

Notwendiges Vorwissen

Es wird erwartet, dass die Schülerinnen und Schüler eine gewisse Vertrautheit mit Termumformungen besitzen. Bei einigen Aufgaben ist es notwendig, den Term vorab zu faktorisieren.

Ganzzahlige Potenzen

Behandelter Stoff

Die Schülerinnen und Schüler lernen, wie der Begriff der Potenz für natürliche und ganze Exponenten definiert ist. Sie können grundlegende Aufgaben dazu lösen, wenden die Potenzgesetze an und vereinfachen Terme mit Potenzen. Zudem sind sie in der Lage, einfache angewandte Aufgaben mit Potenzen zu lösen.

Notwendiges Vorwissen

Es wird erwartet, dass die Schülerinnen und Schüler eine gewisse Vertrautheit mit Termumformungen besitzen. Bei einigen Aufgaben ist es notwendig, den Term vorab zu faktorisieren.

Gebrochene Potenzen

Behandelter Stoff

Die Potenzgesetze werden an ganzen Potenzen repetiert. Zusätzlich werden nun auch gebrochene Exponenten und Wurzeln eingeführt. Im Anschluss daran erfolgt die Vereinfachung von Termen, die Potenzen und Wurzeln beinhalten.

Notwendiges Vorwissen

Es wird erwartet, dass die Schülerinnen und Schüler eine gewisse Vertrautheit mit Termumformungen besitzen, insbesondere im Umgang mit natürlichen und ganzen Potenzen. Bei einigen Aufgaben ist es notwendig, den Term vorab zu faktorisieren.

Logarithmen

Behandelter Stoff

Der Logarithmus wird eingeführt, und es werden Grundgleichungen dazu gelöst. Mithilfe der Rechenregeln für Logarithmen werden komplexere Terme vereinfacht und Gleichungen gelöst.

Notwendiges Vorwissen

Die Schülerinnen und Schüler müssen mit der Termumformung vertraut sein, insbesondere im Umgang mit ganzen und gebrochenen Potenzen. Es wird empfohlen, dass sie zuvor mit der Exponentialfunktion bekannt gemacht wurden.

Goniometrie

Behandelter Stoff

Die Schülerinnen und Schüler lernen, wie die trigonometrischen Funktionen im Einheitskreis definiert sind. Sie erlernen das Lösen von Grundgleichungen trig(x) = k unter Verwendung von Reduktionsformeln (wobei trig eine trigonometrische Funktion ist). Darüber hinaus werden ihnen die Beziehungen unter den Winkelfunktionen sowie die Additionstheoreme vermittelt und sie können daraus resultierende Identitäten ableiten. Zusätzlich sind sie in der Lage, goniometrische Gleichungen unter Anwendung der genannten Sätze zu lösen.

Notwendiges Vorwissen

Die Schülerinnen und Schüler sollten bereits mit den trigonometrischen Funktionen vertraut sein. Zudem muss der Winkel im Bogenmass bekannt sein. Grundlegende Kenntnisse in der Termumformung werden selbstverständlich vorausgesetzt.

Arithmetik & Algebra

Einführung

Aryabhata (* 476 in Maharashtra, † um 550 in Bihar) war ein bedeutender indischer Mathematiker und Astronom. Es wird vermutet, dass das Konzept der Zahl „0“ (Null) auf Aryabhata zurückgeht. Aryabhata bestimmte die Kreiszahl π für damalige Verhältnisse sehr genau auf 3.1416 und scheint bereits geahnt zu haben, dass es sich um eine irrationale Zahl handelt.

1. Summen und Differenzen

Beispiel: $[7a + 5b - (3a + b)] - [5a + 3b - (2a - b)] =$

$[7a + 5b - 3a - b] - [5a + 3b - 2a + b] =$

$[4a + 4b] - [3a + 4b] =$

$4a + 4b - 3a - 4b =$

$\underline{\underline{a}}$

Aufgabe 1: Vereinfache die folgenden Summen und Differenzen:

a)	$4a + 3a + 9a$	b)	$15\,b + (76b + 24b)$
c)	$7a + 5a + 13b + 9b + 2b$	d)	$407 + 53a + 973$
e)	$84b - 7b - 13b$	f)	$105f - 15f - 23f - 17f$
g)	$-9a + (-a)$	h)	$-12b + (-13b)$
i)	$15a + (-3a)$	k)	$4b + (-4b)$
l)	$7x + 9x + (-10x) + (-20x)$	m)	$8f + 5g + 7h + (-3f) + (-5g) + h$

Aufgabe 2: Nun hat es auch Summen in den Klammern. Vereinfache die folgenden Terme:

a)	$a + 12 + (a + 2)$	b)	$a + b + (a - 4)$
c)	$a - b + (b + 5)$	d)	$a + 4 + (6 - a)$
e)	$x - (y + z)$	f)	$a - (b + c)$
g)	$a - (b - c - d)$	h)	$2k - (a + k + m + n)$
i)	$(3a + 1) - (a + 1)$	k)	$(3a + b) - (a + b)$
l)	$(x - y) - y$	m)	$(x - y - z) - (y - z)$
n)	$3p + r - q - (r - q)$	o)	$3m - (6m + 5)$
p)	$-3b - (5b + c)$	q)	$4a - (a + 1)$
r)	$4 - (a + 4)$	s)	$4a - (5b - a)$

