

# Inhalt

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>	<b>14</b>
2.1	Zufällige Ereignisse	14
2.1.1	Begriff des zufälligen Ereignisses	14
2.1.2	Relationen zwischen zufälligen Ereignissen	18
2.1.3	Das Ereignisfeld	24
2.1.4	Aufgaben	26
2.2	Wahrscheinlichkeit	27
2.2.1	Relative Häufigkeit	27
2.2.2	Der Wahrscheinlichkeitsbegriff	30
2.2.2.1	Axiomatischer Aufbau der Wahrscheinlichkeitsrechnung	30
2.2.2.2	Der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff	33
2.2.3	Ergänzende Betrachtungen	36
2.2.4	Bedingte Wahrscheinlichkeiten, unabhängige Ereignisse	37
2.2.4.1	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	37
2.2.4.2	Unabhängige Ereignisse	42
2.2.5	Beispiele und Aufgaben	45
2.3	Zufallsgrößen	48
2.3.1	Begriff der Zufallsgröße	48
2.3.1.1	Erklärung des Begriffs der Zufallsgröße	48
2.3.1.2	Weiterführende Betrachtungen	50
2.3.2	Die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße	51
2.3.2.1	Begriff der Wahrscheinlichkeitsverteilung	51
2.3.2.2	Diskrete Zufallsgrößen	53
2.3.2.3	Stetige Zufallsgrößen	57
2.3.2.4	Beispiele	60
2.3.2.5	Zusammenfassung	63
2.3.3	Kennwerte einer Zufallsgröße	64
2.3.3.1	Der Erwartungswert	64
2.3.3.2	Die Varianz	67

2.3.3.3	Der Erwartungswert von Funktionen einer Zufallsgröße . . . . .	70
2.3.3.4	Momente einer Zufallsgröße . . . . .	73
2.3.3.5	Zusammenfassung . . . . .	74
2.3.3.6	Einige weitere Kennwerte . . . . .	76
2.3.4	Funktionen einer Zufallsgröße . . . . .	78
2.3.5	Aufgaben . . . . .	81
2.3.6	Einige spezielle diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen . . . . .	82
2.3.6.1	Die Null-Eins-Verteilung . . . . .	82
2.3.6.2	Die Binomialverteilung . . . . .	84
2.3.6.3	Die Poissonverteilung . . . . .	87
2.3.6.4	Die hypergeometrische Verteilung . . . . .	89
2.3.6.5	Zusammenfassung . . . . .	91
2.3.7	Einige spezielle stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen . . . . .	93
2.3.7.1	Die gleichmäßige stetige Verteilung . . . . .	93
2.3.7.2	Die Exponentialverteilung . . . . .	94
2.3.7.3	Die Normalverteilung . . . . .	96
2.3.7.4	Zusammenfassung . . . . .	102
2.3.8	Mehrdimensionale Zufallsgrößen . . . . .	104
2.3.8.1	Einleitung . . . . .	104
2.3.8.2	Wahrscheinlichkeitsverteilung einer mehrdimensionalen Zufallsgröße . . . . .	105
2.3.8.3	Unabhängigkeit von Zufallsgrößen, Korrelationskoeffizient, Kovarianzmatrix . . . . .	116
2.3.9	Funktionen von mehrdimensionalen Zufallsgrößen . . . . .	120
2.3.9.1	Lineare Funktionen mehrdimensionaler stetiger Zufallsgrößen . . . . .	120
2.3.9.2	Summen von unabhängigen Zufallsgrößen . . . . .	124
2.3.9.3	Produkt und Quotient unabhängiger Zufallsgrößen . . . . .	128
2.3.9.4	Grundverteilungen der mathematischen Statistik . . . . .	129
2.3.10	Charakteristische Funktionen . . . . .	132
2.3.10.1	Definition und Beispiele . . . . .	132
2.3.10.2	Berechnung von Momenten . . . . .	134
2.3.10.3	Der Multiplikationssatz . . . . .	136
2.3.10.4	Erzeugende Funktionen . . . . .	138
2.3.10.5	Weiterführende Betrachtungen . . . . .	140
2.3.11	Grenzwertsätze . . . . .	141
2.3.11.1	Gesetze der großen Zahlen . . . . .	141
2.3.11.2	Der zentrale Grenzwertsatz . . . . .	143
2.3.11.3	Weiterführende Bemerkungen . . . . .	146
2.3.12	Aufgaben . . . . .	148

<b>3</b>	<b>Mathematische Statistik</b>	<b>151</b>
3.1	Grundgesamtheit, Stichprobe	153
3.2	Statistische Schätzverfahren	168
3.2.1	Einleitung	168
3.2.2	Punktschätzungen	169
3.2.2.1	Begriff der Punktschätzung	169
3.2.2.2	Maximum-Likelihood-Methode	170
3.2.2.3	Momentenmethode	173
3.2.2.4	Eigenschaften von Punktschätzfunktionen	175
3.2.3	Konfidenzschätzungen	180
3.2.3.1	Begriff der Konfidenzschätzung	180
3.2.3.2	Konfidenzschätzung für den Erwartungswert einer normalverteilten Grundgesamtheit mit bekannter Varianz	182
3.2.3.3	Konfidenzschätzung für den Erwartungswert einer normalverteilten Grundgesamtheit mit unbekannter Varianz	185
3.2.3.4	Konfidenzschätzung für die Varianz einer normalverteilten Grundgesamtheit	187
3.2.3.5	Konfidenzschätzung für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit	189
3.2.3.6	Ergänzende Betrachtungen	192
3.3	Statistische Prüfverfahren	193
3.3.1	Problemstellung und Grundbegriffe	193
3.3.2	Prüfung des Erwartungswerts einer normalverteilten Grundgesamtheit mit bekannter Varianz	200
3.3.3	Prüfung des Erwartungswerts einer normalverteilten Grundgesamtheit mit unbekannter Varianz	202
3.3.4	Prüfen mit Überschreitungswahrscheinlichkeiten	204
3.3.5	Prüfung der Varianz einer normalverteilten Grundgesamtheit	206
3.3.6	Prüfung der Gleichheit der Erwartungswerte zweier unabhängiger normalverteilter Grundgesamtheiten	208
3.3.7	Prüfung der Gleichheit der Varianzen zweier unabhängiger normalverteilter Grundgesamtheiten	210
3.3.8	Prüfung einer Wahrscheinlichkeit	212
3.3.9	Anpassungstests	213
3.3.10	Einführung in verteilungsunabhängige Prüfverfahren	222
3.4	Regressions- und Korrelationsanalyse	228
3.4.1	Einführung	228
3.4.2	Regressionsanalyse	230
3.4.2.1	Schätzung der Parameter	232
3.4.2.2	Prüfung der Parameter; Konfidenzbereiche	236
3.4.3	Korrelationsanalyse	240

3.5	Aufgaben	244
Lösungen der Aufgaben		247
Anhang: Tafeln		252
Literatur		257
Sachregister		260