

Inhaltsverzeichnis

1 Signale und Signalräume	1
1.1 Charakterisierung von Signalen	1
1.2 Häufig verwendete Testsignale	4
1.3 Signalräume	9
1.3.1 Vektorräume	10
1.3.2 Metrische Räume	12
1.3.3 Normierte Räume	13
1.3.4 Räume mit Skalarprodukt	15
2 Prinzipien der diskreten und integralen Signaltransformation	20
2.1 Orthogonale Reihenentwicklungen	21
2.1.1 Berechnung des Repräsentanten	21
2.1.2 Orthogonale Projektion	21
2.1.3 Gram-Schmidt-Orthonormalisierungsverfahren	23
2.1.4 Das Parseval'sche Theorem	23
2.1.5 Vollständige orthonormale Funktionensysteme	24
2.1.6 Die Fourier-Reihenentwicklung	25
2.2 Allgemeine Reihenentwicklungen	26
2.2.1 Berechnung des Repräsentanten	26
2.2.2 Orthogonale Projektion	29
2.2.3 Orthogonale Projektion von N-Tupeln	31
2.3 Integraltransformationen	33
3 Zeitkontinuierliche Signale und Systeme	37
3.1 Beschreibung linearer zeitinvarianter Systeme im Zeitbereich	37
3.2 Die Fourier-Transformation	43
3.2.1 Definition	43
3.2.2 Eigenschaften der Fourier-Transformation	45

3.2.3	Symmetrien der Fourier-Transformation	52
3.2.4	Das Gibbs'sche Phänomen	54
3.2.5	Energiedichte und Korrelation deterministischer Signale	55
3.2.6	Energiedichte und Korrelation bei der Übertragung durch LTI-Systeme	57
3.3	Frequenzbereichsanalyse von LTI-Systemen	58
3.3.1	Betrag, Phase und Gruppenlaufzeit	58
3.3.2	Ideale und reale Filter	60
3.4	Die Hilbert-Transformation	62
3.5	Repräsentation von Bandpasssignalen	63
4	Diskrete Signale und Systeme	70
4.1	Abtastung zeitkontinuierlicher Signale	70
4.1.1	Die Impulsfolge und ihr Spektrum	70
4.1.2	Die ideale Abtastung	71
4.2	Eingangs-Ausgangs-Beziehungen diskreter LTI-Systeme	77
4.3	Die zeitdiskrete Fourier-Transformation	82
4.4	Korrelation und Energiedichte	84
4.5	Die Z-Transformation	86
4.5.1	Definition und Konvergenzeigenschaften	86
4.5.2	Die inverse Z-Transformation	89
4.5.3	Eigenschaften der Z-Transformation	90
4.6	Analyse diskreter LTI-Systeme	95
4.6.1	Null- und Polstellen von FIR-Filtern	95
4.6.2	Entwurf von FIR-Filtern mit der Fenstertechnik	99
4.6.3	Pol- und Nullstellen von IIR-Filtern	104
4.7	Die Chirp-Z-Transformation	108
5	Diskrete Blocktransformationen	111
5.1	Die diskrete Fourier-Transformation (DFT)	111
5.2	Die schnelle Fourier-Transformation	119
5.2.1	Radix-2-Decimation-in-Time-FFT	119
5.2.2	Radix-2-Decimation-in-Frequency-FFT	122
5.2.3	Radix-4-FFT	123
5.2.4	Split-Radix-FFT	124
5.2.5	Weitere FFT-Algorithmen	125
5.3	Die schnelle Faltung auf Basis der FFT	127
5.4	Die diskrete Kosinustransformation	129
5.5	Die diskrete Sinustransformation	132
5.6	Hadamard- und Walsh-Hadamard-Transformation	132

