

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Signale und Signalräume</b>	<b>1</b>
1.1	Charakterisierung von Signalen . . . . .	1
1.2	Häufig verwendete Testsignale . . . . .	4
1.3	Signalräume . . . . .	9
1.3.1	Vektorräume . . . . .	10
1.3.2	Metrische Räume . . . . .	12
1.3.3	Normierte Räume . . . . .	13
1.3.4	Räume mit Skalarprodukt . . . . .	15
<b>2</b>	<b>Prinzipien der diskreten und integralen Signaltransformation</b>	<b>20</b>
2.1	Orthogonale Reihenentwicklungen . . . . .	21
2.1.1	Berechnung des Repräsentanten . . . . .	21
2.1.2	Orthogonale Projektion . . . . .	21
2.1.3	Gram-Schmidt-Orthonormalisierungsverfahren . . . . .	23
2.1.4	Das Parseval'sche Theorem . . . . .	23
2.1.5	Vollständige orthonormale Funktionensysteme . . . . .	24
2.1.6	Die Fourier-Reihenentwicklung . . . . .	25
2.2	Allgemeine Reihenentwicklungen . . . . .	26
2.2.1	Berechnung des Repräsentanten . . . . .	26
2.2.2	Orthogonale Projektion . . . . .	29
2.2.3	Orthogonale Projektion von N-Tupeln . . . . .	31
2.3	Integraltransformationen . . . . .	33
<b>3</b>	<b>Zeitkontinuierliche Signale und Systeme</b>	<b>37</b>
3.1	Beschreibung linearer zeitinvarianter Systeme im Zeitbereich . . . . .	37
3.2	Die Fourier-Transformation . . . . .	43
3.2.1	Definition . . . . .	43
3.2.2	Eigenschaften der Fourier-Transformation . . . . .	45

3.2.3	Symmetrien der Fourier-Transformation . . . . .	52
3.2.4	Das Gibbs'sche Phänomen . . . . .	54
3.2.5	Energiedichte und Korrelation deterministischer Signale . . .	55
3.2.6	Energiedichte und Korrelation bei der Übertragung durch LTI- Systeme . . . . .	57
3.3	Frequenzbereichsanalyse von LTI-Systemen . . . . .	58
3.3.1	Betrag, Phase und Gruppenlaufzeit . . . . .	58
3.3.2	Ideale und reale Filter . . . . .	60
3.4	Die Hilbert-Transformation . . . . .	62
3.5	Repräsentation von Bandpasssignalen . . . . .	63
<b>4</b>	<b>Diskrete Signale und Systeme</b>	<b>70</b>
4.1	Abtastung zeitkontinuierlicher Signale . . . . .	70
4.1.1	Die Impulsfolge und ihr Spektrum . . . . .	70
4.1.2	Die ideale Abtastung . . . . .	71
4.2	Eingangs-Ausgangs-Beziehungen diskreter LTI-Systeme . . . . .	77
4.3	Die zeitdiskrete Fourier-Transformation . . . . .	82
4.4	Korrelation und Energiedichte . . . . .	84
4.5	Die Z-Transformation . . . . .	86
4.5.1	Definition und Konvergenzeigenschaften . . . . .	86
4.5.2	Die inverse Z-Transformation . . . . .	89
4.5.3	Eigenschaften der Z-Transformation . . . . .	90
4.6	Analyse diskreter LTI-Systeme . . . . .	95
4.6.1	Null- und Polstellen von FIR-Filtern . . . . .	95
4.6.2	Entwurf von FIR-Filtern mit der Fenstertechnik . . . . .	99
4.6.3	Pol- und Nullstellen von IIR-Filtern . . . . .	104
4.7	Die Chirp-Z-Transformation . . . . .	108
<b>5</b>	<b>Diskrete Blocktransformationen</b>	<b>111</b>
5.1	Die diskrete Fourier-Transformation (DFT) . . . . .	111
5.2	Die schnelle Fourier-Transformation . . . . .	119
5.2.1	Radix-2-Decimation-in-Time-FFT . . . . .	119
5.2.2	Radix-2-Decimation-in-Frequency-FFT . . . . .	122
5.2.3	Radix-4-FFT . . . . .	123
5.2.4	Split-Radix-FFT . . . . .	124
5.2.5	Weitere FFT-Algorithmen . . . . .	125
5.3	Die schnelle Faltung auf Basis der FFT . . . . .	127
5.4	Die diskrete Kosinustransformation . . . . .	129
5.5	Die diskrete Sinustransformation . . . . .	132
5.6	Hadamard- und Walsh-Hadamard-Transformation . . . . .	132

