



BIBLIOTHEK
des technischen Wissens

Roland Gomeringer
Jörg Horst
Roland Kilgus
Volker Menges

Stefan Oesterle
Thomas Rapp
Claudius Scholer
Andreas Stenzel

Andreas Stephan
Falko Wieneke
Jan Ziebart

Tabellenbuch Maschinenbau

1. Auflage

Europa-Nr.: 50089

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorf Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Autoren:

Roland Gomeringer	Studiendirektor	Meßstetten
Jörg Horst	Prof. Dr. rer.nat.	Bielefeld
Roland Kilgus	Oberstudiendirektor	Neckartenzlingen
Volker Menges	Dipl.-Ing.	Lichtenstein
Stefan Oesterle	Dipl.-Ing.	Amtzell
Thomas Rapp	Dipl.-Ing.	Albstadt
Claudius Scholer	Dipl.-Ing.	Metzingen
Andreas Stenzel	Dipl.-Ing.	Balingen
Andreas Stephan	Dipl.-Ing.	Marktoberdorf
Falko Wieneke	Dipl.-Ing.	Essen
Jan Ziebart	Prof. Dr.-Ing.	Werther

Lektorat:

Roland Gomeringer, Meßstetten

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Maßgebend für die Anwendung der Normen und der anderen Regelwerke sind deren neueste Ausgaben. Verbindlich für die Anwendung sind nur die Original-Normblätter.

Sie können durch die Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

Das vorliegende Tabellenbuch wurde mit aller gebotenen Sorgfalt erarbeitet. Dennoch übernehmen die Autoren und der Verlag für die Richtigkeit der Angaben sowie für eventuelle Satz- oder Druckfehler keine Haftung.

Alle Bilder im Buch ohne Quellenangaben wurden vom Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern oder von den Autoren erstellt und bearbeitet.

1. Auflage 2023

Druck 6 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-7585-5008-9

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2023 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt

Umschlag: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar

Umschlagfotos: Adobe Systems Software Ireland Limited, Adobe Stock, Dublin, Irland: © tumbartsev,

© Colin Anderson/Stocksy; Sauter Feinmechanik GmbH, 72555 Metzingen

Druck: Himmer GmbH, 86167 Augsburg

Vorwort

Zielgruppen des Tabellenbuches

Studierende der Fachschulen, der Hochschulen für angewandte Wissenschaften und der Hochschulen mit ingenieurwissenschaftlichen Schwerpunkten aus

- Maschinenbau
- Produktionstechnik, Mechatronik
- Verfahrenstechnik, Umwelttechnik
- Automobil, Landmaschinentechnik
- Luft- und Raumfahrttechnik
- Feinwerktechnik, Medizintechnik
- Wirtschaftsingenieurstudium

Praktiker*innen in Handwerk und Industrie aus

- Konstruktion, Produktdesign
- Organisation, Arbeitsplanung und Fertigung

Inhalt

Der Inhalt des Buches ist in sieben Hauptkapitel gegliedert, die in der rechten Spalte angegeben sind. Grundlage des Tabellenbuches Maschinenbau ist das Tabellenbuch Metall, das neu strukturiert und damit auch neu gestaltet wurde.

Im **1. Kapitel „Technische Mathematik“** werden allgemeine mathematische und geometrische Grundlagen gelegt und durch Inhalte der Höheren Mathematik ergänzt.

Das **2. Kapitel „Technische Physik“** hat einen Schwerpunkt bei der Festigkeitslehre. Statische und dynamische Belastungen werden betrachtet und Dimensionierungen abgeleitet. Weitere Themen der Physik wie z. B. Schwingungen, Strömungslehre, Thermodynamik und Optik sind enthalten.

Das **3. Kapitel „Technische Kommunikation“** steht ganz im Zeichen der Produktentwicklung. Ausgehend von der Idee und der Planung durch agile Projektarbeit, über die Konstruktion mit der Darstellung in Zeichnungen bzw. Dokumenten, bis zu den Methoden von CAD/CAX wird die Technische Produktdokumentation (TPD) dargestellt.

Im **4. Kapitel „Werkstofftechnik“** werden alle wichtigen technischen Werkstoffe aufgeführt und mit der Werkstoffprüfung abgeschlossen.

Im **5. Kapitel „Maschinenelemente“** werden wichtige Maschinenelemente wie Schrauben, Muttern usw. mit ihren Norm- und Berechnungskennwerten aufgeführt und um Berechnungen ergänzt.

Das **6. Kapitel „Fertigungstechnik“** enthält alle Verfahren der Produktion mit aktuellen Richtwerten bis zu Arbeits- und Umweltschutz.

Das **7. Kapitel „Automatisierungstechnik“** beinhaltet pneumatische und hydraulische Steuerungen und Regelungen mit den dazugehörigen Programmierungen sowie einen Überblick über die Handhabungstechnik mit Robotern.

Die **Tabellen** enthalten die wichtigsten Regeln, Bauarten, Sorten, Abmessungen und Richtwerte der jeweiligen Sachgebiete.

Das **Sachwortverzeichnis** am Schluss des Buches enthält neben der deutschen auch die englischen Bezeichnungen.

Im **Normenverzeichnis** sind alle im Buch zitierten aktuellen Normen und Regelwerke aufgeführt.

Autoren und Verlag sind allen Nutzern des Tabellenbuches für Hinweis und Verbesserungsvorschläge an lektorat@europa-lehrmittel.de dankbar.

1 Technische Mathematik

M

2 Technische Physik

P

3 Technische Kommunikation

K

4 Werkstofftechnik

W

5 Maschinenelemente

M

6 Fertigungstechnik

F

7 Automatisierungstechnik

A

Inhaltsverzeichnis

1 Technische Mathematik

9

1.1 Einheiten im Messwesen

SI-Basisgrößen und Basiseinheiten	10
Abgeleitete Größen und Einheiten	10
Einheiten außerhalb des SI	12

1.2 Allgemeine Grundlagen

Formelzeichen, mathematische Zeichen	13
Größen und Einheiten	15
Goldener Schnitt, Besondere Zahlen	17
Winkel im Dreieck, Satz des Pythagoras	18
Funktionen im Dreieck	19

1.3 Mathematik

Elementare Rechenregeln	20
Lineare Gleichungen, Quadratische und Kubische Polynomgleichung	22
Folgen, Geometrische Reihe	24
Lineare-, Potenz-, Exponential-, Logarithmus-, Sinus-, Cosinusfunktion	26
Potenzen und Wurzeln komplexer Zahlen	29
Ableitung einer Funktion, Differentiationsregeln, Ableitungen	30
Das unbestimmte Integral	33
Partielle Integration, Substitutionsregel	34
Integration rationaler Funktionen	35
Anwendungen	37
Rechenwerte der Statistik	41

1.4 Geometrische Grundkonstruktionen

Kartesisches Koordinatensystem	42
Polarkoordinatensysteme	43
Strecken, Lote, Winkel	44
Tangenten, Kreisbögen, Vielecke	45
Inkreis und Umkreis beim Dreieck, Kreismittelpunkt, Ellipse, Spirale	46
Zykloide, Evolvente, Parabel, Hyperbel	47

1.5 Längen

Teilung von Längen	48
Gestreckte Länge, Federdrahtlänge	49

1.6 Flächen

Eckige Flächen	50
Dreiecke, Vielecke, Kreis	51
Kreisausschnitt, Kreisabschnitt, Kreisring, Ellipse	52

1.7 Volumen und Oberfläche

Würfel, Vierkantprisma, Zylinder, Hohlzylinder, Pyramide	53
Pyramidenstumpf, Kegel, Kegelstumpf, Kugel, Kugelabschnitt	54

1.8 Masse

Volumen zusammengesetzter Körper, Berechnung der Masse	55
--	----

1.9 Schwerpunkte

Linien- und Flächenschwerpunkte	56
---------------------------------	----

2 Technische Physik

57

2.1 Kinematik, Dynamik

Geradlinige Bewegung	58
Kreisförmige Bewegung	60
Geschwindigkeiten an Maschinen	61
Harmonische mechanische Schwingung	62
Dynamik der Rotation, Trägheitsmoment	65

2.2 Mechanik

Darstellung, Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften	66
Gleichgewicht, Kräfteermittlung	67
Reibungskraft, Reibungsarten, Reibungszahlen	69
Reibungszahl und Reibungswinkel, Reibung an der schiefen Ebene	70
Drehmoment, Mechanische Arbeit	71
Leistung und Wirkungsgrad	73

2.3 Festigkeitslehre

Festigkeitslehre, allgemein	74
Schnittgrößen als inneres Kräftesystem	75
Beanspruchungsarten	76
Flächen-, Widerstandsmomente	79
Besondere Beanspruchungsarten	81
Belastungsfälle	83
Größeneinfluss, statische Bauteilfestigkeit	84
Anwendungsfaktor	85
Dynamische Festigkeit, Dauerfestigkeit	86
Gestaltwechselfestigkeit	87
Mittelspannungsempfindlichkeit	92
Sicherheiten	93
Vordimensionierung, Festigkeitsnachweis	94

2.4 Fluidmechanik, Strömungslehre

Druckarten	96
Durchflussgeschwindigkeit, Energie	97
Viskosität und Reynoldszahl	98
Strömungswiderstand	100

2.5 Thermodynamik, Wärmelehre

Auswirkungen bei Temperaturänderungen	101
Schmelzen, Verdampfen, Verbrennen	102
Erster Hauptsatz der Thermodynamik	103
Kreisprozesse idealer Gase, zweiter Hauptsatz der Thermodynamik	105

2.6 Elektrotechnik

Ohmsches Gesetz, Widerstand	106
Schaltung von Widerständen	107
Stromarten	108
Elektrische Arbeit und Leistung, Elektrisches Feld	109
Plattenkondensator, Dauermagnetismus, Elektromagnetismus	110

2.7 Optik

Lichtausbreitung, Reflexion	112
Reflexion, Brechung	113

3 Technische Kommunikation

115

3.1 Produktentwicklung

Projektstrukturplan, Netzplan	116
Projektmanagement	117
Scrum Begriffe und Rollen, Scrum Ablauf	118
Konstruktionsablauf nach VDI 2221	119
Funktionsanalyse, Funktionsstrukturen	120
Ideenfindungsmethoden	121
Konstruktionsprinzipie	122
Bewertungsverfahren	123
Nutzwertanalyse, FMEA	124
Gestaltungsregeln in der Konstruktion	125

