

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	XIII
Prolog: Die Exponentialfunktion	1
1 Abstrakte Integration	5
Mengentheoretische Bezeichnungen und Begriffe	6
Der Begriff der Messbarkeit	8
Einfache Funktionen	17
Elementare Eigenschaften von Maßen	18
Arithmetik in $[0, \infty]$	21
Integration von positiven Funktionen	21
Integration von komplexen Funktionen	28
Die Rolle der Mengen vom Maß Null	31
Übungsaufgaben	36
2 Positive Borel-Maße	39
Vektorräume	39
Topologische Vorbemerkungen	41
Der Rieszsche Darstellungssatz	48
Regularitätseigenschaften von Borel-Maßen	55
Das Lebesgue-Maß	58
Stetigkeitseigenschaften messbarer Funktionen	65
Übungsaufgaben	68
3 L^p-Räume	73
Konvexe Funktionen und Ungleichungen	73
Die L^p -Räume	78
Approximation durch stetige Funktionen	82
Übungsaufgaben	85
4 Elementare Theorie der Hilberträume	91
Innere Produkte und lineare Funktionale	91
Orthonormale Mengen	98
Trigonometrische Reihen	105
Übungsaufgaben	111

5	Beispiele für Banachraum-Techniken	115
	Banachräume	115
	Folgerungen aus dem Baireschen Satz	117
	Fourierreihen stetiger Funktionen	121
	Fourierkoeffizienten von L^1 -Funktionen	124
	Der Satz von Hahn-Banach	126
	Ein abstrakter Zugang zum Poisson-Integral	131
	Übungsaufgaben	135
6	Komplexe Maße	141
	Totalvariation	141
	Absolute Stetigkeit	145
	Folgerungen aus dem Satz von Radon-Nikodym	151
	Beschränkte lineare Funktionale auf L^p	153
	Der Rieszsche Darstellungssatz	156
	Übungsaufgaben	160
7	Differentiation	163
	Ableitungen von Maßen	163
	Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	173
	Differenzierbare Transformationen	180
	Übungsaufgaben	188
8	Integration auf Produkträumen	193
	Messbarkeit auf kartesischen Produkten	193
	Produktmaße	196
	Der Satz von Fubini	198
	Vervollständigung von Produktmaßen	201
	Faltungen	204
	Verteilungsfunktionen	206
	Übungsaufgaben	209
9	Fouriertransformationen	213
	Formale Eigenschaften	213
	Der Umkehrsatz	215
	Der Satz von Plancherel	221
	Die Banachalgebra L^1	227
	Übungsaufgaben	230

10	Elementare Eigenschaften holomorpher Funktionen	235
	Komplexe Differentiation	235
	Wegintegrale	240
	Der lokale Satz von Cauchy	244
	Die Potenzreihendarstellung	249
	Der Satz von der offenen Abbildung	256
	Der globale Satz von Cauchy	260
	Der Residuenkalkül	267
	Übungsaufgaben	272
11	Harmonische Funktionen	277
	Die Cauchy-Riemannschen Gleichungen	277
	Das Poisson-Integral	279
	Die Mittelwerteigenschaft	284
	Randverhalten von Poisson-Integralen	286
	Darstellungssätze	293
	Übungsaufgaben	298
12	Das Maximumprinzip	303
	Einführung	303
	Das Lemma von Schwarz	303
	Die Methode von Phragmen-Lindelöf	306
	Ein Interpolationssatz	311
	Eine Umkehrung des Maximumprinzips	314
	Übungsaufgaben	315
13	Approximation durch rationale Funktionen	319
	Vorbereitung	319
	Der Satz von Runge	323
	Der Satz von Mittag-Leffler	326
	Einfach zusammenhängende Gebiete	328
	Übungsaufgaben	330
14	Konforme Abbildungen	333
	Winkeltreue Abbildungen	333
	Gebrochen lineare Transformationen	334
	Normale Familien	337
	Der Riemannsche Abbildungssatz	338
	Die Klasse S	341
	Stetigkeit auf dem Rand	345
	Konforme Abbildungen eines Kreisinges	348
	Übungsaufgaben	350

15	Die Nullstellen von holomorphen Funktionen	357
	Unendliche Produkte	357
	Der Weierstraßsche Produktsatz	361
	Ein Interpolationsproblem	365
	Die Jensensche Formel	367
	Blaschke-Produkte	371
	Der Satz von Müntz-Szasz	374
	Übungsaufgaben	378
16	Analytische Fortsetzung	383
	Reguläre und singuläre Punkte	383
	Fortsetzung längs einer Kurve	388
	Der Monodromiesatz	392
	Die Konstruktion einer Modulfunktion	393
	Der Satz von Picard	397
	Übungsaufgaben	398
17	H^p-Räume	403
	Subharmonische Funktionen	403
	Die Räume H^p und N	405
	Der Satz von F. und M. Riesz	410
	Faktorisierungssätze	411
	Der Shift-Operator	416
	Konjugierte Funktionen	421
	Übungsaufgaben	423
18	Elementare Theorie der Banachalgebren	427
	Einführung	427
	Die invertierbaren Elemente	428
	Ideale und Homomorphismen	434
	Anwendungen	438
	Übungsaufgaben	442
19	Holomorphe Fouriertransformationen	445
	Einführung	445
	Zwei Sätze von Paley und Wiener	447
	Quasianalytische Klassen	451
	Der Satz von Denjoy-Carleman	455
	Übungsaufgaben	459

20	Gleichmäßige Approximation durch Polynome	463
	Einführung	463
	Einige Hilfssätze	464
	Der Satz von Mergelyan	467
	Übungsaufgaben	471
	Anhang: Der Hausdorffsche Maximalkettensatz	473
	Bemerkungen und Kommentare	476
	Literaturverzeichnis	485
	Symbolverzeichnis	489
	Index	491