6 Charakterisierung und Transformation zufälliger Prozesse	134
6.1 Eigenschaften von Zufallsvariablen	134
6.2 Zeitkontinuierliche Zufallsprozesse	138
6.2.1 Korrelationsfunktionen und Stationarität	139
6.2.2 Spektrale Leistungsdichte	142
6.2.3 Transformation stochastischer Prozesse durch lineare Systeme	144
6.2.4 Stationäre Bandpassprozesse	145
6.3 Die zeitkontinuierliche Karhunen–Loève–Transformation	147
6.4 Zeitdiskrete Zufallsprozesse	150
6.4.1 Korrelation und Leistungsdichte	151
6.4.2 Transformation zeitdiskreter Zufallsprozesse durch lineare Systeme	152
6.4.3 Korrelationsmatrizen	153
6.4.4 Schätzung von Autokorrelationsfolgen und Leistungsdichtespektren	154
6.5 Die diskrete Karhunen–Loève–Transformation	156
6.6 Karhunen–Loève–Transformation reellwertiger AR(1)-Prozesse	161
6.7 Whitening–Transformation	163
6.8 Independent Component Analysis	164
7 Filterbänke	169
7.1 Zwei-Kanal-Filterbänke	170
7.1.1 Beziehungen zwischen Ein- und Ausgang	170
7.1.2 Quadratur-Spiegel-Filter	172
7.1.3 Perfekt rekonstruierende Zwei-Kanal-Filterbänke	172
7.1.4 Polyphasendarstellung perfekt rekonstruierender Zwei-Kanal-Filterbänke	175
7.1.5 Paraunitäre Zwei-Kanal-Filterbänke	178
7.1.6 Paraunitäre Filterbank in Lattice-Struktur	182
7.1.7 Lifting-Strukturen	183
7.2 Filterbänke in Baumstruktur	185
7.3 Gleichförmige M-Kanal-Filterbänke	187
7.3.1 Filterung und Abtastratenumsetzung	187
7.3.2 Beziehungen zwischen Ein- und Ausgang einer M-Kanal-Filterbank	190
7.3.3 Polyphasendarstellung	191
7.3.4 Paraunitäre Filterbänke	194
7.3.5 Entwurf kritisch abgetasteter FIR-Filterbänke	194
7.4 DFT-Filterbänke	195
7.5 Kosinus-modulierte Filterbänke	198
7.5.1 Die modulierte überlappende Transformation	199

7.5.2	Allgemeine kosinus-modulierte Filterbänke mit kritischer Abtastung	202
7.5.3	Überabgetastete kosinus-modulierte Filterbänke	207
7.5.4	Pseudo-QMF-Bänke	207
7.6	Überlappende orthogonale Transformationen	208
7.7	Analyse von Filterbank-Eigenschaften	209
7.7.1	Frame-Analyse	210
7.7.2	Bifrequenzanalyse	211
7.8	Eigenschaften von Zufallsprozessen in Multiratensystemen	214
7.8.1	Bispektren stationärer und instationärer Prozesse	214
7.8.2	Effekte der Abtastratenumsetzung	215
7.8.3	Signalstatistik in gleichförmigen Filterbänken	217
7.9	Teilbandzerlegung endlich langer Signale	220
7.10	Teilbandcodierung von Bildern	224
7.11	Transmultiplexer-Filterbänke	225
8	Kurzzeit-Fourier-Transformation	227
8.1	Transformation analoger Signale	227
8.1.1	Definition	227
8.1.2	Zeit-Frequenz-Auflösung	229
8.1.3	Die Unschärferelation	231
8.1.4	Das Spektrogramm	232
8.1.5	Integrale Rücktransformation	234
8.1.6	Diskrete Rücktransformation	234
8.2	Transformation zeitdiskreter Signale	236
8.2.1	Die schnelle Faltung mittels der STFT	238
8.3	Spektrale Subtraktion auf Basis der STFT	240
9	Die Wavelet-Transformation	242
9.1	Die zeitkontinuierliche Wavelet-Transformation	242
9.2	Wavelets für die Zeit-Skalen-Analyse	246
9.3	Integrale Rücktransformation	249
9.4	Wavelet-Reihen	250
9.4.1	Dyadische Abtastung	250
9.4.2	Erhöhung der Frequenzauflösung durch die Aufteilung von Oktaven	253
9.5	Die diskrete Wavelet-Transformation	254
9.5.1	Das Konzept der Mehrfach-Auflösung	254
9.5.2	Signalanalyse durch Multiraten-Filterung	260
9.5.3	Wavelet-Synthese durch Multiraten-Filterung	261
9.6	Konstruktion von Wavelets durch Vorgabe von Filterkoeffizienten	263
9.6.1	Die allgemeine Vorgehensweise	263

