

Inhaltsverzeichnis

Bezeichnungsweise	XII
-------------------------	-----

1 Lösung der nichtlinearen Gleichungen.....	1
1.1 Newton-Raphson-Verfahren	1
1.2 Andere Lösungsverfahren	3
1.3 Schrittweitensteuerung.....	4
1.4 Eindimensionale Minimum-Suche (<i>line search</i>).....	4
1.5 Konvergenzkriterien	6

Hauptabschnitt I: Geometrische Nichtlinearitäten

2 Geometrisch nichtlineares Verhalten.....	8
2.1 Grundbegriffe der geometrischen Nichtlinearitäten.....	8
2.2 Theorie 2. Ordnung, Gleichgewicht am verformten System.....	9
2.2.1 Motivation und FE-Umsetzung	9
2.2.2 Warum Theorie 2. Ordnung?.....	11
2.2.3 Lineares Beulen	13
2.2.4 Korrekte Spannungsversteifungs-Matrix für den Balken	17
2.3 Große Drehungen (Rotationen).....	20
2.3.1 Geeignetes Dehnungsmaß: Green-Lagrange-Dehnungen.....	20
2.3.2 Das Prinzip der virtuellen Arbeiten bei geometrisch nichtlinearen Problemstellungen	24
2.3.3 Lösung der nichtlinearen Gleichungen mit dem Newton-Raphson- Verfahren.....	25
2.3.4 Testproblem Zweibock.....	28
2.3.5 Mitdrehende Formulierung (<i>Co-rotational formulation</i>).....	32
2.4 Große Dehnungen	46
2.4.1 Eindimensionale Betrachtungen	46
2.4.2 Zugehörige Spannungen.....	49
2.4.3 Übergang ins Zwei- und Dreidimensionale	52
2.4.4 Hencky-Dehnungen in Symbolen der Kontinuumsmechanik.....	53
2.4.5 Klassische Updated-Lagrange-Formulierung.....	53
2.4.6 Logarithmische Dehnungen und mitdrehende Formulierung	57
3 Stabilitätsprobleme.....	59
3.1 Phänomene.....	59
3.2 Bedingungen für kritische Punkte, Indifferenzkriterium	64
3.2.1 Allgemeines.....	64
3.2.2 Formulierungen der Instabilitätsbedingung	66
3.2.3 Modalanalyse (Eigenfrequenzanalyse) und Stabilitätsprobleme	68
3.2.4 Direkte Identifikation kritischer Punkte durch ein erweitertes System	71
3.3 Bedeutung des Eigenvektors.....	73
3.4 Imperfektionen.....	74

3.4.1	Imperfektion durch Kräfte	74
3.4.2	Imperfektion durch geometrische Vorgaben.....	74
3.4.3	Imperfektion durch eine lineare Beulanalyse.....	75
3.4.4	Begleitende Eigenwert-Analyse.....	75
3.4.5	Imperfektionsempfindlichkeit.....	77
3.4.6	Größe der Imperfektion.....	79
4	Lastinkrementierung in einer nichtlinearen Berechnung	81
4.1	Kraftsteuerung.....	81
4.2	Einfache Verschiebungssteuerung.....	81
4.3	Verschiebungssteuerung mit Kraftgrößen.....	83
4.4	Bogenlängenverfahren (arc-length method).....	84
4.4.1	Suche senkrecht zur letzten Sekante	85
4.4.2	Modellproblem.....	86
4.4.3	Suche senkrecht zur ersten Tangente	88
4.4.4	Suche senkrecht zur aktuellen Tangente	89
4.4.5	Suche auf einem Kreis bzw. einer Hyperkugel.....	92
4.4.6	Anfangswerte und Bogenlänge	97
4.4.7	Lösung des erweiterten Systems	99
 Hauptabschnitt II: Nichtlineares Materialverhalten		
5	Grundzüge der Materialmodelle	102
5.1	Repräsentative eindimensionale Grundelemente.....	102
5.1.1	Elastizität (Hooke-Element).....	102
5.1.2	Plastizität (St.-Venant-Element)	103
5.1.3	Zeitabhängiges Verhalten (Newton-Element).....	103
5.2	Aus Grundelementen zusammengesetzte Modelle.....	104
5.2.1	Elasto-Plastizität (Prandtl-Element).....	104
5.2.2	Maxwell-Element für Kriechen	106
5.2.3	Kelvin-Voigt-Element für Visko-Elastizität	108
5.2.4	Erweitertes Viskoelastizitätsmodell	111
5.2.5	Bingham-Modell als Beispiel für Visko-Plastizität	111
5.2.6	Burghers-Modell.....	112
5.3	Berücksichtigung des Materialverhaltens in der FEM	114
6	Theorie und Numerik der linearen Visko-Elastizität	116
6.1	Grundformeln für den eindimensionalen Fall	116
6.2	Einführung von Zeitschritten.....	118
6.3	Numerik.....	119
6.4	Werkstofftangente	121
6.5	Algorithmus.....	121
6.6	Mehrdimensionaler Fall	122
6.6.1	Kugeltensor und Deviator.....	122
6.6.2	Spannungsberechnung	123
6.6.3	Werkstofftangente.....	124

