

# Inhaltsverzeichnis

## Teil I Grundlagen

<b>1 Mengen</b> . . . . .	5
1.1 Grundzüge der Mengenlehre . . . . .	5
1.2 Mengenoperationen . . . . .	7
1.3 Partitionen . . . . .	8
1.4 Geordnete Paare und kartesische Produkte . . . . .	10
1.5 Relationen . . . . .	11
<b>2 Zahlen</b> . . . . .	17
2.1 Die natürlichen Zahlen $\mathbb{N}$ . . . . .	17
2.2 Die ganzen Zahlen $\mathbb{Z}$ . . . . .	18
2.3 Die rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$ . . . . .	20
2.4 Die reellen Zahlen $\mathbb{R}$ . . . . .	21
2.5 Die komplexen Zahlen $\mathbb{C}$ . . . . .	26
<b>3 Vollständige Induktion</b> . . . . .	31
3.1 Das Induktionsprinzip . . . . .	31
3.2 Induktive Definitionen . . . . .	33
3.3 Binomialkoeffizienten . . . . .	34

## Teil II Analysis I

<b>4 Funktionen</b> . . . . .	43
4.1 Grundbegriffe . . . . .	43
4.2 Umkehrbarkeit von Funktionen . . . . .	49
4.3 Unendliche Weiten: Mengenvergleiche . . . . .	51

## XIV Inhaltsverzeichnis

<b>5 Folgen und Grenzwerte</b> .....	55
5.1 Der Begriff der Folge .....	55
5.2 Die Konvergenz von Folgen und der Grenzwertbegriff ..	58
5.3 Rechnen mit konvergenten Folgen .....	64
5.4 Divergenz gegen unendlich .....	66
5.5 Teilfolgen und Häufungspunkte .....	68
5.6 Unendliche Reihen .....	70
<b>6 Stetigkeit</b> .....	81
6.1 Grenzwerte und Stetigkeit von Funktionen .....	82
6.2 Zwischenwertsatz und Gleichgewichte .....	85
6.3 Umkehrsatz für monotone Funktionen .....	87
6.4 Wurzel-, Potenz- und Logarithmusfunktion .....	88
<b>7 Differentialrechnung</b> .....	93
7.1 Grundlagen der Differentiation .....	93
7.2 Die Regel von de l'Hospital .....	102
<b>8 Optimierung I</b> .....	107
8.1 Vorbemerkungen .....	108
8.2 Lokale Extremstellen I: Notwendige Bedingung .....	109
8.3 Der Mittelwertsatz .....	111
8.4 Konvexe und konkave Funktionen .....	115
8.5 Lokale Extremstellen II: Hinreichende Bedingung .....	118
8.6 Prozentuale Änderungen: Elastizität .....	122
<b>9 Integration</b> .....	127
9.1 Riemann'sche Summen und Definition des Integrals .....	127
9.2 Hauptsätze der Analysis .....	134
9.3 Zwei wichtige Integrationsregeln .....	139
9.4 Uneigentliche Integrale .....	141
9.5 Taylorentwicklung und Taylorreihen .....	144

## Teil III Lineare Algebra

<b>10 Vektorräume</b> .....	155
10.1 Der Begriff des Vektorraums .....	156
10.2 Lineare Unabhängigkeit .....	162
10.3 Lineare Abbildungen und Matrizen .....	167
10.4 Skalarprodukt und Länge von Vektoren .....	179

<b>11</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme</b>	185
11.1	Abstrakte Lösungstheorie	186
11.2	Der Gauß'sche Algorithmus	192
11.3	Quadratische lineare Gleichungssysteme und Matrizen	200
11.4	Determinanten	201
<b>12</b>	<b>Weiterführende Themen</b>	211
12.1	Quadratische Formen und Definitheit	211
12.2	Eigenwerte	219
 <b>Teil IV Analysis II</b>		
<b>13</b>	<b>Topologie</b>	239
13.1	Normierte Vektorräume	239
13.2	Stetigkeit und Kompakta	245
<b>14</b>	<b>Differentialrechnung im <math>\mathbb{R}^p</math></b>	255
14.1	Graphische Darstellung von Funktionen	255
14.2	Partielle Ableitung und Richtungsableitung	256
14.3	Ableitung und totales Differential	262
14.4	Kettenregel	266
14.5	Implizite Funktionen und Umkehrsatz	270
14.6	Taylorentwicklung	276
<b>15</b>	<b>Optimierung II</b>	281
15.1	Extremstellen ohne Nebenbedingungen	281
15.2	Konvexe Funktionen	286
15.3	Nebenbedingungen in Form von Gleichungen: Lagrange	288
15.4	Komparative Statik: Der Einhüllendensatz	294
15.5	Nebenbedingungen in Form von Ungleichungen	298
15.6	Lineare Programmierung	303
<b>16</b>	<b>Weiterführende Themen</b>	311
16.1	Mengenwertige Funktionen: Korrespondenzen	311
16.2	Fixpunktsätze	315
<b>A</b>	<b>Verzeichnis gebräuchlicher Symbole</b>	321
A.1	Mengenlehre	321
A.2	Logik	321
<b>B</b>	<b>Das griechische Alphabet</b>	323

XVI   Inhaltsverzeichnis

<b>C   Kleine Vokabelsammlung</b> .....	325
<b>Sachverzeichnis</b> .....	331