3.2 Zeichnungselemente	
Schriftzeichen	126
Normzahlen, Radian, Maßstäbe	127
Zeichenblätter	128
Stücklisten, Positionsnummern	129
Linien	130
3.3 Darstellungen in Zeichnungen	
Grundregeln für die Darstellung	132
Ansichten	134
Schnittdarstellung	136
Schraffuren, Systeme der	
Maßeintragung	138
3.4 Maßeintragung	
Maßeintragung in Zeichnungen	139
Zeichnungsvereinfachung	145
Bemaßungsarten	146
3.5 Dimensionelle Tolerierung	
ISO-GPS-System, Regeln und Grundsätze	147
Dimensionelle Tolerierung	149
ISO-Passungen	150
Passungsempfehlungen, -auswahl	158
Allgemeintoleranzen	159
Allgemeintoleranzen nach ISO GPS	160
Spezifikation linearer Maße	162
Hüllbedingung, Materialbedingung	163
3.6 Geometrische Tolerierung	
Geometrische Tolerierung	164
3.7 Oberflächenangaben	
Rauheitskenngrößen	170
Oberflächenangaben	171
Rauheit von Oberflächen	175
Wärmebehandelte Teile – Härteangaben	176
3.8 Werkstückelemente	
Butzen an Drehteilen, Werkstückkanten	177
Zentrierbohrungen, Rändel	178
Freistriche	179
Gewindeausläufe, Gewindefreistriche	180
3.9 Darstellung von Maschinenelementen	
Gewinde und Schraubenverbindungen	181
Darstellung von Gewinden und	
Schraubenverbindungen	181
Zahnräder	182
Wälzlager	184
Dichtungen	185
Sicherungsringe, Nuten, Federn,	
Keilwellen und Korbverzahnungen	186
3.10 Schweißen und Löten	
Symbole für Schweißen und Löten	187
3.11 CAD – CAX	
Anforderungen an den Modellaufbau	191
Boole'sche Operationen, Sweepingarten	192
Featuretechnik	193
Parametrik	194
Baugruppen, Baugruppenstrategien	195
Vorgehensweisen zur Maßherzeugung	196
Zeichnungskontrolle	197
CAE – Simulationsmethoden	198
Virtual Reality (VR)/Augmented Reality	
(AR)	199
3.12 Technische Dokumentation	
Technische Dokumentation	201
Aufbau wissenschaftlicher Schriften,	
Zitierregeln und Literaturverzeichnis	202
3.13 Industrie 4.0	
Y-Modell, Begriffe	203

4 Werkstofftechnik	205
4.1 Stoffe	
Stoffwerte	206
Periodisches System der Elemente	208
Molekülgruppen, pH-Wert	209
Dissoziation, Neutralisation	210
4.2 Stähle, Bezeichnungssystem	
Definition und Einteilung von Stahl	211
Normung von Stahlprodukten	212
Werkstoffnummern	213
Bezeichnungssystem	214
4.3 Stähle, Stahlsorten	
Erzeugnisse aus Stahl – Übersicht	218
Stähle – Übersicht	219
Legierungselemente	221
Unlegierte Baustähle	222
Schweißgeeignete Feinkornbaustähle	223
Einsatzstähle, unlegiert und legiert	224
Vergütungsstähle, unlegiert und legiert	225
Nitrierstähle, Stähle für Flamm- und	
Induktionshärtung, Automatenstähle	226
Kaltarbeitsstähle, Warmarbeitsstähle,	
Schnellarbeitsstähle	227
Nichtrostende Stähle	228
Federstahl	230
Stähle für Blankstahlerzeugnisse	231
4.4 Stähle, Fertigerzeugnisse	
Bleche und Bänder	233
Präzisionsstahlrohre	236
Stahlprofile	237
Längen- und flächenbezogene Masse	246
4.5 Wärmebehandlung	
Kristallgitter, Legierungen	247
Zustandsdiagramme von Legierungen	248
Gefüge bei der Wärmebehandlung	249
Kohlenstoffäquivalente	250
Wärmebehandlung der Stähle	251
Werkzeugstähle, Einsatzstähle	252
Vergütungsstähle	253
Nitrierstähle, Automatenstähle,	
Aluminiumlegierungen	254
4.6 Gusseisen	
Bezeichnungssystem	255
Gusseisenwerkstoffe	256
4.7 Leichtmetalle	
Aluminium, Aluminiumlegierungen	259
Aluminium-Knetlegierungen	260
Aluminium-Gusslegierungen	263
Aluminium-Profile	264
Magnesiumlegierungen, Titan,	
Titanlegierungen	267
4.8 Schwermetalle	
Übersicht über die Schwermetalle	268
Bezeichnung von Schwermetallen	269
Kupferlegierungen	270
4.9 Sonstige Werkstoffe	
Verbundwerkstoffe, keramische	
Werkstoffe	272
Sintermetalle	273
4.10 Kunststoffe	
Übersicht über die Kunststoffe	274
Duroplaste	277
Thermoplaste	278
Elastomere, Schaumstoffe	281
Tolerierung von Kunststoff-Formteilen	284

Kunststoffprüfung: Zugeigenschaften . . .	286	5.9 Lagerung	
Prüfverfahren – Übersicht	287	Gleitlager	355
Zugversuch	289	Gleitlagerbuchsen	356
Kerbschlagbiegeversuch,		Wälzlager	357
Umlaufbiegeversuch	290	Berechnung	359
Härteprüfung	291	Kugellager	360
4.12 Korrosion, Korrosionsschutz		Rollenlager	362
Korrosion	294	Sicherungsringe, Sicherungsscheiben	364
		Lageranordnung	365
		Dichtelemente	366
5 Maschinenelemente	295	5.10 Schmierstoffe	
5.1 Gewinde		Schmierstoffe	367
Gewindearten, Übersicht	296	5.11 Sonstige Maschinenelemente	
Gewinde nach ausländischen Normen	297	Zylindrische Schrauben-Zugfedern	369
Metrische Gewinde und Feingewinde	298	Zylindrische Schrauben-Druckfedern	370
Sonstige Gewinde	299	Tellerfedern	371
Gewindetoleranzen	301	Gewindestifte, Druckstücke, Kugelknöpfe	372
5.2 Schrauben		Griffe, Aufnahme- und Auflagebolzen	373
Übersicht	302	T-Nuten und Zubehör, Kugelscheiben,	
Schrauben – Übersicht	302	Kegelpfannen	374
Bezeichnung von Schrauben	303	Schnellspann-Bohrvorrichtung	375
Festigkeitsklassen,		Normteile für Vorrichtungen	376
Mindesteinschraubtiefen	304		
Sechskantschrauben	305	6 Fertigungstechnik	377
Zylinderschrauben	308	6.1 Qualitätsmanagement	
Senkschrauben, Blechschrauben	310	Prüfmittel, Messergebnis	378
Gewindestifte	313	Prüfmittelfähigkeit	379
Berechnung von Schrauben	314	Qualitätsmanagement	380
Schraubensicherungen	321	Qualitätsplanung, Qualitätslenkung,	
Antriebsarten von Schrauben	322	Qualitätsprüfung	382
5.3 Senkungen		Statistische Auswertung	383
Senkungen für Senkschrauben	323	Qualitätsfähigkeit	385
Senkungen für Zylinderschrauben	324	Statistische Prozesslenkung	386
5.4 Muttern		Prozessverlauf	387
Übersicht	325	Maschinenrichtlinie (MRL)	389
Bezeichnung von Muttern	326	CE-Kennzeichnung	390
Festigkeitsklassen	327	6.2 Produktionsorganisation	
Sechskantmutter	328	Erzeugnisgliederung, Stücklisten	391
Sonstige Muttern	330	Arbeitsplan, Fertigungssteuerung	392
5.5 Scheiben		Kalkulation	396
Übersicht	332	6.3 Instandhaltung	
Flache Scheiben	333	Wartung, Inspektion, Instandsetzung	399
Scheiben für HV-Schrauben	334	Instandhaltungskonzepte	400
5.6 Stifte und Bolzen		Arbeitssicherheit, Gesundheitsschutz	401
Übersicht	335	6.4 Gießen, Spritzgießen	
Zylinder-, Kegel-, Spannstifte	336	Modelle, Kernkästen	402
Kerbstifte, Kerbnägel, Bolzen	337	Schwindmaße, Maßtoleranzen	403
5.7 Antriebs Elemente		Spritzgießwerkzeug	404
Vordimensionierung der Achsen und		Werkzeugaufbau	406
Wellen	338	Schwindung und Kühlung	407
Keilriemen, Synchronriemen	339	Dosieren, Kräfte	408
Schmalkeilriemen, Berechnung	342	6.5 Umformen	
Verzahnungsgesetz	343	Biegen	
Evolventenverzahnung	344	Biegewerkzeug	409
Stirnräder	345	Biegeverfahren	410
Modulreihe für Stirnräder	346	Biegeradien, Zuschnittsermittlung	411
Kegelräder, Schneckentrieb	347	Ausgleichswerte, Zuschnittsermittlung,	
Kräfte am Zahn, Zahnfestigkeit	348	Rückfederung	412
Übersetzungen	349	Tiefziehen	
5.8 Welle-Nabe-Verbindungen		Tiefziehwerkzeug	413
Verbindungen – Übersicht	350	Tiefziehverfahren	414
Passfederverbindung, Klemmverbindung	351	6.6 Spanende Fertigung	
Keilwellenverbindungen	352	Zeitspannungsvolumen	417
Passfedern, Scheibenfedern	353	Spezifische Schnittkraft	418
Metrische Kegel, Morse-, Steilkegel	354		

