

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1 Mathematische Grundlagen	5
1.1 Vorbemerkung	5
1.2 Komplexe Zahlen	5
1.3 Matrizen	9
1.3.1 Definitionen und Rechenregeln	9
1.3.2 Rang einer Matrix	12
1.3.3 Transponierte und Inverse einer Matrix	13
1.3.4 Spur einer Matrix	14
1.3.5 Spezielle Matrizen	15
1.3.6 Partitionierte Matrizen	16
1.3.7 Kroneckerprodukt	19
1.4 Lineare Transformationen	20
1.5 Determinanten	21
1.6 Eigenwerte und Eigenvektoren	25
1.7 Diagonalisierung von Matrizen	27
1.8 Quadratische Formen und Definitheit	30
1.9 Vektorräume	34
1.9.1 Definition und Beispiele	34
1.9.2 Unterräume	36
1.9.3 Lineare Unabhängigkeit und Basis	37

1.9.4	Konvexe Teilmengen eines Vektorraumes	39
1.10	Metrische Räume	40
1.11	Geordnete Mengen und Ungleichungen	45
1.12	Funktionen und ihre Eigenschaften	51
1.13	Aufgaben	55
2	Differential- und Integralrechnung	59
2.1	Vorbemerkungen zur Gliederung	59
2.2	Differentialrechnung	60
2.2.1	Die Grenzen des Grundstudiums	60
2.2.2	Vektorwertige Funktionen	61
2.2.3	Stetigkeit vektorwertiger Funktionen	65
2.2.4	Differenzierbarkeit vektorwertiger Funktionen	68
2.2.5	Invertierbare Funktionen	81
2.2.6	Implizite Funktionen	86
2.2.7	Extrema von Funktionen ohne Nebenbedingungen	93
2.2.8	Extrema von Funktionen mit Nebenbedingungen	96
2.3	Riemann-Integral	105
2.3.1	Einleitung	105
2.3.2	Das Riemann-Integral im $\mathbb{R}$	106
2.3.3	Ein Blick voraus	107
2.3.4	Das Riemann-Integral im $\mathbb{R}^2$	108
2.3.5	Sätze und Regeln zum Doppelintegral	111
2.3.6	Vom Doppelintegral zum zweifach iterierten Integral	113
2.3.7	Iteriertes Integral über allgemeinen Bereichen	117
2.3.8	Das Riemann-Integral im $\mathbb{R}^n$	120
2.3.9	Der Satz von Fubini	122
2.3.10	Variablentransformation in n -dimensionalen Integralen	123
2.3.11	Uneigentliche Integrale	132

2.4	Riemann-Stieltjes-Integral	133
2.4.1	Der Fall $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$	133
2.4.2	Anwendungen in der Statistik	136
2.4.3	Eigenschaften des Riemann-Stieltjes-Integrals	138
2.4.4	Rechenregeln für Riemann-Stieltjes-Integrale	139
2.4.5	Das n -dimensionale Riemann-Stieltjes-Integral	140
2.5	Matrizen, Vektoren und Differentiation	140
2.5.1	Differentiation nach einem Skalar	140
2.5.2	Differentiation nach einem Vektor	143
2.5.3	Differentiation nach einer Matrix	147
2.6	Aufgaben	148
3	Verallgemeinerte inverse Matrizen	151
3.1	Vorbemerkungen	151
3.2	Motivierende Beispiele	153
3.2.1	Lineares Regressionsmodell	153
3.2.2	Verzerrte Schätzung multivariater Parameter	156
3.3	Verallgemeinerte Inverse	157
3.4	Lösung von linearen Gleichungssystemen	161
3.5	Umgang mit g -Inversen	166
3.6	Invarianz und nichtnegative Definitheit	167
3.7	Moore-Penrose-Inverse	170
3.8	Approximative Lösung von Gleichungssystemen	175
3.9	Projektionen und Projektoren	179
3.10	Numerische Methoden	187
3.10.1	Bestimmung einer g -Inversen	188
3.10.2	Bestimmung der MP-Inversen nach Dwivedi	194
3.11	Aufgaben	196