Aufgabe 3: Vereinfache auch diese Summen und Differenzen:

a)	$25x - (25x - 2y + z)$	b)	$15b - (-3a - 10b)$
c)	$16x - (-16x - 1)$	d)	$1 - (x - y - 1)$
e)	$20a - [16a - (2a + b)]$	f)	$141 - [73 - (94a + 1)]$
g)	$7m - 5n - [5m - (3n - n) - (2m + n) - 5n]$		

2. Produkte und Potenzen

Beispiel: $(-5n^2) \cdot 2n^3 \cdot (-2n)^3 = -5n^2 \cdot 2n^3\ (-8n^3) =$

$-10n^2 n^3\ (-8n^3) =$

$10n^5\ 8n^3 =$

$\underline{\underline{80n^8}}$

Aufgabe 4: Vereinfache die folgenden Produkte und Potenzen:

a)	$a^2 \cdot a$	b)	$x^2 \cdot x^3$
c)	$m^5 \cdot m$	d)	$a^5 \cdot a^2$
e)	$4a \cdot 5b$	f)	$6a \cdot 17b \cdot 5c$
g)	$12a \cdot 9 \cdot 5c$	h)	$a \cdot c \cdot 2b$
i)	$25m \cdot 4p \cdot 3n$	k)	$4x \cdot 5az \cdot 7$
l)	$3ac \cdot 5bd$	m)	$3c \cdot 6a \cdot 4mn \cdot 5$

Aufgabe 5: Nun hat es auch Potenzen in den Ausdrücken. Vereinfache auch die folgenden Terme:

a)	$xy \cdot xy$	b)	$6xy \cdot 2xy$
c)	$4ac \cdot az \cdot 2$	d)	$5ax \cdot 3ax \cdot ax$
e)	$(3a)^2 \cdot 5a^3$	f)	$108a \cdot 12a^4$
g)	$(ab)^2c^3 \cdot a^2(bc)^3$	h)	$4xy^3 \cdot 5x^2$

Aufgabe 6: Beachte beim Vereinfachen das Vorzeichen gut:

a)	$(-1) \cdot (-a)$	b)	$(-7) \cdot (-c)$
c)	$(-n) \cdot (-a)$	d)	$(-\frac{1}{3}) \cdot a$
e)	$b \cdot (-5)$	f)	$(-c) \cdot (-2a)$
g)	$(-1) \cdot c$	h)	$h \cdot (-h)$
i)	$(-m)^2$	k)	$(-a)^5$
l)	$(-2ab)^2$	m)	$(-2cd)^3$

Aufgabe 7: Nun sind die zu vereinfachenden Produkte recht lang:

a)	$-15(-12ac)(-25a)ac(-a)$	b)	$(-13am)(-3m)13an \cdot 10n(-2mn)$
c)	$-6(-2a)(-1.5a)^2(-a)^3$	d)	$6a^2b^3(-4.5ab^4)(-10ab)^4$

Aufgabe 8: Hier sind diese Terme mit Summen und Produkten zu vereinfachen:

a)	$-a^2 + 5a^2$	b)	$15x^2 + (-16x^2)$
c)	$4xy + (-9xy)$	d)	$-2x^2y + (-11x^2y)$
e)	$4x^2 - (2x^2 - 4x + 1)$	f)	$5x^2y + 3xy + xy + 2x^2y$
g)	$16r^2 + 15r + 4 + 19r^2 + 9s + t$	h)	$20x^3 - (5x^3 + x^2)$
i)	$-2x^2 - 3x + 5x^2 - 7x$	k)	$4a^4 + 2a^3 + a^2 - (3a^3 + 5a^2 + a - 7)$
l)	$(-2x^2)(-3x)5x^2(-7x)$	m)	$3m^2n^2(-7m^2n^2)$

3. Einfache Quotienten

Beispiel: $119a^4c : (-7a^2) = \dfrac{119a^4c}{-7a^2}$

$= -\dfrac{119a^{\cancel{4}\,2}c}{7\cancel{a^2}}$

$= -\dfrac{119a^2c}{7} = \underline{\underline{-17a^2c}}$

Aufgabe 9: Vereinfache die folgenden Quotienten:

a)	$7x : x$	b)	$3a : a$
c)	$105cd : (7c)$	d)	$20.25ab : (6.75a)$
e)	$12c : (2c)$	f)	$4.5xy : (5x)$
g)	$6abc : (3a)$	h)	$\frac{9}{2}axy : (\frac{5}{2}a)$
i)	$54abc : (3ab)$	k)	$16.8aq^3 : (1.4aq)$
l)	$\frac{52}{15}b^4 : (\frac{13}{5}b)$	m)	$\frac{16}{5}a^4b : (\frac{8}{25}ab)$