Drehzahl diagramm	419
Hartfräsen, Kühlschmierung	420
Schneidstoffe	421
Bezeichnung von Wendeschneidplatten	423
Werkzeug-Aufnahmen	424
Kühlschmierstoffe	425
Entsorgung von Kühlschmierstoffen	426
Drehen	
Übersicht der Drehverfahren	427
Fertigungsplanung beim Drehen	428
Schnittdaten beim Drehen	433
Kräfte und Leistungen beim Drehen	436
Hauptnutzungszeit beim Drehen	437
Fräsen	
Übersicht der Fräsverfahren	439
Fertigungsplanung beim Fräsen	440
Fräswerkzeuge mit Wendeschneidplatten	441
Schnittdaten Fräsen	442
Teilen mit dem Teilkopf	447
Kräfte und Leistungen beim Fräsen	448
Hauptnutzungszeit beim Fräsen	449
Bohren, Senken, Reiben	
Bohren, Tieflochbohren, Reiben	450
Gewindebohren, -formen, -fräsen	451
Schnittdaten beim Bohren	452
Schnittdaten beim Reiben, Senken	454
Schnittdaten beim Gewindebohren	455
Bohren, Kräfte und Leistungen	456
Bohren, Hauptnutzungszeit	457
Schleifen	
Planschleifen, Richtwerte	458
Schleifmittel, Bindung	459
Auswahl von Schleifscheiben	460
Schleifen mit Diamant und Bornitrid	461
Schleifen, Hauptnutzungszeit	462
Honen	
Honen, Richtwerte	463
CNC-Technik	
Koordinatensysteme, Nullpunkte,	
Bezugspunkte	464
Werkzeugkorrekturen, Bahnkorrekturen	465
Programmaufbau, Wegbedingungen,	
Zusatzfunktionen	466
Arbeitsbewegungen nach DIN (Drehen)	467
6.7 Abtragen	
Drahterodieren, Senkerodieren	469
Verfahrenstechnische Einflüsse	470
6.8 Trennen durch Schneiden	
Schneidkraft	471
Schneidwerkzeug	472
Werkzeug- und Werkstückmaße	474
Lage des Einspannzapfens	475
Richtwerte für das Strahlschneiden	476
Schnittqualität für das Strahlschneiden	477
6.9 Additive Fertigung	
Verfahren	478
Lasersintern, Werkstoffe	479
6.10 Fügen	
Schweißen	
Schmelzschweißen, Schweißverfahren	480
Verfahren, Schweißpositionen	481
Schutzgasschweißen	482
Lichtbogenschweißen	484
Qualitätssicherung beim Schweißen	486
Gasflaschen-Kennzeichnung	487

Löten

Lote und Flussmittel	489
Weichlote und Flussmittel	490
Lötverbindungen	491

Kleben

Klebstoffe, Vorbehandlung der	
Fügeflächen	492
Klebekonstruktionen, Prüfverfahren	493

6.11 Arbeits- und Umweltschutz

Arbeits- und Umweltschutz	494
Global Harmonisiertes System (GHS)	496
Gefahrenhinweise – H-Sätze	497
Sicherheitshinweise – P-Sätze	498
Gefährliche Stoffe	499
Entsorgung von Stoffen	500
Sicherheitsfarben, Verbotsschilder	501
Warnzeichen	502
Sicherheitskennzeichnung	503
Kennzeichnung von Rohrleitungen	505
Schall und Lärm	506

7 Automatisierungstechnik 507**7.1 Pneumatik, Hydraulik**

Schaltzeichen	508
Wegeventile	509
Proportionalventile	510
Kennzeichnung industrieller Systeme	511
Schaltpläne, Aufbau und Kennzeichnung	513
Hydraulik- und Pneumatikzylinder	517
Hydraulikpumpen	518
Druckflüssigkeiten	519
Rohre	520

7.2 GRAFCET

Grundbegriffe, Grundstruktur	521
Schritte, Transitionen	522
Aktionen	523
Verzweigung	525
Strukturierung eines GRAFCET	527

7.3 Elektropneumatik, Elektrohydraulik

Schaltzeichen	528
Stromlaufpläne	529
Elektrohydraulische Steuerung	530
Sensoren	531
Elektropneumatische Steuerung	532

7.4 Speicherprogrammierbare Steuerungen

SPS-Programmiersprachen	533
Binäre Verknüpfungen	537
Ablaufsteuerungen	538

7.5 Regelungstechnik

Grundbegriffe, Prozessleittechnik	540
Bildzeichen für Orte und Geräte	541
Regler	542

7.6 Handhabungs- und Robotertechnik

Koordinatensysteme, Symbole	544
Aufbau von Robotern	545
Greifer, Arbeitssicherheit	546

7.7 Motoren und Antriebe

Schutzmaßnahmen gegen elektr. Schlag	547
Schutzarten und Explosionsschutz	548
Elektromotoren	549

Normenverzeichnis	551
Sachwortverzeichnis	555

Normen und andere Regelwerke

Normung und Normbegriffe

Normung ist eine planmäßig durchgeführte Vereinheitlichung von materiellen und nichtmateriellen Gegenständen, wie z. B. Bauteilen, Berechnungsverfahren, Prozessabläufen und Dienstleistungen, zum Nutzen der Allgemeinheit.

Normbegriff	Beispiel	Erklärung
Norm	DIN 509	Eine Norm ist das veröffentlichte Ergebnis der Normungsarbeit. Beispiel: DIN 509 mit Formen und Maßen von Freistichen bei Drehteilen und Bohrungen.
Teil	DIN 30910-2	Normen können aus mehreren in Zusammenhang stehenden Teilen bestehen. Die Teilnummern werden mit Bindestrich an die Norm-Nummer angehängt. DIN 30910-2 beschreibt z. B. Sinterwerkstoffe für Filter, während die Teile 3 und 4 Sinterwerkstoffe für Lager und Formteile beschreiben.
Beiblatt	DIN 743 Bbl 1	Ein Beiblatt enthält Informationen zu einer Norm, jedoch keine zusätzlichen Festlegungen. Das Beiblatt DIN 743 Bbl 1 enthält z. B. Anwendungsbeispiele zu den in DIN 743 beschriebenen Tragfähigkeitsberechnungen von Wellen und Achsen.
Entwurf	E DIN EN ISO 129-1 (2019-05)	Normentwürfe werden zur Einsicht und Stellungnahme veröffentlicht. Die Norm DIN EN ISO 129-1 (2020-02) mit Grundlagen der Maß- und Toleranzangabe lag der Öffentlichkeit z. B. seit Mai 2019 als Entwurf vor.
Vornorm	DIN V 45696-1 (2006-02)	Eine Vornorm ist das Ergebnis einer Normungsarbeit, das wegen Vorbehalten nicht als Norm herausgegeben wird. DIN V 45696-1 enthält z. B. technische Maßnahmen bei der Gestaltung von Maschinen, die Ganzkörper-Schwingungen auf den Menschen übertragen.
Ausgabedatum	DIN 76-1 (2016-08)	Zeitpunkt des Erscheinens, welcher im DIN-Anzeiger veröffentlicht wird und mit dem die Norm Gültigkeit bekommt. Die DIN 76-1, welche Ausläufe und Freistiche für metrische ISO-Gewinde festlegt, ist z. B. seit August 2016 gültig.

Normenarten und Regelwerke (Auswahl)

Art	Kurzzeichen	Erklärung	Zweck und Inhalte
Internationale Normen (ISO-Normen)	ISO	International Organization for Standardization, Genf (O und S werden in der Abkürzung vertauscht)	Den internationalen Austausch von Gütern und Dienstleistungen sowie die Zusammenarbeit auf wissenschaftlichem, technischem und ökonomischem Gebiet erleichtern.
Europäische Normen (EN-Normen)	EN	Europäische Normungsorganisation CEN (Comunité Européen de Normalisation), Brüssel	Technische Harmonisierung und damit verbundener Abbau von Handelshemmnissen zur Förderung des Binnenmarktes und des Zusammenwachsens von Europa.
Deutsche Normen (DIN-Normen)	DIN	Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin	Die nationale Normungsarbeit dient der Rationalisierung, der Qualitätssicherung, der Sicherheit, dem Umweltschutz und der Verständigung in Wirtschaft, Technik, Wissenschaft, Verwaltung und Öffentlichkeit.
	DIN EN	Deutsche Umsetzung einer europäischen Norm	
	DIN ISO	Deutsche Norm, deren Inhalt unverändert von einer ISO-Norm übernommen wurde.	
	DIN EN ISO	Norm, die von ISO und CEN veröffentlicht wurde, und deren deutsche Fassung als DIN-Norm Gültigkeit hat.	
	DIN VDE	Druckschrift des VDE, die den Status einer deutschen Norm hat.	
VDI-Richtlinien	VDI	Verein Deutscher Ingenieure e.V., Düsseldorf	Diese Richtlinien geben den aktuellen Stand der Technik zu bestimmten Themenbereichen wieder und enthalten z. B. konkrete Handlungsanleitungen zur Durchführung von Berechnungen oder zur Gestaltung von Prozessen im Maschinenbau bzw. in der Elektrotechnik.
VDE-Druckschriften	VDE	Verband der Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik e.V., Frankfurt am Main	
DGQ-Schriften	DGQ	Deutsche Gesellschaft für Qualität e.V., Frankfurt am Main	Empfehlungen für den Bereich der Qualitätstechnik.
REFA-Blätter	REFA	Verband für Arbeitsstudien REFA e.V., Darmstadt	Empfehlungen für den Bereich der Fertigung und Arbeitsplanung.

