

Inhaltsübersicht

Seite

I. Abschnitt. Einführung in den Gruppenbegriff

§ 1. Mengen mit algebraischer Operation, algebraische Strukturen	7
§ 2. Bezeichnungen	8
§ 3. Spezielle Eigenschaften algebraischer Operationen	8
§ 4. Beispiele algebraischer Strukturen mit einer Operation	10
§ 5. Definition der (endlichen und unendlichen) Gruppe; einige unmittelbare Folgerungen	15

II. Abschnitt. Gruppentheoretische Grundbegriffe und -methoden

§ 6. Ordnung einer Gruppe; Isomorphie; abstrakte Gruppe	18
§ 7. Potenz; Ordnung eines Elementes	19
§ 8. Zyklische Gruppe; erzeugendes Element	21
§ 9. Untergruppe	22
§ 10. Produkte von Elementen; inverse Elemente	24
§ 11. Erzeugung von Gruppen aus Elementen	26
§ 12. Rechnung mit Komplexen	27
§ 13. Zerlegung einer Gruppe nach einer Untergruppe	29
§ 14. Folgerungen aus der Zerlegung einer endlichen Gruppe nach einer Untergruppe	32

III. Abschnitt. Über endliche Gruppen

§ 15. Die Gruppentafel	33
§ 16. Die normale Tafel	35
§ 17. Permutationen	36
§ 18. Permutationsgruppen	38
§ 19. Transitiv und intransitiv Permutationsgruppen	40
§ 20. Primitive und imprimitive Permutationsgruppen	43
§ 21. Kennzeichen für Gruppeneigenschaft	45
§ 22. Produkt und Durchschnitt endlicher Gruppen	46

IV. Abschnitt. Vertauschbarkeit von Elementen und Untergruppen

§ 23. Normalisator; konjugierte Elemente	47
§ 24. Fortsetzung; konjugierte Untergruppen	50
§ 25. Invariante Elemente; Zentrum; Klasseneinteilung der Elemente und Untergruppen	54
§ 26. Zwei Beispiele	55
§ 27. Normalteiler	59
§ 28. Sätze über Normalteiler	61
§ 29. Einfache und Hamiltonsche Gruppen	64
§ 30. Zentralisator	65
§ 31. Produkt von Gruppen; direktes Produkt	67

	Seite
V. Abschnitt. Die Faktorgruppe	
§ 32. Einführung der Faktorgruppe	71
§ 33. Beispiele von Faktorgruppen	72
§ 34. Sätze über Faktorgruppen	74
VI. Abschnitt. Die Homomorphie	
§ 35. Die Homomorphie als Verallgemeinerung der Isomorphie	78
§ 36. Sätze über die Homomorphie	79
§ 37. Der Isomorphiesatz	81
VII. Abschnitt. Die Automorphie	
§ 38. Begriff der Automorphie; Automorphismengruppe	83
§ 39. Innere Automorphismen	87
§ 40. Das Holomorph	90
VIII. Abschnitt. Die Endomorphie; charakteristische und vollinvariante Untergruppen	
§ 41. Begriff der Endomorphie	93
§ 42. Einige Sätze über Endomorphismen	95
§ 43. Charakteristische und vollinvariante Untergruppen	97
§ 44. Einige Sätze über charakteristische und vollinvariante Untergruppen; die Kommutatorgruppe	98
IX. Abschnitt. Abelsche Gruppen	
§ 45. Darstellung der Elemente einer zyklischen Gruppe	101
§ 46. Die zyklische Gruppe als direktes Produkt von Untergruppen	103
§ 47. Basis einer Gruppe	105
§ 48. Direktes Produkt gegebener zyklischer Gruppen	107
§ 49. Isomorphie abelscher Gruppen mit den Faktorgruppen $\mathbb{U}_n/\mathfrak{B}$	108
§ 50. Die Untergruppen der Gruppe \mathbb{U}_n	109
§ 51. Hauptsatz über abelsche Gruppen mit endlich vielen Erzeugenden	113
§ 52. Endliche abelsche Gruppen	115
X. Abschnitt. Gruppen mit Operatoren	
§ 53. Operatorenbereich einer Gruppe; zulässige Untergruppen	118
§ 54. Beispiele zulässiger Untergruppen	119
§ 55. Übertragung früherer Begriffe und Sätze auf Gruppen mit Operatoren	120
§ 56. Allgemeinere Auffassung des Operatorenbereiches	122
§ 57. Gemeinsamer Operatorenbereich mehrerer Gruppen	124
§ 58. Die Operatorisomorphie und -homomorphie	127
§ 59. Änderung des Gruppenbegriffs durch Einführung der Operatoren	128
§ 60. Der Homomorphiesatz und Isomorphiesatz für Gruppen mit Operatoren	129
§ 61. Die Operatorautomorphie und Operatoredomorphie	132
XI. Abschnitt. p-Gruppen und p-Sylow-Gruppen	
§ 62. Für die Untersuchung von p -Gruppen notwendige Sätze	133
§ 63. Zerlegung einer Gruppe nach einem Doppelmodul und Folgerungen	137

	Seite
§ 64. <i>p</i> -Gruppen	140
§ 65. Über die Zentren der <i>p</i> -Gruppen	143
§ 66. <i>p</i> -Sylow-Gruppen	144
§ 67. Sätze über <i>p</i> -Sylow-Gruppen	146
§ 68. Der Satz von Sylow	148
XII. Abschnitt. Freie Gruppen und Gruppen mit Beziehungen zwischen den Elementen	
§ 69. Das Kurzwort	151
§ 70. Die freie Gruppe	152
§ 71. Bestimmung von Gruppen durch Beziehungen zwischen erzeugenden Elementen	155
XIII. Abschnitt. Folgen und Reihen von Gruppen	
§ 72. Aufsteigende Folgen	158
§ 73. Aufsteigende Zentralreihen	159
§ 74. Normalreihen	160
§ 75. Der Satz von Zassenhaus	161
§ 76. Der Satz von Schreier	163
§ 77. Kompositionsreihen	165
§ 78. Auflösbare Gruppen	167
§ 79. Endliche auflösbare Gruppen	170
XIV. Abschnitt. Genaueres über die Gruppenpostulate	
§ 80. Gleichwertigkeit der eindeutigen Umkehrbarkeit mit der Existenz der Einheit und der Inversen	171
§ 81. Schwächere Gruppenpostulate	172
Lösung der Aufgaben	174
Sach- und Namenverzeichnis	188