9.6.2	Momente	267
9.6.3	Regularität	268
9.6.4	Wavelets mit endlicher Zeitdauer	269
9.7	Wavelet-Familien	269
9.7.1	Biorthogonale linearphasige Wavelets	269
9.7.2	Orthonormale Daubechies-Wavelets	274
9.7.3	Coiflets	276
9.8	Wavelet-Transformation zeitdiskreter Signale	278
9.8.1	Der A-Trous-Algorithmus	279
9.8.2	Zeitdiskretes Morlet-Wavelet	283
9.9	Die Dual-Tree-Wavelet-Transformation	284
9.10	Wavelet-basierte Bildkompression	285
9.11	Spärliche Wavelet-Repräsentationen und ihre Anwendungen	287
9.11.1	Erzeugung spärlicher Repräsentationen	287
9.11.2	Wavelet-basierte Rauschreduktion	289
9.11.3	Komprimierte Abtastung	291
10	Zeit-Frequenz-Verteilungen	293
10.1	Ambiguitätsfunktion	293
10.2	Wigner-Verteilung	297
10.2.1	Definition und Eigenschaften	297
10.2.2	Beispiele von Zeit-Frequenz-Verteilungen	301
10.2.3	Kreuzterme und Kreuz-Wigner-Verteilungen	304
10.2.4	Einfluss linearer Operationen	307
10.3	Allgemeine Zeit-Frequenz-Verteilungen	308
10.3.1	Verschiebungsinvariante Zeit-Frequenz-Verteilungen	308
10.3.2	Beispiele verschiebungsinvarianter Zeit-Frequenz-Verteilungen	311
10.3.3	Affin-invariante Zeit-Frequenz-Verteilungen	316
10.3.4	Zeitdiskrete Berechnung von Zeit-Frequenz-Verteilungen	317
10.4	Wigner-Ville-Spektrum	319
11	Parameter- und Signalschätzung	325
11.1	Prinzipien der Parameterschätzung	325
11.1.1	Maximum-a-posteriori-Schätzung	325
11.1.2	Maximum-Likelihood-Schätzung	328
11.1.3	Schätzung mit minimalem quadratischen Fehler	330
11.1.4	Eigenschaften von Schätzverfahren	331
11.2	Lineare Parameterschätzung	332
11.2.1	Lineare erwartungstreue Schätzungen	332
11.2.2	Lineare Schätzungen mit minimalem mittlerem quadratischen Fehler (MMSE-Schätzer)	335
11.3	Lineare Optimalfilter	342

11.3.1	Wiener-Filter ohne Einschränkung der Filterlänge	342
11.3.2	Wiener-Filter mit endlicher Länge	345
11.3.3	Lineare Prädiktion um einen Schritt	348
11.3.4	Prädiktorentwurf auf Basis endlicher Datenmengen	352
11.4	Mehrkanalige Optimalfilter	355
11.4.1	Beschreibung der mehrkanaligen Filterung	355
11.4.2	Das MINT-Theorem	358
11.4.3	Mehrkanalige lineare Optimalfilter	360
11.4.4	Blinde Quellentrennung	364
Anhang		366
A.1	Methoden zur Verarbeitung von N-Tupeln	366
A.1.1	QR-Zerlegung	366
A.1.2	Die Moore-Penrose-Pseudoinverse	367
A.1.3	Der Nullraum	369
A.1.4	Householder-Transformationen	370
A.1.5	Givens-Rotationen	373
A.2	Multivariate Gaußprozesse	375
A.3	Korrespondenztabellen	377
Literaturverzeichnis		379
Sachverzeichnis		388