<b>6</b>	<b>Charakterisierung und Transformation zufälliger Prozesse</b>	<b>134</b>
6.1	Eigenschaften von Zufallsvariablen . . . . .	134
6.2	Zeitkontinuierliche Zufallsprozesse . . . . .	138
6.2.1	Korrelationsfunktionen und Stationarität . . . . .	139
6.2.2	Spektrale Leistungsdichte . . . . .	142
6.2.3	Transformation stochastischer Prozesse durch lineare Systeme	144
6.2.4	Stationäre Bandpassprozesse . . . . .	145
6.3	Die zeitkontinuierliche Karhunen-Loève-Transformation . . . . .	147
6.4	Zeitdiskrete Zufallsprozesse . . . . .	150
6.4.1	Korrelation und Leistungsdichte . . . . .	151
6.4.2	Transformation zeitdiskreter Zufallsprozesse durch lineare Systeme . . . . .	152
6.4.3	Korrelationsmatrizen . . . . .	153
6.4.4	Schätzung von Autokorrelationsfolgen und Leistungsdichte- spektren . . . . .	154
6.5	Die diskrete Karhunen-Loève-Transformation . . . . .	156
6.6	Karhunen-Loève-Transformation reellwertiger AR(1)-Prozesse . . . .	161
6.7	Whitening-Transformation . . . . .	163
6.8	Independent Component Analysis . . . . .	164
<b>7</b>	<b>Filterbänke</b>	<b>169</b>
7.1	Zwei-Kanal-Filterbänke . . . . .	170
7.1.1	Beziehungen zwischen Ein- und Ausgang . . . . .	170
7.1.2	Quadratur-Spiegel-Filter . . . . .	172
7.1.3	Perfekt rekonstruierende Zwei-Kanal-Filterbänke . . . . .	172
7.1.4	Polyphasendarstellung perfekt rekonstruierender Zwei-Kanal- Filterbänke . . . . .	175
7.1.5	Paraunitäre Zwei-Kanal-Filterbänke . . . . .	178
7.1.6	Paraunitäre Filterbank in Lattice-Struktur . . . . .	182
7.1.7	Lifting-Strukturen . . . . .	183
7.2	Filterbänke in Baumstruktur . . . . .	185
7.3	Gleichförmige M-Kanal-Filterbänke . . . . .	187
7.3.1	Filterung und Abtastratenumsetzung . . . . .	187
7.3.2	Beziehungen zwischen Ein- und Ausgang einer M-Kanal- Filterbank . . . . .	190
7.3.3	Polyphasendarstellung . . . . .	191
7.3.4	Paraunitäre Filterbänke . . . . .	194
7.3.5	Entwurf kritisch abgetasteter FIR-Filterbänke . . . . .	194
7.4	DFT-Filterbänke . . . . .	195
7.5	Kosinus-modulierte Filterbänke . . . . .	198
7.5.1	Die modulierte überlappende Transformation . . . . .	199

7.5.2	Allgemeine kosinus-modulierte Filterbänke mit kritischer Abtastung . . . . .	202
7.5.3	Überabgetastete kosinus-modulierte Filterbänke . . . . .	207
7.5.4	Pseudo-QMF-Bänke . . . . .	207
7.6	Überlappende orthogonale Transformationen . . . . .	208
7.7	Analyse von Filterbank-Eigenschaften . . . . .	209
7.7.1	Frame-Analyse . . . . .	210
7.7.2	Bifrequenzanalyse . . . . .	211
7.8	Eigenschaften von Zufallsprozessen in Multiraten-Systemen . . . . .	214
7.8.1	Bispektren stationärer und instationärer Prozesse . . . . .	214
7.8.2	Effekte der Abtastratenumsetzung . . . . .	215
7.8.3	Signalstatistik in gleichförmigen Filterbänken . . . . .	217
7.9	Teilbandzerlegung endlich langer Signale . . . . .	220
7.10	Teilbandcodierung von Bildern . . . . .	224
7.11	Transmultiplexer-Filterbänke . . . . .	225
<b>8</b>	<b>Kurzzeit-Fourier-Transformation</b>	<b>227</b>
8.1	Transformation analoger Signale . . . . .	227
8.1.1	Definition . . . . .	227
8.1.2	Zeit-Frequenz-Auflösung . . . . .	229
8.1.3	Die Unschärferelation . . . . .	231
8.1.4	Das Spektrogramm . . . . .	232
8.1.5	Integrale Rücktransformation . . . . .	234
8.1.6	Diskrete Rücktransformation . . . . .	234
8.2	Transformation zeitdiskreter Signale . . . . .	236
8.2.1	Die schnelle Faltung mittels der STFT . . . . .	238
8.3	Spektrale Subtraktion auf Basis der STFT . . . . .	240
<b>9</b>	<b>Die Wavelet-Transformation</b>	<b>242</b>
9.1	Die zeitkontinuierliche Wavelet-Transformation . . . . .	242
9.2	Wavelets für die Zeit-Skalen-Analyse . . . . .	246
9.3	Integrale Rücktransformation . . . . .	249
9.4	Wavelet-Reihen . . . . .	250
9.4.1	Dyadische Abtastung . . . . .	250
9.4.2	Erhöhung der Frequenzauflösung durch die Aufteilung von Oktaven . . . . .	253
9.5	Die diskrete Wavelet-Transformation . . . . .	254
9.5.1	Das Konzept der Mehrfach-Auflösung . . . . .	254
9.5.2	Signalanalyse durch Multiraten-Filterung . . . . .	260
9.5.3	Wavelet-Synthese durch Multiraten-Filterung . . . . .	261
9.6	Konstruktion von Wavelets durch Vorgabe von Filterkoeffizienten . . . . .	263
9.6.1	Die allgemeine Vorgehensweise . . . . .	263