Aufgabe 10: Nun musst Du beim Vereinfachen auch das Vorzeichen beachten:

a)	$-34a : 2$	b)	$-16b : (-4)$
c)	$36ac : (-9)$	d)	$-35c : (-7c)$
e)	$-d : (2d)$	f)	$4ad : (-4d)$
g)	$-15a^3b^4 : (-5a^2b^2)$	h)	$6x^4y^4 : (-\frac{1}{3}x^3y^4)$
i)	$-5z^5 : (-5z^2)$	k)	$-x^3y^4z^5 : (x^2y^3z^4)$
l)	$-ax^3z^4 : (7ax^2)$	m)	$\frac{1}{8}axy^4 : (-\frac{7}{2}y^3)$

4. Das Distributivgesetz

Ausmultiplizieren

Beispiel: $(2a^2 + 4ab - b^2 - ab + 8a^2)\cdot(-2abc) =$

$(10a^2 + 3ab - b^2)(-2abc)$

$-20a^3bc - 6a^2b^2c + 2ab^3c$

Aufgabe 11: Multipliziere aus:

a) $a\cdot(a + c)$ b) $b\cdot(2b + 1)$

c) $d\cdot(3a + d)$ d) $a\cdot(f + g)$

e) $(2ab + b)\cdot a$ f) $(3a^2 + b)\cdot 4ab$

g) $(a^3 + b^3)\cdot ab$ h) $(\frac{3}{2}k + \frac{15}{7})\cdot\frac{9}{5}$

i) $4a\cdot(5a^2 + a)$ k) $3a^2\cdot(a^3 - a^2)$

l) $(3y^4 + 5)\cdot 13y^4$ m) $(5x^3 + \frac{2}{3}x^2)\cdot\frac{4}{3}x^3$

Aufgabe 12: Multipliziere auch diese längeren Terme aus:

a) $(z^3 + z^2 + z + 1)\cdot 5z^4$ b) $(1 + ac + b^2)\cdot a^2c^2$

c) $1.2a^3b^4c^2(1.5a^3bc^5 + 1.2b^6)$ d) $\frac{14}{25}ax^5\cdot(15a + \frac{25}{3}x)$

e) $(a + b - c - d)\cdot(-1)$ f) $-x^2\cdot(-x^3 + 5x^2 + 2x)$

Faktorisieren durch Ausklammern

Beispiel: $9xy^4 - 9xy^3 + 12x^2y^2 = 3xy^2(3y^2 - 3y + 4x)$

Aufgabe 13: Klammere so weit wie möglich aus:

a) $3a + 3b$ b) $a^2 + ab$

c) $2x^2 - 3xy$ d) $3p^2 - 6pq$

Dividieren von Summen

Beispiel: $(-72a^4b + 60a^3b^2 - 48a^2b^3) : (12a^2b) =$

$$\frac{-72a^4b + 60a^3b^2 - 48a^2b^3}{12a^2b} =$$

$$\frac{\cancel{12a^2b}(-6a^2 + 5ab - 4b^2)}{\cancel{12a^2b}} =$$

$$-6a^2 + 5ab - 4b^2$$

Aufgabe 14: Vereinfache diese Divisionen. Du musst zuerst den Dividenden faktorisieren:

a) $(4a + 6) : 2$

b) $(6m + 4) : 2$

c) $(5x + 5y) : 5$

d) $(15a - 20b) : (-5)$

e) $(24a - 20) : (-\frac{4}{5})$

f) $(15a^2 + 5a) : (-\frac{5}{3})$

g) $(-16ax + 24bx - 40cx) : (-8x)$

h) $(15x^4 - 10x^3 - 2x^2) : (-2x^2)$

i) $(26x^5 - 39x^4 + 52x^3 - 13x^2) : (-26x^2)$

k) $(\frac{32}{3}x^2y^2 + \frac{20}{7}x^3y^2 - 36x^4y^3 - 4x^5y) : (-4x^2y)$

l) $(15a^2x^2 + 5a^2x^2) : (5a^2x^2)$

m) $(26m^2n^2 - m^3n^3) : (\frac{1}{2}m^2n^2)$

n) $(\frac{2}{3}abc - \frac{1}{5}ab) : (-\frac{1}{2}ab)$

o) $(\frac{9}{4}xyz + \frac{8}{5}xz) : (-\frac{4}{5}xz)$

Ausmultiplizieren von zwei Klammern

Beispiel: $(p - 2)(q + 1) = pq + p - 2q - 2$

Aufgabe 15: Multipliziere aus:

a) $(a + 1)(a + 2)$

b) $(a + 2)(a + 5)$

c) $(8b + 5)(2b + 3)$

d) $(x + y)(x + y)$

e) $(2a + b)^2$

f) $(x + 1)^2$

g) $(a + b)(c - d)$

h) $(r - s)(n + t)$

i) $(x - y)(p - q)$