4	Nichtnegative Matrizen	201
4.1	Vorbemerkungen	201
4.2	Motivierende Beispiele	201
4.2.1	Statisches Leontief-Modell	202
4.2.2	Erweitertes Leontief-Modell	203
4.2.3	Einkommensverteilungsmodell	204
4.2.4	Dynamisches Leontief-Modell	204
4.3	Grundlegende Eigenschaften	205
4.3.1	Nichtnegativität	205
4.3.2	Matrixnormen	210
4.3.3	Konvergenz von Matrizen	213
4.3.4	Diagonaldominanz	216
4.3.5	Zerlegbarkeit	221
4.4	Frobenius-Wurzel	225
4.5	Stochastische Matrizen	233
4.6	Aufgaben	240
5	Differenzen- und Differentialgleichungen in der dynamischen Analyse	243
5.1	Vorbemerkungen	243
5.2	Einführende Beispiele	244
5.2.1	Cobweb-Modell (Spinnweb-Modell)	244
5.2.2	Multiplikator-Akzelerator-Modell von Samuelson	245
5.2.3	Angebot-Nachfrage-Modell von Evans	246
5.2.4	Cobweb-Modell mit Lagerbeständen	247
5.2.5	Harrod-Domar-Modell	247
5.3	Grundlegende Begriffe und Sätze	248
5.3.1	Definition von Differenzen- und Differentialgleichungen	248
5.3.2	Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen	250
5.3.3	Struktur des Lösungsraumes	252
5.3.4	Stabilität und Gleichgewicht	259

5.4	Lineare Differenzengleichungen mit konstanten Koeffizienten	261
5.4.1	Lineare Differenzengleichungen 1. Ordnung	261
5.4.2	Lineare Differenzengleichungen 2. Ordnung	268
5.4.3	Lineare Differenzengleichungen n -ter Ordnung	276
5.4.4	Systeme von linearen Differenzengleichungen	281
5.4.5	Darstellung der Lösung mit Hilfe von Eigenwerten	283
5.5	Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten . .	289
5.5.1	Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung	289
5.5.2	Lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung	293
5.5.3	Lineare Differentialgleichungen n -ter Ordnung	299
5.5.4	Systeme von linearen Differentialgleichungen	303
5.6	Operatordarstellung linearer Differenzen- und Differentialgleichungen	309
5.7	Nichtlineare Differenzen- und Differentialgleichungen	313
5.7.1	Vorbemerkungen	313
5.7.2	Nichtlineare Differentialgleichungen 1. Ordnung	317
5.7.3	Stabilität und Gleichgewicht	320
5.8	Aufgaben	323
6	Lineare Optimierung	327
6.1	Einführung	327
6.2	Graphische Lösung	333
6.3	Die Standardform	334
6.4	Der Simplex Algorithmus	341
6.5	Phase I und Phase II des Simplex Algorithmus	352
6.6	Der duale Simplex Algorithmus	357
6.7	Dualität	359
6.8	Zweipersonen-Nullsummenspiele	367
6.9	Das Transportproblem	375
6.10	Parametrische Optimierung	383
6.10.1	Variation der rechten Seite	383
6.10.2	Variation der Zielfunktion	386
6.11	Aufgaben	389

7	Ganzzahlige Optimierung	397
7.1	Einführende Beispiele	397
7.2	Lösungsansätze	400
7.3	Das Branch-and-Bound-Verfahren	403
7.4	Das Schnittebenenverfahren	410
7.5	Simulated Annealing	412
7.6	Tabu Search	417
7.7	Genetische Algorithmen	420
7.8	Aufgaben	422
8	Nichtlineare Optimierung	427
8.1	Einführende Beispiele	427
8.2	Optimalitätsbedingungen	431
8.3	Konvexe Optimierungsprobleme	437
8.4	Quadratische Optimierungsprobleme	442
8.5	Gradientenverfahren	443
8.5.1	Methode des steilsten Abstiegs	444
8.5.2	Verfahren konjugierter Richtungen	445
8.5.3	Newton-Verfahren	447
8.5.4	Quasi-Newton-Verfahren	447
8.6	Verfahren zulässiger Richtungen	448
8.7	Methode der äußeren Approximation	452
8.8	Methode der Straffunktionen	453
8.8.1	Methode der äußeren Straffunktionen	453
8.8.2	Methode der inneren Straffunktionen	455
8.9	Die Komplementaritätsmethode	457
8.10	Aufgaben	461

9	Dynamische Optimierung	465
9.1	Einführung	465
9.2	Deterministische dynamische Optimierung	471
9.2.1	Das Basismodell	471
9.2.2	Das Optimalitätskriterium	473
9.2.3	Die Optimalitätsgleichung	474
9.2.4	Wertiteration	476
9.2.5	Anwendungsbereiche	478
9.3	Stochastische dynamische Optimierung	481
9.3.1	Das Basismodell	481
9.3.2	Das Optimalitätskriterium	483
9.3.3	Die Optimalitätsgleichung	486
9.3.4	Wertiteration	488
9.3.5	Ein Kontrollmodell	489
9.3.6	Optimalität strukturierter Strategien	490
9.4	Verallgemeinerungen	506
9.5	Aufgaben	506
	Lösungen ausgewählter Aufgaben	511
	Literatur	553
	Index	559