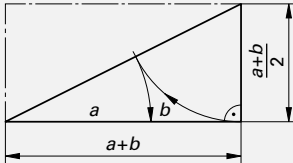
1 Technische Mathematik



1.1 Einheiten im Messwesen

SI-Basisgrößen und Einheiten	10
Abgeleitete Größen und Einheiten	10
Einheiten außerhalb des SI	12

M

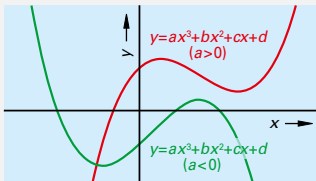


1.2 Allgemeine Grundlagen

Formelzeichen, mathematische Zeichen	13
Formeln, Gleichungen, Diagramme	14
Prozent- und Zinsrechnung	16
Goldener Schnitt, häufig gebrauchte Zahlen	17
Strahlensatz, Satz des Pythagoras	18
Funktionen im Dreieck	19

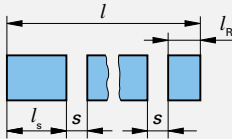
1.3 Mathematik

Arithmetik	21
Gleichungen	22
Folgen, Reihe	24
Funktionen	25
Komplexe Zahlen	28
Differentialrechnung	30
Integralrechnung	33
Anwendungen der Differential- und Integralrechnung	38
Statistik	41



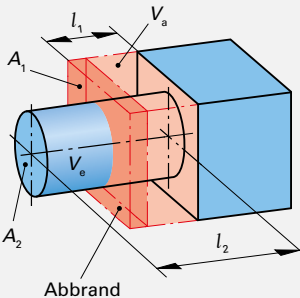
1.4 Geometrische Grundkonstruktionen

Koordinatensysteme	42
Strecke, Lot, Winkel	44
Dreieck, Ellipse, Spirale	46
Zykloide, Evolvente, Parabel, Hyperbel	47



1.5 Längen

Teilung von Längen	48
Bogenlänge	48
Gestreckte Längen	49
Federdrahtlänge	49
Rohlänge	49



1.6 Flächen

Eckige Flächen	50
Dreieck, Vielecke, Kreis	51
Kreisausschnitt, Kreisabschnitt, Kreisring	52
Ellipse	52

1.7 Volumen und Oberflächen

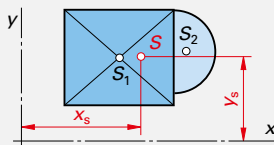
Würfel, Zylinder, Pyramide	53
Kegel, Kegelstumpf, Kugel	54
Zusammengesetzte Körper	55

1.8 Masse

Allgemeine Berechnung	55
Längenbezogene Masse	55
Flächenbezogene Masse	55

1.9 Schwerpunkte

Linienschwerpunkte	56
Flächenschwerpunkte	56



SI¹⁾-Basisgrößen und Basiseinheiten

vgl. DIN 1301-1 (2010-10), -2 (1978-02), -3 (2018-02)

Basisgröße	Länge	Masse	Zeit	Elektrische Stromstärke	Thermodynamische Temperatur	Stoffmenge	Lichtstärke
Basis-einheit	Meter	Kilogramm	Sekunde	Ampere	Kelvin	Mol	Candela
Einheitenzeichen	m	kg	s	A	K	mol	cd

¹⁾ Die Einheiten im Messwesen sind im Internationalen Einheitensystem (SI = *Système International d'Unités*) festgelegt. Es baut auf den sieben Basiseinheiten (SI-Einheiten) auf, von denen weitere Einheiten abgeleitet sind.

Basisgrößen, abgeleitete Größen und ihre Einheiten

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Länge, Fläche, Volumen, Winkel					
Länge	l	Meter	m	1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm 1 mm = 1000 μ m 1 km = 1000 m	1 inch = 1 Zoll = 25,4 mm In der Luft- und Seefahrt gilt: 1 internationale Seemeile = 1852 m
Fläche	A, S	Quadratmeter Ar Hektar	m ² a ha	1 m ² = 10 000 cm ² = 1 000 000 mm ² 1 a = 100 m ² 1 ha = 100 a = 10 000 m ² 100 ha = 1 km ²	Zeichen S nur für Querschnittsflächen Ar und Hektar nur für Flächen von Grundstücken
Volumen	V	Kubikmeter Liter	m ³ l, L	1 m ³ = 1000 dm ³ = 1 000 000 cm ³ 1 l = 1 L = 1 dm ³ = 10 dl = 0,001 m ³ 1 ml = 1 cm ³	Meist für Flüssigkeiten und Gase
ebener Winkel (Winkel)	α, β, γ ...	Radian Grad Minute Sekunde	rad ° ' "	1 rad = 1 m/m = 57,2957...° = $\frac{180^\circ}{\pi}$ 1° = $\frac{\pi}{180}$ rad = 60' 1' = 1°/60 = 60" 1" = 1'/60 = 1°/3600	1 rad ist der Winkel, der aus einem um den Scheitelpunkt geschlagenen Kreis mit 1 m Radius einen Bogen von 1 m Länge schneidet. Bei technischen Berechnungen statt $\alpha = 33^\circ 17' 27,6''$ besser $\alpha = 33,291^\circ$ verwenden.
Raumwinkel	Ω	Steradian	sr	1 sr = 1 m ² /m ²	Der Raumwinkel von 1 sr umschließt auf der Oberfläche einer Kugel mit $r = 1$ m die Fläche eines Kugelabschnitts mit $A_0 = 1$ m ² .
Mechanik					
Masse	m	Kilogramm Gramm Megagramm Tonne	kg g Mg t	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg 1 t = 1000 kg = 1 Mg 0,2 g = 1 Kt	In der Alltagssprache bezeichnet man die Masse eines Körpers auch als Gewicht. Massenangabe für Edelsteine in Karat (Kt).
längenbezogene Masse	m'	Kilogramm pro Meter	kg/m	1 kg/m = 1 g/mm	Zur Berechnung der Masse von Stäben, Profilen, Rohren.
flächenbezogene Masse	m''	Kilogramm pro Meter hoch zwei	kg/m ²	1 kg/m ² = 0,1 g/cm ²	Zur Berechnung der Masse von Blechen.
Dichte	ρ	Kilogramm pro Meter hoch drei	kg/m ³	1000 kg/m ³ = 1 t/m ³ = 1 kg/dm ³ = 1 g/cm ³ = 1 g/ml = 1 mg/mm ³	Dichte = Masse eines Stoffes pro Volumeneinheit Für homogene Körper ist die Dichte eine vom Ort unabhängige Größe.

Größen und Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Mechanik					
Trägheitsmoment, Massenmoment 2. Grades	J	Kilogramm mal Meter hoch zwei	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	Für homogenen Vollzylinder mit Masse m und Radius r gilt: $J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$	Das Trägheitsmoment gibt den Widerstand eines starren, homogenen Körpers gegen die Änderung seiner Rotationsbewegung um eine Drehachse an.
Kraft	F	Newton	N	$1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{J}}{\text{m}}$	Die Kraft 1 N bewirkt bei der Masse 1 kg in 1 s eine Geschwindigkeitsänderung von 1 m/s.
Gewichtskraft	F_G, G			$1 \text{ MN} = 10^3 \text{ kN} = 1\,000\,000 \text{ N}$	
Drehmoment Biegemoment Torsionsmoment	M, M_b, M_T, T	Newton mal Meter	$\text{N} \cdot \text{m}$	$1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$	$1 \text{ N} \cdot \text{m}$ ist das Moment, das eine Kraft von 1 N bei einem Hebelarm von 1 m bewirkt.
Impuls	p	Kilogramm mal Meter pro Sekunde	$\text{kg} \cdot \text{m/s}$	$1 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{s}$	Der Impuls ist das Produkt aus Masse mal Geschwindigkeit. Er hat die Richtung der Geschwindigkeit.
Druck	p	Pascal	Pa	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 0,01 \text{ mbar}$ $1 \text{ bar} = 100\,000 \text{ N/m}^2 = 10 \text{ N/cm}^2 = 10^5 \text{ Pa}$ $1 \text{ mbar} = 1 \text{ hPa}$ $1 \text{ N/mm}^2 = 10 \text{ bar} = 1 \text{ MN/m}^2 = 1 \text{ MPa}$ $1 \text{ daN/cm}^2 = 0,1 \text{ N/mm}^2$	Unter Druck versteht man die Kraft je Flächeneinheit. Für Überdruck wird das Formelzeichen p_e verwendet (DIN 1314). $1 \text{ bar} = 14,5 \text{ psi}$ (pounds per square inch = Pfund pro Quadratinch)
mechanische Spannung	σ, τ	Newton pro Millimeter hoch zwei	N/mm^2		
Flächenmoment 2. Grades	I	Meter hoch vier Zentimeter hoch vier	m^4 cm^4	$1 \text{ m}^4 = 100\,000\,000 \text{ cm}^4$	früher: Flächenträgheitsmoment
Energie, Arbeit, Wärmemenge	E, W	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$	Joule für jede Energieart, $\text{kW} \cdot \text{h}$ bevorzugt für elektrische Energie.
Leistung, Wärmestrom	P, Φ	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ V} \cdot \text{A} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg/s}^3$	Leistung beschreibt die Arbeit, die in einer bestimmten Zeit verrichtet wurde.
Zeit					
Zeit, Zeitspanne, Dauer	t	Sekunde Minute Stunde Tag Jahr	s min h d a	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$ $1 \text{ d} = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s}$	3 h bedeutet eine Zeitspanne (3 Std.), 3^h bedeutet einen Zeitpunkt (3 Uhr). Werden Zeitpunkte in gemischter Form, z.B. $3^h 24^m 10^s$ geschrieben, so kann das Zeichen min auf m verkürzt werden.
Frequenz	f, ν	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$	$1 \text{ Hz} \approx 1$ Schwingung in 1 Sekunde.
Drehzahl, Umdrehungsfrequenz	n	1 pro Sekunde 1 pro Minute	1/s 1/min	$1/\text{s} = 60/\text{min} = 60 \text{ min}^{-1}$ $1/\text{min} = 1 \text{ min}^{-1} = \frac{1}{60 \text{ s}}$	Die Anzahl der Umdrehungen pro Zeiteinheit ergibt die Drehzahl, auch Drehfrequenz genannt.
Geschwindigkeit	v	Meter pro Sekunde Meter pro Minute Kilometer pro Stunde	m/s m/min km/h	$1 \text{ m/s} = 60 \text{ m/min} = 3,6 \text{ km/h}$ $1 \text{ m/min} = \frac{1 \text{ m}}{60 \text{ s}}$ $1 \text{ km/h} = \frac{1 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}$	Geschwindigkeit bei der Seefahrt in Knoten (kn): $1 \text{ kn} = 1,852 \text{ km/h}$ mile per hour = 1 mile/h = 1 mph $1 \text{ mph} = 1,60934 \text{ km/h}$
Winkelgeschwindigkeit	ω	1 pro Sekunde Radiant pro Sekunde	1/s rad/s	$\omega = 2 \pi \cdot n$	Bei einer Drehzahl von $n = 2/\text{s}$ beträgt die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 4 \pi/\text{s}$.
Beschleunigung	a, g	Meter pro Sekunde hoch zwei	m/s^2	$1 \text{ m/s}^2 = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ s}}$	Formelzeichen g nur für Fallbeschleunigung. $g = 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$