6.6.4	Algorithmus.....	126
6.7	Temperaturabhängigkeit	127
6.7.1	Grundlagen thermo-rheologisch einfacher Materialien, Pseudo-Zeit.....	128
6.7.2	Zeitintegration	129
6.7.3	Shift-Funktionen.....	132
6.7.4	Spannungen	134
6.7.5	Tangente	134
6.7.6	Algorithmus.....	134
6.8	Ebener Spannungs- und Verzerrungszustand.....	135
6.8.1	Ebener Verzerrungszustand	135
6.8.2	Ebener Spannungszustand	136
6.9	Beispielrechnungen.....	138
6.9.1	Zu Kapitel 6.1	138
6.9.2	Zu Kapitel 6.2.....	139
6.9.3	Zu Kapitel 6.3.....	140
7	Theorie und Numerik des Kriechens	142
7.1	Grundsätzliches.....	142
7.2	Zeitintegration beim Kriechen	146
7.2.1	Differenzenquotienten	146
7.2.2	Kriechbeispiel.....	146
7.2.3	Explizite Zeitintegration	147
7.2.4	Variabler Zeitschritt.....	151
7.2.5	Implizite Zeitintegration	152
7.2.6	Zusammenfassung Kriechbeispiel	158
7.2.7	Zusammenwirken mit anderen Materialnichtlinearitäten	158
7.3	Konsistente Tangente für implizites Kriechen	158
7.3.1	Herleitung.....	158
7.3.2	Beispiele	161
7.4	Allgemeine Form für lokale und globale Iteration.....	166
8	Theorie und Numerik der Elasto-Plastizität	170
8.1	Grundbegriffe eindimensionalen Verhaltens	170
8.2	Bausteine einer mehrdimensionalen Elasto-Plastizitätstheorie	172
8.3	Fließregeln	173
8.4	Kugeltensor und Deviator, Hauptspannungen und Hauptspannungsraum.....	174
8.5	Klassische Fließbedingungen.....	176
8.5.1	Gestaltänderungsenergie-Hypothese (nach von Mises).....	176
8.5.2	Schubspannungs-Hypothese (Tresca).....	178
8.5.3	Mohr-Coulomb-Bedingung	182
8.5.4	Drucker-Prager-Bedingung	184
8.6	Verfestigungsregeln	185
8.6.1	Einachsige Spannungs-Dehnungs-Beziehungen.....	185
8.6.2	Mehrdimensionales Verfestigungsverhalten.....	187
8.7	Erfüllung der Stoffgleichungen in der FEM, lokale Iteration	191
8.7.1	Allgemeine Darstellung	191
8.7.2	Beispiel lineare Verfestigung	194

8.8	Konsistente Tangente	196
8.8.1	Allgemeine Darstellung	196
8.8.2	Beispiel lineare Verfestigung.....	199
8.9	Tensor- und Vektorschreibweise, Tensor- und Ingenieurnotation	200
8.10	Beispielprogrammierung in USERPL von ANSYS	201
8.11	Modelle für kinematische Verfestigung	207
8.11.1	Besseling-Modell (Overlay-Modell).....	207
8.11.2	Armstrong-Frederik- bzw. Chaboche-Modell.....	212
8.12	Einspielen (Shakedown) und Ratcheting.....	214
8.12.1	Begriffe	214
8.12.2	Melan-Theorem	215
8.12.3	Struktur-Ratcheting.....	217
8.12.4	Material-Ratcheting	220
8.12.5	Thermisches Ratcheting.....	224
8.12.6	Numerisches Ratcheting bei Temperaturzyklen	226
 Hauptabschnitt III: Kontakt		
9	Einführung in Kontaktberechnungen	228
9.1	Was bedeutet Kontakt?.....	228
9.2	Modellierung von Kontakt	229
9.2.1	Punkt-zu-Punkt- bzw. Knoten-zu-Knoten-Kontakt.....	229
9.2.2	Knoten-zu-Oberfläche-Kontakt	230
9.2.3	Punkt-zu-Oberfläche-Kontakt.....	230
9.2.4	Oberfläche-zu-Oberfläche-Kontakt	231
10	Erfüllung der Kontaktbedingung.....	232
10.1	Direkte Einführung der Nebenbedingung.....	233
10.2	Penalty-Methode	234
10.3	Lagrange-Multiplikator-Methode.....	236
10.4	Finite-Elemente-Testproblem.....	237
10.4.1	Direkte Einführung der Nebenbedingung in das Gleichungssystem.....	238
10.4.2	Penalty-Verfahren	243
10.4.3	Methode der Lagrange'schen Multiplikatoren.....	245
10.4.4	Perturbed-Lagrange-Methode	247
10.4.5	Augmented-Lagrange-Verfahren	249
10.5	Überbestimmtheit durch Kontakt (Overconstraining).....	251
11	Aspekte der Kontaktmodellierung	252
11.1	Knoten-zu-Oberfläche-Kontakt.....	252
11.2	Punkt-zu-Oberfläche-Kontakt	254
11.2.1	Integrationspunkt-Kontakt.....	254
11.2.2	Knoten als Integrationspunkte	260

11.3 Konvergenz-Erzielung	261
11.3.1 Penalty-Verfahren.....	262
11.3.2 Lagrange-Verfahren und direkte Einbringung.....	266
11.3.3 Geeignete Vernetzung und Lastaufbringung	266
11.4 Systemmatrizen.....	267
12 Kontakt-Kinematik	268
13 Kontaktfeststellung.....	271
13.1 Suchstrategien	271
13.1.1 Bucket Sort.....	271
13.1.2 Pinball-Algorithmus	272
13.1.3 Topologie-Suche	275
13.2 Auswahl von Master- und Slave-Seite.....	275
13.3 Nahbereichs-Kontaktberechnungen	277
13.3.1 Ebene Flächen	277
13.3.2 Pseudoelement-Algorithmus	278
13.3.3 Normalensuche	279
13.4 Konkave Knicke und Ecken.....	282
14 Reibung.....	284
15 Kontakt mit Schalen- und Balkenelementen	286
15.1 Dickenberücksichtigung	286
15.2 Momente aus Exzentrizitäten.....	287
Literaturhinweise	289
Stichwortverzeichnis	291