

Inhaltsverzeichnis

Teil I Grundlagen

1	Mengen	5
1.1	Grundzüge der Mengenlehre	5
1.2	Mengenoperationen	7
1.3	Partitionen	8
1.4	Geordnete Paare und kartesische Produkte	10
1.5	Relationen	11
2	Zahlen	17
2.1	Die natürlichen Zahlen \mathbb{N}	17
2.2	Die ganzen Zahlen \mathbb{Z}	18
2.3	Die rationalen Zahlen \mathbb{Q}	20
2.4	Die reellen Zahlen \mathbb{R}	21
2.5	Die komplexen Zahlen \mathbb{C}	26
3	Vollständige Induktion	31
3.1	Das Induktionsprinzip	31
3.2	Induktive Definitionen	33
3.3	Binomialkoeffizienten	34

Teil II Analysis I

4	Funktionen	43
4.1	Grundbegriffe	43
4.2	Umkehrbarkeit von Funktionen	49
4.3	Unendliche Weiten: Mengenvergleiche	51

5	Folgen und Grenzwerte	55
5.1	Der Begriff der Folge	55
5.2	Die Konvergenz von Folgen und der Grenzwertbegriff	58
5.3	Rechnen mit konvergenten Folgen	64
5.4	Divergenz gegen unendlich	66
5.5	Teilfolgen und Häufungspunkte	68
5.6	Unendliche Reihen	70
6	Stetigkeit	81
6.1	Grenzwerte und Stetigkeit von Funktionen	82
6.2	Zwischenwertsatz und Gleichgewichte	85
6.3	Umkehrsatz für monotone Funktionen	87
6.4	Wurzel-, Potenz- und Logarithmusfunktion	88
7	Differentialrechnung	93
7.1	Grundlagen der Differentiation	93
7.2	Die Regel von de l'Hospital	102
8	Optimierung I	107
8.1	Vorbemerkungen	108
8.2	Lokale Extremstellen I: Notwendige Bedingung	109
8.3	Der Mittelwertsatz	111
8.4	Konvexe und konkave Funktionen	115
8.5	Lokale Extremstellen II: Hinreichende Bedingung	118
8.6	Prozentuale Änderungen: Elastizität	122
9	Integration	127
9.1	Riemann'sche Summen und Definition des Integrals	127
9.2	Hauptsätze der Analysis	134
9.3	Zwei wichtige Integrationsregeln	139
9.4	Uneigentliche Integrale	141
9.5	Taylorentwicklung und Taylorreihen	144

Teil III Lineare Algebra

10	Vektorräume	155
10.1	Der Begriff des Vektorraums	156
10.2	Lineare Unabhängigkeit	162
10.3	Lineare Abbildungen und Matrizen	167
10.4	Skalarprodukt und Länge von Vektoren	179

11 Lineare Gleichungssysteme	185
11.1 Abstrakte Lösungstheorie	186
11.2 Der Gauß'sche Algorithmus	192
11.3 Quadratische lineare Gleichungssysteme und Matrizen	200
11.4 Determinanten	201
12 Weiterführende Themen	211
12.1 Quadratische Formen und Definitheit	211
12.2 Eigenwerte	219
 Teil IV Analysis II	
13 Topologie	239
13.1 Normierte Vektorräume	239
13.2 Stetigkeit und Kompakta	245
14 Differentialrechnung im \mathbb{R}^p	255
14.1 Graphische Darstellung von Funktionen	255
14.2 Partielle Ableitung und Richtungsableitung	256
14.3 Ableitung und totales Differential	262
14.4 Kettenregel	266
14.5 Implizite Funktionen und Umkehrsatz	270
14.6 Taylorentwicklung	276
15 Optimierung II	281
15.1 Extremstellen ohne Nebenbedingungen	281
15.2 Konvexe Funktionen	286
15.3 Nebenbedingungen in Form von Gleichungen: Lagrange	288
15.4 Komparative Statik: Der Einhüllendensatz	294
15.5 Nebenbedingungen in Form von Ungleichungen	298
15.6 Lineare Programmierung	303
16 Weiterführende Themen	311
16.1 Mengenwertige Funktionen: Korrespondenzen	311
16.2 Fixpunktsätze	315
A Verzeichnis gebräuchlicher Symbole	321
A.1 Mengenlehre	321
A.2 Logik	321
B Das griechische Alphabet	323

XVI Inhaltsverzeichnis

C Kleine Vokabelsammlung 325

Sachverzeichnis 331