Größen und Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Elektrizität und Magnetismus					
Elektrische Stromstärke	I	Ampere	A		Bewegte elektrische Ladung nennt man Strom. Die Spannung ist gleich der Potenzialdifferenz zweier Punkte im elektrischen Feld. Den Kehrwert des elektrischen Widerstands nennt man elektrischen Leitwert.
Elektr. Spannung	U	Volt	V	$1 \text{ V} = 1 \text{ W}/1 \text{ A} = 1 \text{ J/C}$	
Elektr. Widerstand	R	Ohm	Ω	$1 \Omega = 1 \text{ V}/1 \text{ A}$	
Elektr. Leitwert	G	Siemens	S	$1 \text{ S} = 1 \text{ A}/1 \text{ V} = 1/\Omega$	
Spezifischer Widerstand	ϱ	Ohm mal Meter	$\Omega \cdot \text{m}$	$10^{-6} \Omega \cdot \text{m} = 1 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	$\varrho = \frac{1}{\kappa} \text{ in } \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ $\kappa = \frac{1}{\varrho} \text{ in } \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$
Leitfähigkeit	γ, κ	Siemens pro Meter	S/m		
Frequenz	f	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$ $1000 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$	Frequenz öffentlicher Stromnetze: EU 50 Hz, USA 60 Hz
Elektr. Arbeit	W	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ MJ}$ $1 \text{ W} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kJ}$	In der Atom- und Kernphysik wird die Einheit eV (Elektronenvolt) verwendet.
Phasenverschiebungswinkel	φ	–	–	für Wechselstrom gilt: $\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I}$	Winkel zwischen Strom und Spannung bei induktiver oder kapazitiver Belastung.
Elektr. Feldstärke	E	Volt pro Meter	V/m	$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}; 1 \text{ A} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kC}$ $1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$ $1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s/A}$	$E = \frac{F}{Q}, C = \frac{Q}{U}, Q = I \cdot t$
Elektr. Ladung	Q	Coulomb	C		
Elektr. Kapazität	C	Farad	F		
Induktivität	L	Henry	H		
Leistung	P	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ V} \cdot \text{A}$	In der elektrischen Energietechnik: Scheinleistung S in $\text{V} \cdot \text{A}$
Wirkleistung					
Thermodynamik und Wärmeübertragung					
Thermodynamische Temperatur Celsius Temperatur	T, θ	Kelvin	K	$0 \text{ K} = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$	Kelvin (K) und Grad Celsius ($^\circ\text{C}$) werden für Temperaturen und Temperaturdifferenzen verwendet. $t = T - T_0; T_0 = 273,15 \text{ K}$ Umrechnung in $^\circ\text{F}$: Seite 101
	t, ϑ	Grad Celsius	$^\circ\text{C}$	$0 \text{ }^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}$ $0 \text{ }^\circ\text{C} = 32 \text{ }^\circ\text{F}$ $0 \text{ }^\circ\text{F} = -17,77 \text{ }^\circ\text{C}$	
Wärmemenge	Q	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3600000 \text{ J} = 3,6 \text{ MJ}$	$1 \text{ kcal} \triangleq 4,1868 \text{ kJ}$
Spezifischer Heizwert	H_u	Joule pro Kilogramm Joule pro Meter hoch drei	J/kg J/m ³	$1 \text{ MJ/kg} = 1000000 \text{ J/kg}$ $1 \text{ MJ/m}^3 = 1000000 \text{ J/m}^3$	Freiwerdende Wärmeenergie je kg (bzw. je m ³) Brennstoff abzüglich der Verdampfungswärme des in den Abgasen enthaltenen Wasserdampfes.

Einheiten außerhalb des Internationalen Einheitensystems SI

Einheiten außerhalb des Internationalen Einheitensystems SI

Länge	Fläche	Volumen	Masse	Energie, Leistung
1 inch (in) = 25,4 mm	1 sq. in = 6,452 cm ²	1 cu. in = 16,39 cm ³	1 oz = 28,35 g	1 PSh = 0,735 kWh
1 foot (ft) = 0,3048 m	1 sq. ft = 9,29 dm ²	1 cu. ft = 28,32 dm ³	1 lb = 453,6 g	1 PS = 0,7355 kW
1 yard (yd) = 0,9144 m	1 sq. yd = 0,8361 m ²	1 cu. yd = 764,6 dm ³	1 t = 1000 kg	1 kcal = 4186,8 Ws
1 Seemeile = 1,852 km	1 acre = 4046,873 m ²	1 gallon (US) = 3,785 l	1 short ton = 907,2 kg	1 kcal = 1,166 Wh
1 Landmeile = 1,6093 km	Druck, Spannung	1 gallon (UK) = 4,546 l	1 Karat = 0,2 g	1 kpm/s = 9,807 W
		1 barrel (US) = 158,9 l	1 pound/in ² = 27,68 g/cm ³	1 Btu = 1055 Ws
		1 barrel (UK) = 159,1 l		1 bhp = 745,7 W
	1 bar = 14,5 pound/in ²			
	1 N/mm ² = 145,038 pound/in ²			

Formelzeichen, mathematische Zeichen

Formelzeichen				vgl. DIN 1304-1 (1994-03)	
Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung
Länge, Fläche, Volumen, Winkel					
l	Länge	r, R	Radius	α, β, γ	ebener Winkel
b	Breite	d, D	Durchmesser	Ω	Raumwinkel
h	Höhe	A, S	Fläche, Querschnittsfläche	λ	Wellenlänge
s	Weglänge	V	Volumen		
Mechanik					
m	Masse	F	Kraft	G	Schubmodul
m'	längenbezogene Masse	F_G, G	Gewichtskraft	μ, f	Reibungszahl
m''	flächenbezogene Masse	M	Drehmoment	W	Widerstandsmoment
ρ	Dichte	M_T, T	Torsionsmoment	I	Flächenmoment 2. Grades
J	Trägheitsmoment	M_b	Biegemoment	W, E	Arbeit, Energie
p	Druck	σ	Normalspannung	W_p, E_p	potenzielle Energie
p_{abs}	absoluter Druck	τ	Schubspannung	W_k, E_k	kinetische Energie
p_{amb}	Atmosphärendruck	ε	Dehnung	P	Leistung
p_e	Überdruck	E	Elastizitätsmodul	η	Wirkungsgrad
Zeit					
t	Zeit, Dauer	f, v	Frequenz	a	Beschleunigung
T	Periodendauer	v, u	Geschwindigkeit	g	örtliche Fallbeschleunigung
n	Umdrehungsfrequenz, Drehzahl	ω	Winkelgeschwindigkeit	α	Winkelbeschleunigung
				Q, V, q_v	Volumenstrom
Elektrizität					
Q	Ladung, Elektrizitätsmenge	L	Induktivität	X	Blindwiderstand
U	Spannung	R	Widerstand	Z	Scheinwiderstand
C	Kapazität	ϱ	spezifischer Widerstand	φ	Phasenverschiebungswinkel
I	Stromstärke	γ, κ	elektrische Leitfähigkeit	N	Windungszahl
Wärme					
T, θ	thermodynamische Temperatur	Q	Wärme, Wärmemenge	$\Phi, \dot{Q}$	Wärmestrom
$\Delta T, \Delta t, \Delta \theta$	Temperaturdifferenz	λ	Wärmeleitfähigkeit	a	Temperaturleitfähigkeit
t, θ	Celsius-Temperatur	α	Wärmeübergangskoeffizient	c	spezifische Wärmekapazität
a_l, a	Längenausdehnungskoeffizient	k	Wärmedurchgangskoeffizient	H_u	spezifischer Heizwert
Licht, elektromagnetische Strahlung					
E_v	Beleuchtungsstärke	n	Brechzahl	Q_e, W	Strahlungsenergie
f	Brennweite	I_e	Strahlstärke		
Akustik					
p	Schalldruck	L_p	Schalldruckpegel	N	Lautheit
c	Schallgeschwindigkeit	I	Schallintensität	L_N	Lautstärkepegel
Mathematische Zeichen				vgl. DIN 1302 (1999-12)	
Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise
$\approx$	ungefähr gleich, rund, etwa	$\sim$	proportional	$\log$	Logarithmus (allgemein)
$\triangleq$	entspricht	a^x	a hoch x, x-te Potenz von a	$\lg$	dekadischer Logarithmus
$\dots$	und so weiter	$\sqrt{\quad}$	Quadratwurzel aus	$\ln$	natürlicher Logarithmus
∞	unendlich	$\sqrt[n]{\quad}$	n-te Wurzel aus	e	Eulersche Zahl ($e = 2,718281\dots$)
$=$	gleich	$ x $	Betrag von x	$\sin$	Sinus
$\neq$	ungleich	$\perp$	senkrecht zu	$\cos$	Kosinus
$\equiv$	ist definitionsgemäß gleich	$\parallel$	ist parallel zu	$\tan$	Tangens
$<$	kleiner als	$\uparrow\uparrow$	gleichsinnig parallel	$\cot$	Kotangens
$\leq$	kleiner oder gleich	$\nparallel$	gegensinnig parallel	$(, [, \{$	runde, eckige, geschweifte Klammer auf und zu
$>$	größer als	$\triangle$	Dreieck	π	pi (Kreiszahl = 3,14159 ...)
$\geq$	größer oder gleich	$\cong$	kongruent zu		
$+$	plus				
$-$	minus	Δx	Delta x (Differenz zweier Werte)	$\overline{AB}$	Strecke AB
$\cdot$	mal, multipliziert mit	$\%$	Prozent, vom Hundert	$\widehat{AB}$	Bogen AB
$-, /, :$	durch, geteilt durch, zu, pro	$\%$	Promille, vom Tausend	a', a''	a Strich, a zwei Strich
Σ	Summe	‰		a_1, a_2	a eins, a zwei

Formeln, Gleichungen, Diagramme

Formeln

Die Berechnung physikalischer Größen erfolgt meist über Formeln. Sie bestehen aus:

- Formelzeichen, z. B. v_c für die Schnittgeschwindigkeit, d für den Durchmesser, n für die Drehzahl
- Operatoren (Rechenvorschriften), z. B. $\cdot$ für Multiplikation, $+$ für Addition, $-$ für Subtraktion, $—$ (Bruchstrich) für Division
- Konstanten, z. B. π (π) = 3,14159 ...
- Zahlen, z. B. 10, 15 ...