9.6.2	Momente . . . . .	267
9.6.3	Regularität . . . . .	268
9.6.4	Wavelets mit endlicher Zeitdauer . . . . .	269
9.7	Wavelet-Familien . . . . .	269
9.7.1	Biorthogonale linearphasige Wavelets . . . . .	269
9.7.2	Orthonormale Daubechies-Wavelets . . . . .	274
9.7.3	Coiflets . . . . .	276
9.8	Wavelet-Transformation zeitdiskreter Signale . . . . .	278
9.8.1	Der À-Trous-Algorithmus . . . . .	279
9.8.2	Zeitdiskretes Morlet-Wavelet . . . . .	283
9.9	Die Dual-Tree-Wavelet-Transformation . . . . .	284
9.10	Wavelet-basierte Bildkompression . . . . .	285
9.11	Spärliche Wavelet-Repräsentationen und ihre Anwendungen . . . . .	287
9.11.1	Erzeugung spärlicher Repräsentationen . . . . .	287
9.11.2	Wavelet-basierte Rauschreduktion . . . . .	289
9.11.3	Komprimierte Abtastung . . . . .	291
<b>10</b>	<b>Zeit-Frequenz-Verteilungen</b>	<b>293</b>
10.1	Ambiguitätsfunktion . . . . .	293
10.2	Wigner-Verteilung . . . . .	297
10.2.1	Definition und Eigenschaften . . . . .	297
10.2.2	Beispiele von Zeit-Frequenz-Verteilungen . . . . .	301
10.2.3	Kreuzterme und Kreuz-Wigner-Verteilungen . . . . .	304
10.2.4	Einfluss linearer Operationen . . . . .	307
10.3	Allgemeine Zeit-Frequenz-Verteilungen . . . . .	308
10.3.1	Verschiebungsinvariante Zeit-Frequenz-Verteilungen . . . . .	308
10.3.2	Beispiele verschiebungsinvarianter Zeit-Frequenz-Verteilungen . . . . .	311
10.3.3	Affin-invariante Zeit-Frequenz-Verteilungen . . . . .	316
10.3.4	Zeitdiskrete Berechnung von Zeit-Frequenz-Verteilungen . . . . .	317
10.4	Wigner-Ville-Spektrum . . . . .	319
<b>11</b>	<b>Parameter- und Signalschätzung</b>	<b>325</b>
11.1	Prinzipien der Parameterschätzung . . . . .	325
11.1.1	Maximum-a-posteriori-Schätzung . . . . .	325
11.1.2	Maximum-Likelihood-Schätzung . . . . .	328
11.1.3	Schätzung mit minimalem quadratischen Fehler . . . . .	330
11.1.4	Eigenschaften von Schätzverfahren . . . . .	331
11.2	Lineare Parameterschätzung . . . . .	332
11.2.1	Lineare erwartungstreue Schätzungen . . . . .	332
11.2.2	Lineare Schätzungen mit minimalem mittleren quadratischen Fehler (MMSE-Schätzer) . . . . .	335
11.3	Lineare Optimalfilter . . . . .	342

11.3.1	Wiener-Filter ohne Einschränkung der Filterlänge . . . . .	342
11.3.2	Wiener-Filter mit endlicher Länge . . . . .	345
11.3.3	Lineare Prädiktion um einen Schritt . . . . .	348
11.3.4	Prädiktorentwurf auf Basis endlicher Datenmengen . . . . .	352
11.4	Mehrkanalige Optimalfilter . . . . .	355
11.4.1	Beschreibung der mehrkanaligen Filterung . . . . .	355
11.4.2	Das MINT-Theorem . . . . .	358
11.4.3	Mehrkanalige lineare Optimalfilter . . . . .	360
11.4.4	Blinde Quellentrennung . . . . .	364
<b>Anhang</b>		<b>366</b>
A.1	Methoden zur Verarbeitung von N-Tupeln . . . . .	366
A.1.1	QR-Zerlegung . . . . .	366
A.1.2	Die Moore-Penrose-Pseudoinverse . . . . .	367
A.1.3	Der Nullraum . . . . .	369
A.1.4	Householder-Transformationen . . . . .	370
A.1.5	Givens-Rotationen . . . . .	373
A.2	Multivariate Gaußprozesse . . . . .	375
A.3	Korrespondenztabelle . . . . .	377
<b>Literaturverzeichnis</b>		<b>379</b>
<b>Sachverzeichnis</b>		<b>388</b>