Die Formelzeichen (Seite 13) sind Platzhalter für Größen. Bei der Lösung von Aufgaben werden die bekannten Größen mit ihren Einheiten in die Formel eingesetzt. Vor oder während der Berechnung werden die Einheiten so umgeformt, dass

- der Rechengang möglich wird oder
- das Ergebnis die geforderte Einheit erhält.

Die meisten Größen und ihre Einheiten sind genormt (Seite 10).

Das **Ergebnis** ist immer ein **Zahlenwert** mit einer **Einheit**, z. B. 4,5 m, 15 s

Formel für die Schnittgeschwindigkeit

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n$$

Beispiel

Wie groß ist die Schnittgeschwindigkeit v_c in m/min für $d = 200$ mm und $n = 630$ /min?

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \mathbf{395,84 \frac{\text{m}}{\text{min}}}$$

Zahlenwertgleichungen

Zahlenwertgleichungen sind Formeln, in welche die üblichen Umrechnungen von Einheiten bereits eingearbeitet sind. Bei ihrer Anwendung ist zu beachten:

Die Zahlenwerte der einzelnen Größen dürfen nur in der vorgeschriebenen Einheit verwendet werden.

- Die Einheiten werden bei der Berechnung nicht mitgeführt.
- Die Einheit der gesuchten Größe ist vorgegeben.

Zahlenwertgleichung für das Drehmoment

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n}$$

Beispiel

Wie groß ist das Drehmoment M eines Elektromotors mit der Antriebsleistung $P = 15$ kW und der Drehzahl $n = 750$ /min?

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n} = \frac{9550 \cdot 15}{750} \text{ N} \cdot \text{m} = \mathbf{191 \text{ N} \cdot \text{m}}$$

vorgeschriebene Einheiten	
Bezeichnung	Einheit
M Drehmoment	$\text{N} \cdot \text{m}$
P Leistung	kW
n Drehzahl	$1/\text{min}$

Gleichungen und Diagramme

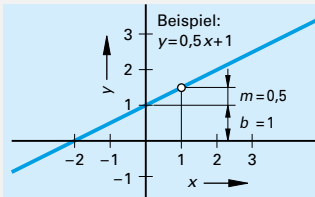
Bei Funktionsgleichungen ist y die Funktion von x , mit x als unabhängige und y als abhängige Variable. Die Zahlenpaare (x, y) einer Wertetabelle bilden ein Diagramm im x - y -Koordinatensystem.

Zuordnungsfunktion

$$y = f(x)$$

Lineare Funktion

$$y = m \cdot x + b$$



1. Beispiel:

$$y = 0,5x + 1$$

x	-2	0	2	3
y	0	1	2	2,5

2. Beispiel:

Kostenfunktion und Erlösfunktion

$$K_G = 60 \text{ €/Stck} \cdot M + 200000 \text{ €}$$

$$E = 110 \text{ €/Stck} \cdot M$$

M	0	4000	6000
K_G	200000	440000	560000
E	0	440000	660000

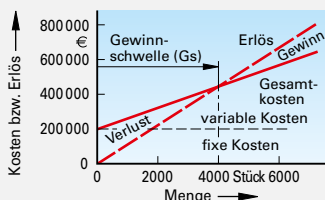
Beispiele:

Kostenfunktion

$$K_G = k_v \cdot M + K_f$$

Erlösfunktion

$$E = E/\text{Stück} \cdot M$$



K_G Gesamtkosten → abhängige Variable

M Menge → unabhängige Variable

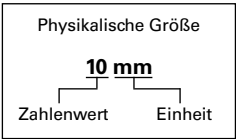
K_f Fixe Kosten → y -Koordinatenabschnitt

k_v Variable Kosten → Steigung der Funktion

E Erlös → abhängige Variable

Größen und Einheiten

Zahlenwerte und Einheiten



Physikalische Größen, z. B. 125 mm, bestehen aus einem

- **Zahlenwert**, der durch Messung oder Berechnung ermittelt wird, und aus einer
- **Einheit**, z. B. m, kg

Die Einheiten sind nach DIN 1301-1 genormt (Seite 10).

Sehr große oder sehr kleine Zahlenwerte lassen sich durch Vorsatzzeichen als dezimale Vielfache oder Teile vereinfacht darstellen, z. B. 0,004 mm = 4 µm.

Dezimale Vielfache oder Teile von Einheiten

vgl. DIN 1301-2 (1978-02)

Vorsatz-Zeichen	Name	Zehnerpotenz	Mathematische Bezeichnung	Beispiele
T	Tera	10 ¹²	Billion	12000000000000 N = 12 · 10 ¹² N = 12 TN (Tera-Newton)
G	Giga	10 ⁹	Milliarde	45000000000 W = 45 · 10 ⁹ W = 45 GW (Giga-Watt)
M	Mega	10 ⁶	Million	8500000 V = 8,5 · 10 ⁶ V = 8,5 MV (Mega-Volt)
k	Kilo	10 ³	Tausend	12600 W = 12,6 · 10 ³ W = 12,6 kW (Kilo-Watt)
h	Hekto	10 ²	Hundert	500 l = 5 · 10 ² l = 5 hl (Hekto-Liter)
da	Deka	10 ¹	Zehn	32 m = 3,2 · 10 ¹ m = 3,2 dam (Deka-Meter)
–	–	10 ⁰	Eins	1,5 m = 1,5 · 10 ⁰ m
d	Dezi	10 ⁻¹	Zehntel	0,5 l = 5 · 10 ⁻¹ l = 5 dl (Dezi-Liter)
c	Zenti	10 ⁻²	Hundertstel	0,25 m = 25 · 10 ⁻² m = 25 cm (Zenti-Meter)
m	Milli	10 ⁻³	Tausendstel	0,375 A = 375 · 10 ⁻³ A = 375 mA (Milli-Ampere)
µ	Mikro	10 ⁻⁶	Millionstel	0,000052 m = 52 · 10 ⁻⁶ m = 52 µm (Mikro-Meter)
n	Nano	10 ⁻⁹	Milliardstel	0,000000075 m = 75 · 10 ⁻⁹ m = 75 nm (Nano-Meter)
p	Piko	10 ⁻¹²	Billionstel	0,000000000006 F = 6 · 10 ⁻¹² F = 6 pF (Pico-Farad)

Umrechnung von Einheiten

Berechnungen mit physikalischen Größen sind nur dann möglich, wenn sich ihre Einheiten jeweils auf eine Basis beziehen. Bei der Lösung von Aufgaben müssen Einheiten häufig auf Basiseinheiten umgerechnet werden, z. B. mm in m, h in s, mm² in m². Dies geschieht durch Umrechnungsfaktoren, die den Wert 1 (kohärente Einheiten) darstellen.

Umrechnungsfaktoren für Einheiten (Auszug)

Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.	Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.
Längen	$1 = \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}} = \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}} = \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} = \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}}$	Zeit	$1 = \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}$
Flächen	$1 = \frac{100 \text{ mm}^2}{1 \text{ cm}^2} = \frac{100 \text{ cm}^2}{1 \text{ dm}^2} = \frac{1 \text{ cm}^2}{100 \text{ mm}^2} = \frac{1 \text{ dm}^2}{100 \text{ mm}^2}$	Winkel	$1 = \frac{60'}{1^\circ} = \frac{60''}{1'} = \frac{3600''}{1^\circ} = \frac{1^\circ}{60 \text{ s}}$
Volumen	$1 = \frac{1000 \text{ mm}^3}{1 \text{ cm}^3} = \frac{1000 \text{ cm}^3}{1 \text{ dm}^3} = \frac{1 \text{ cm}^3}{1000 \text{ mm}^3} = \frac{1 \text{ dm}^3}{1000 \text{ cm}^3}$	Zoll	1 inch = 25,4 mm; 1 mm = $\frac{1}{25,4}$ inch

1. Beispiel

Das Volumen $V = 3416 \text{ mm}^3$ ist in cm^3 umzurechnen.

Das Volumen V wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit cm^3 und im Nenner die Einheit mm^3 aufweist.

$$V = 3416 \text{ mm}^3 = \frac{1 \text{ cm}^3 \cdot 3416 \text{ mm}^3}{1000 \text{ mm}^3} = \frac{3416 \text{ cm}^3}{1000} = \mathbf{3,416 \text{ cm}^3}$$

2. Beispiel

Die Winkelangabe $\alpha = 42^\circ 16'$ ist in Grad ($^\circ$) auszudrücken.

Der Teilwinkel $16'$ muss in Grad ($^\circ$) umgewandelt werden. Er wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit Grad ($^\circ$) und im Nenner die Einheit Minute ($'$) hat.

$$\alpha = 42^\circ + 16' \cdot \frac{1^\circ}{60'} = 42^\circ + \frac{16 \cdot 1^\circ}{60} = 42^\circ + 0,267^\circ = \mathbf{42,267^\circ}$$

Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung

Rechnen mit Größen

Physikalische Größen werden mathematisch behandelt wie Produkte.

• Addition und Subtraktion

Bei gleichen Einheiten werden die Zahlenwerte addiert und die Einheit im Ergebnis übernommen.

Beispiel

$$L = l_1 + l_2 - l_3 \text{ mit } l_1 = 124 \text{ mm}, l_2 = 18 \text{ mm}, l_3 = 44 \text{ mm}; L = ?$$

$$L = 124 \text{ mm} + 18 \text{ mm} - 44 \text{ mm} = (124 + 18 - 44) \text{ mm} = \mathbf{98 \text{ mm}}$$

• Multiplikation und Division

Die Zahlenwerte und die Einheiten entsprechen den Faktoren von Produkten.

Beispiel

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \text{ mit } F_1 = 180 \text{ N}, l_1 = 75 \text{ mm}, l_2 = 105 \text{ mm}; F_2 = ?$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2} = \frac{180 \text{ N} \cdot 75 \text{ mm}}{105 \text{ mm}} = 128,57 \frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{mm}} = \mathbf{128,57 \text{ N}}$$

• Multiplizieren und Dividieren von Potenzen

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert bzw. dividiert, indem die Exponenten addiert bzw. subtrahiert werden.

Beispiel

$$W = \frac{A \cdot a^2}{e} \text{ mit } A = 15 \text{ cm}^2, a = 7,5 \text{ cm}, e = 2,4 \text{ cm}; W = ?$$

$$W = \frac{15 \text{ cm}^2 \cdot (7,5 \text{ cm})^2}{2,4 \text{ cm}} = \frac{15 \cdot 56,25 \text{ cm}^{2+2}}{2,4 \text{ cm}^1} = 351,56 \text{ cm}^{4-1} = \mathbf{351,56 \text{ cm}^3}$$

Regeln beim Potenzieren

a Basis
 $m, n \dots$ Exponenten

Multiplikation von Potenzen

$$a^2 \cdot a^3 = a^{2+3}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Division von Potenzen

$$\frac{a^2}{a^3} = a^{2-3}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Sonderformen

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

Prozentrechnung

Der **Prozentsatz** gibt den Teil des Grundwertes in Hundertstel an. Der **Grundwert** ist der Wert, von dem die Prozente zu rechnen sind. Der **Prozentwert** ist der Betrag, den die Prozente des Grundwertes ergeben.

P_s Prozentsatz, Prozent P_w Prozentwert G_w Grundwert

Beispiel

Werkstückrohteilgewicht 250 kg (Grundwert); Abbrand 2 % (Prozentsatz)
Abbrand in kg = ? (Prozentwert)

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%} = \frac{250 \text{ kg} \cdot 2\%}{100\%} = \mathbf{5 \text{ kg}}$$

Prozentwert

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%}$$

Zinsrechnung

K_0 Anfangskapital Z Zinsen t Laufzeit in Tagen,
 K_t Endkapital p Zinssatz pro Jahr Verzinsungszeit

1. Beispiel

$$K_0 = 2800,00 \text{ €}; p = 6 \frac{\%}{a}; t = \frac{1}{2} a; Z = ?$$

$$2800,00 \text{ €} \cdot 6 \frac{\%}{a} \cdot 0,5 a$$

$$Z = \frac{\quad}{100\%} = \mathbf{84,00 \text{ €}}$$

2. Beispiel

$$K_0 = 4800,00 \text{ €}; p = 5,1 \frac{\%}{a}; t = 50 \text{ d}; Z = ?$$

$$4800,00 \text{ €} \cdot 5,1 \frac{\%}{a} \cdot 50 \text{ d}$$

$$Z = \frac{\quad}{100\% \cdot 360 \frac{d}{a}} = \mathbf{34,00 \text{ €}}$$

Prozentwert

$$Z = \frac{K_0 \cdot p \cdot t}{100\% \cdot 360}$$

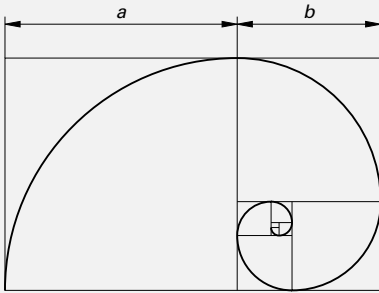
1 Zinsjahr (1 a) = 360 Tage (360 d)

360 d = 12 Monate

1 Zinsmonat = 30 Tage

Goldener Schnitt, Besondere Zahlen

Goldener Schnitt

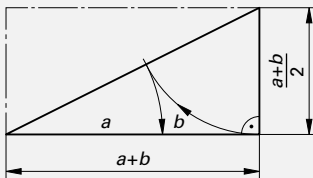
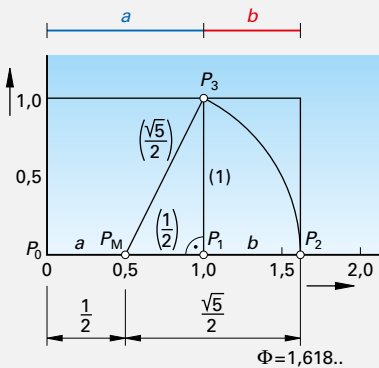


Der Goldene Schnitt beschreibt ein mathematisches Teilungsverhältnis von zwei Längen a und b .

Diese Proportionen werden als besonders harmonisch empfunden, deshalb werden sie gerne bei der grafischen Gestaltung verwendet. Außerdem findet man diese Proportionen in der Natur wieder.

In der Kunst und Photographie werden Gestaltungsraster verwendet, mit deren Hilfe Motive, Logos und auch Webseiten harmonisch gestaltet werden. Auch Texte können im Hinblick auf Schriftgröße, Zeilenabstände oder Blockbreiten aufeinander abgestimmt werden.

Geometrische Konstruktion und Herleitung



Bezeichnungen

- a Major (großer Teil)
- b Minor (kleiner Teil)
- Φ Goldene Zahl

Ermittlung von Φ

- a als Zahlenwert 1 auf der Zahlengeraden mit
- Lot mit Zahlenwert 1 auf P_1
- Halbierung $\overline{P_0P_1}$ in P_M
- Kreisbogen um P_M mit $\overline{P_MP_3}$ für P_2
- Länge $\overline{P_0P_2}$ ist $a + b = \Phi = 1,618 \dots$

Teilung im Goldenen Schnitt

- Rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten $(a + b)$ und $(a + b)/2$
- Kreisbogen mit $(a + b)/2$
- Kreisbogen mit a
- Rechteck mit Teilung im Goldenen Schnitt

Teilungsverhältnis

$$\Phi = \frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$$

mit $a = 1$ liefert der Pythagoras für

$$\overline{P_MP_3} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Daraus folgt:

$$\overline{P_0P_2} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\Phi = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Goldene Zahl

$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,618 \dots$$

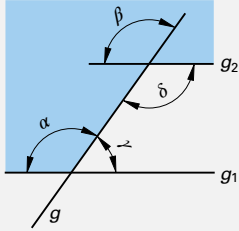
$$a = 1, b = 0,618 \dots$$

Besondere Zahlen (Auswahl)

Bezeichnung	Zeichen, Wert	Bezeichnung	Zeichen, Wert
Kreiszahl	$\pi = 3,141\,593 \dots$	Goldener Schnitt	$\Phi = 1,618033 \dots$
Eulersche Zahl	$e = 2,718\,282 \dots$	El. Feldkonstante	$E_0 = 8,854188 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$
Absoluter Nullpunkt	$T = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$	Mag. Feldkonstante	$\mu_0 = 1,2566371 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am}$
Erdbeschleunigung	$g = 9,80665 \text{ m/s}^2$	Faradaykonstante	$F = 96485,3352 \text{ C/mol}$
Bolzmannkonstante	$k = 1,380658 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$	Elementarladung	$e = 1,60217733 \cdot 10^{-6} \text{ As}$
Lichtgeschwindigkeit	$c = 299792458 \text{ m/s}^2$	Molare Gaskonstante	$R = 8,31 \text{ J/(mol K)}$
Avogadrozahl	$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$	Atommassenkonstante	$m_u = 1,6605402 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck, Satz des Pythagoras

Winkelarten



- g Gerade
 g_1, g_2 parallele Geraden
 α, β Stufenwinkel
 β, δ Scheitelwinkel
 α, δ Wechselwinkel
 α, γ Nebenwinkel

Werden zwei Parallelen durch eine Gerade geschnitten, so bestehen unter den dabei gebildeten Winkeln geometrische Beziehungen.

Stufenwinkel

$$\alpha = \beta$$

Scheitelwinkel

$$\beta = \delta$$

Wechselwinkel

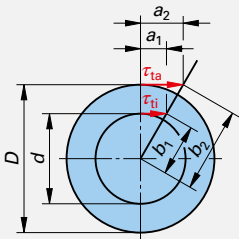
$$\alpha = \delta$$

Nebenwinkel

$$\alpha + \gamma = 180^\circ$$

Strahlensatz

τ_{ta} Torsionsspannung außen
 τ_{ti} Torsionsspannung innen



Werden zwei Geraden durch zwei Parallelen geschnitten, so bilden die zugehörigen Strahlenabschnitte gleiche Verhältnisse.

Beispiel

$$\begin{aligned}
 D &= 40 \text{ mm}, d = 30 \text{ mm}, \\
 \tau_{ta} &= 135 \text{ N/mm}^2; \tau_{ti} = ? \\
 \frac{\tau_{ti}}{\tau_{ta}} &= \frac{d}{D} \Rightarrow \tau_{ti} = \tau_{ta} \cdot \frac{d}{D} \\
 &= \frac{135 \text{ N/mm}^2 \cdot 30 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 101,25 \text{ N/mm}^2
 \end{aligned}$$

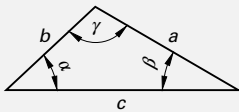
Strahlensatz

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{d}{D}$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$$

$$\frac{b_1}{d} = \frac{b_2}{D}$$

Winkelsumme im Dreieck



- a, b, c Dreiecksseiten
 α, β, γ Winkel im Dreieck

Beispiel

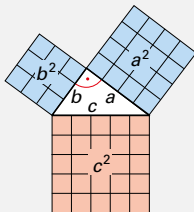
$$\begin{aligned}
 \alpha &= 21^\circ, \beta = 95^\circ, \gamma = ? \\
 \gamma &= 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 21^\circ - 95^\circ = 64^\circ
 \end{aligned}$$

Winkelsumme im Dreieck

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

In jedem Dreieck ist die Winkelsumme 180° .

Lehrsatz des Pythagoras



Im **rechtwinkligen Dreieck** ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

- a Kathete
 b Kathete
 c Hypotenuse

1. Beispiel

$$\begin{aligned}
 c &= 35 \text{ mm}; a = 21 \text{ mm}; b = ? \\
 b &= \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(35 \text{ mm})^2 - (21 \text{ mm})^2} = 28 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

2. Beispiel

$$\begin{aligned}
 &\text{CNC-Programm mit } R = 50 \text{ mm und } l = 25 \text{ mm.} \\
 &K = ? \\
 &c^2 = a^2 + b^2 \\
 &R^2 = l^2 + K^2 \\
 &K = \sqrt{R^2 - l^2} = \sqrt{50^2 \text{ mm}^2 - 25^2 \text{ mm}^2} \\
 &K = 43,3 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

Quadrat über der Hypotenuse

$$c^2 = a^2 + b^2$$

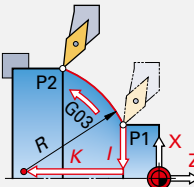
Länge der Hypotenuse

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Länge der Katheten

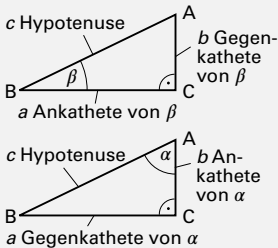
$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



Funktionen im Dreieck

Funktionen im rechtwinkligen Dreieck (Winkelfunktionen)

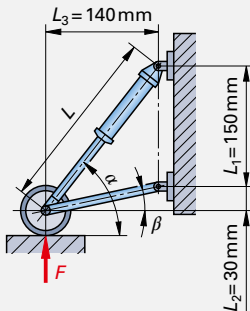


c Hypotenuse (längste Seite)
 a, b Katheten
 Bezogen auf den Winkel α ist
 – b die Ankathete und
 – a die Gegenkathete
 α, β, γ Winkel im Dreieck, mit $\gamma = 90^\circ$
 $\sin$ Schreibweise für Sinus
 $\cos$ Schreibweise für Kosinus
 $\tan$ Schreibweise für Tangens
 $\sin \alpha$ Sinus des Winkels α

Länge der Katheten

Sinus	=	$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Kosinus	=	$\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Tangens	=	$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$
Kotangens	=	$\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$

M



1. Beispiel

$L_1 = 150 \text{ mm}$, $L_2 = 30 \text{ mm}$, $L_3 = 140 \text{ mm}$;
 Winkel $\alpha = ?$
 $\tan \alpha = \frac{L_1 + L_2}{L_3} = \frac{180 \text{ mm}}{140 \text{ mm}} = 1,286$
Winkel $\alpha = 52^\circ$

2. Beispiel

$L_1 = 150 \text{ mm}$, $L_2 = 30 \text{ mm}$, $\alpha = 52^\circ$;
 Länge des Stoßdämpfers $L = ?$
 $L = \frac{L_1 + L_2}{\sin \alpha} = \frac{180 \text{ mm}}{\sin 52^\circ} = \mathbf{228,42 \text{ mm}}$

Bezogen auf den Winkel α ist:

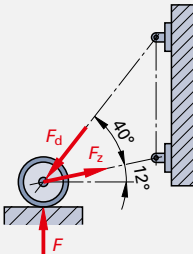
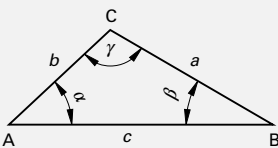
$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \tan \alpha = \frac{a}{b}$$

Bezogen auf den Winkel β ist:

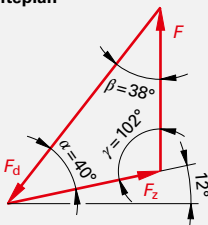
$$\sin \beta = \frac{b}{c} \quad \cos \beta = \frac{a}{c} \quad \tan \beta = \frac{b}{a}$$

Die Berechnung eines Winkels in Grad ($^\circ$) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z. B. $\arcsin$.

Funktionen im schiefwinkligen Dreieck (Sinussatz, Kosinussatz)



Kräfteplan



Im Sinussatz entsprechen die Seitenverhältnisse dem Sinus der entsprechenden Gegenwinkel im Dreieck. Aus einer Seite und zwei Winkeln lassen sich die anderen Werte berechnen.

Seite $a \rightarrow$ Gegenwinkel α

Seite $b \rightarrow$ Gegenwinkel β

Seite $c \rightarrow$ Gegenwinkel γ

Beispiel

$F = 800 \text{ N}$, $\alpha = 40^\circ$, $\beta = 38^\circ$; $F_z = ?$, $F_d = ?$

Die Berechnung erfolgt jeweils aus dem Kräfteplan.

$$\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_z}{\sin \beta} \Rightarrow F_z = \frac{F \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$F_z = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 38^\circ}{\sin 40^\circ} = \mathbf{766,24 \text{ N}}$$

$$\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_d}{\sin \gamma} \Rightarrow F_d = \frac{F \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha}$$

$$F_d = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 102^\circ}{\sin 40^\circ} = \mathbf{1217,38 \text{ N}}$$

Die Berechnung eines Winkels in Grad ($^\circ$) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z. B. $\arccos$.

Sinussatz

$$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Vielfältige Umstellungen sind möglich:

$$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$$

$$b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$$

$$c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$$

Kosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

Umstellung, z. B.

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 + a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

Elementare Rechenregeln, Rechenregeln für Brüche

Elementare Rechenregeln

Assoziativgesetz

Beim Assoziativgesetz ist die Reihenfolge der Bearbeitung der Klammern irrelevant.

1. Beispiel

$$\begin{aligned}x - (2x - 3) &= x - 2x + 3 = -x + 3 \\ 3x - (-x + 3) &= 3x - x + 3 = 2x + 3\end{aligned}$$

2. Beispiel

$$\begin{aligned}y \cdot (x \cdot y) &= y \cdot x \cdot y = x \cdot y^2 \\ x \cdot (-x \cdot y) &= -x^2 \cdot y\end{aligned}$$

Assoziativgesetz

$$\begin{aligned}(x + y) + z &= x + (y + z) \\ (x \cdot y) \cdot z &= x \cdot (y \cdot z)\end{aligned}$$

Kommutativgesetz

Die Terme können vertauscht werden, ohne dass sich das Ergebnis ändert.

1. Beispiel

$$\begin{aligned}-3 + (2x^2 + x) &= 2x^2 + x - 3 \\ e^x - (x^2 + 2) &= -(x^2 + 2) + e^x\end{aligned}$$

2. Beispiel

$$\begin{aligned}(-x) \cdot x^2 &= x^2 \cdot (-x) = -x^3 \\ (x + y) \cdot x &= x \cdot (x + y)\end{aligned}$$

Kommutativgesetz

$$\begin{aligned}x + y &= y + x \\ x \cdot y &= y \cdot x\end{aligned}$$

Distributivgesetz

Gibt an, wie ein Term ausgeklammert bzw. ausmultipliziert wird.

1. Beispiel

$$\begin{aligned}x \cdot (4x + y) &= x \cdot 4x + x \cdot y = 4x^2 + xy \\ (x^2 + 1) \cdot x &= x^2 \cdot x + 1 \cdot x = x^3 + x\end{aligned}$$

2. Beispiel

$$\begin{aligned}(x + 3)^2 &= x^2 + 2x \cdot 3 + 3^2 \\ &= x^2 + 6x + 9\end{aligned}$$

Distributivgesetz

$$\begin{aligned}x \cdot (y + z) &= x \cdot y + x \cdot z \\ (x + y) \cdot z &= x \cdot z + y \cdot z\end{aligned}$$

Binomische Formeln

Ein Binom besteht aus einer Summe (+ oder -) zweier Gliedern (z.B. x und y). Aus dem Assoziativ- und Distributivgesetz ergeben sich die Binomischen Formeln.

Beispiel

$$\begin{aligned}(x + y)^2 &= (x + y) \cdot (x + y) = x \cdot (x + y) + y \cdot (x + y) \\ &= x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2\end{aligned}$$

Binomische Formeln

$$\begin{aligned}1. (x + y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \\ 2. (x - y)^2 &= x^2 - 2xy + y^2 \\ 3. (x + y)(x - y) &= x^2 - y^2\end{aligned}$$

Rechenregeln für Brüche

Ein Bruch wird durch eine Übereinanderstellung von Zähler und Nenner dargestellt, die durch den waagerechten Bruchstrich getrennt sind:

$$\text{Bruch} = \frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}}$$

Addition bzw. Subtraktion, Multiplikation bzw. Division

1. Beispiel (Addition)

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{2 + 3}{4} = \frac{5}{4}$$

2. Beispiel (Subtraktion)

$$\frac{3}{2} - \frac{5}{7} = \frac{3 \cdot 7}{14} - \frac{5 \cdot 2}{14} = \frac{11}{14}$$

Addition bzw. Subtraktion

$$\begin{aligned}\frac{v}{w} + \frac{x}{y} &= \frac{v \cdot y + x \cdot w}{w \cdot y} \\ \frac{v}{w} - \frac{x}{y} &= \frac{v \cdot y - x \cdot w}{w \cdot y}\end{aligned}$$

1. Beispiel (Multiplikation)

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{3}{8}$$

2. Beispiel (Division)

$$\frac{3}{2} : \frac{5}{7} = \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{5} = \frac{3 \cdot 7}{2 \cdot 5} = \frac{21}{10}$$

Multiplikation bzw. Division

$$\begin{aligned}\frac{v}{w} \cdot \frac{x}{y} &= \frac{v \cdot x}{w \cdot y}, \quad \frac{\frac{v}{w}}{\frac{x}{y}} = \frac{v}{w} \cdot \frac{y}{x} \\ \frac{x}{y} : \frac{z}{w} &= \frac{x}{y} \cdot \frac{w}{z} = \frac{x \cdot w}{y \cdot z}\end{aligned}$$

Erweitern und Kürzen

1. Beispiel (Erweitern)

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 4} = \frac{12}{16}$$

2. Beispiel (Kürzen)

$$\frac{24}{36} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 6} = \frac{2}{3}$$

Kürzen und Erweitern

$$\frac{x \cdot z}{y \cdot z} = \frac{x}{y}, \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{z}{z} = \frac{x \cdot z}{y \cdot z}$$