

2024

# Abitur

Original-Prüfung  
mit Lösungen

**MEHR  
ERFAHREN**

Sachsen

**Mathematik I**

+ *Online-Glossar*



**STARK**

# Inhalt

Vorwort	
Stichwortverzeichnis	
Materialien für Aufgaben zur Stochastik	

## **Hinweise und Tipps zum Zentralabitur**

---

Ablauf der Prüfung	I
Bewertung	II
Verwendung von Operatoren	III
Methodische Hinweise und allgemeine Tipps zur schriftlichen Prüfung	V

## **Abiturprüfung 2016**

---

Teil A	2016-1
Teil B, Aufgabe 1	2016-9
Teil B, Aufgabe 2	2016-18

## **Abiturprüfung 2017**

---

Teil A	2017-1
Teil B, Aufgabe 1	2017-9
Teil B, Aufgabe 2	2017-17

## **Abiturprüfung 2018**

---

Teil A	2018-1
Teil B, Aufgabe 1	2018-10
Teil B, Aufgabe 2	2018-19

## **Abiturprüfung 2019**

---

Teil A	2019-1
Teil B, Aufgabe 1	2019-10
Teil B, Aufgabe 2	2019-21

## **Abiturprüfung 2020**

---

Teil A	2020-1
Teil B, Aufgabe 1	2020-10
Teil B, Aufgabe 2	2020-20

## Abiturprüfung 2021

---

Teil A .....	2021-1
Teil B, Aufgabe 1 .....	2021-10
Teil B, Aufgabe 2 .....	2021-19

## Abiturprüfung 2022

---

Teil A .....	2022-1
Teil B, Aufgabe 1 .....	2022-10
Teil B, Aufgabe 2 .....	2022-20

### Abiturprüfung 2023 ..... [www.stark-verlag.de/mystark](http://www.stark-verlag.de/mystark)

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2023 freigegeben sind, können Sie diese als PDF auf der Plattform MyStark herunterladen. Den Zugangscode finden Sie auf der Umschlaginnenseite.



Bei **MyStark** finden Sie:

- **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil A, teilweise mit Veranschaulichung durch **Videos**
  - **Jahrgang 2023**, sobald dieser zum Download bereit steht
- Den Zugangscode zu MyStark finden Sie auf der Umschlaginnenseite.

Sitzen alle mathematischen Begriffe? Im Interaktiven Training und unter [www.stark-verlag.de/mathematik-glossar/](http://www.stark-verlag.de/mathematik-glossar/) finden Sie ein kostenloses **Glossar** zum schnellen Nachschlagen aller wichtigen Definitionen mitsamt hilfreicher Abbildungen und Erläuterungen.

Kostenlose **Webinare** zur Prüfungsvorbereitung finden Sie ab Mitte März 2024 unter:  
[www.stark-verlag.de/schule/unser-angebot/kurse/online-kurse](http://www.stark-verlag.de/schule/unser-angebot/kurse/online-kurse)

## Lösungen der Aufgaben:

---

Steffi Hultsch, Radebeul

# Vorwort

Liebe zukünftige Abiturientinnen und Abiturienten,

im vorliegenden Band finden Sie die **Original-Abituraufgaben ab Jahrgang 2016** für den **Leistungskurs Mathematik** im Freistaat Sachsen zur zentralen Abiturprüfung; die Aufgaben des **Jahrgangs 2023** stehen Ihnen auf der Plattform MyStark zum Download zur Verfügung.

Diese Aufgaben helfen Ihnen bei der individuellen **Vorbereitung auf das Abitur**. Darüber hinaus kann das Material aber auch zur **Vorbereitung auf Klausuren** verwendet werden. Dazu bietet Ihnen dieses Buch **sehr ausführliche Lösungen mit Zwischenergebnissen** zur Selbstkontrolle. Die angegebenen Lösungswege sind freilich oft nicht die einzig möglichen.

Zu jeder Aufgabe sind „**Tipps und Hinweise**“ aufgeführt. Sie sollen im Problemfall den Einstieg in die Aufgabe erleichtern und dazu beitragen, die Aufgabe **möglichst selbstständig** zu lösen.

**Noch ein Wort an die zukünftigen Abiturientinnen und Abiturienten:** Sicher benötigt man erst einmal mehr Zeit, als für die Aufgabe eigentlich vorgesehen ist. Aber mit der Übung stellen sich Fertigkeiten ein und Standardaufgaben werden bald sicher gelöst, sodass mehr Zeit für die anspruchsvolleren Aufgabenteile bleibt. In unmittelbarer Vorbereitung auf das Abitur sollte aber schon der Zeitfaktor eine zunehmende Rolle spielen. Nutzen Sie auch die Selbstkontrolle mit der Bewertungstabelle.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abiturprüfung 2024 vom Sächsischen Staatsministerium für Kultus bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu ebenfalls bei MyStark.

Ihnen viel Erfolg bei Ihrer Arbeit und Spaß beim Üben sowie ein gutes Abiturzeugnis!

*Steffi Hultsch*

# Hinweise und Tipps zum Zentralabitur

## Ablauf der Prüfung

---

### Die zentrale schriftliche Abiturprüfung

In Sachsen gibt es zentrale schriftliche Abiturprüfungen, die im Auftrag des Ministeriums für Kultus erstellt und begutachtet werden. Die Inhalte richten sich nach den einheitlichen Prüfungsanforderungen aller Länder (EPA) bzw. den Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012) sowie dem Lehrplan für das allgemeinbildende Gymnasium in Sachsen.

Seit dem Abitur 2014 wird im Leistungskurs von mehreren Bundesländern gemeinsam ein Aufgabenpool erarbeitet und bereitgestellt. Aus diesem werden von den Ländern einzelne Aufgaben ausgewählt und in die jeweiligen Abiturprüfungen integriert.

Die Prüfungsarbeit besteht aus den zu bearbeitenden **Prüfungsteilen A und B**. Die Gesamtarbeitszeit für beide Prüfungsteile beträgt **300 Minuten**.

Ab der Abiturprüfung 2024 verändert sich die Struktur der Prüfungsarbeit.

Der **Prüfungsteil A** besteht aus mehreren nicht zusammenhängenden, kürzeren Aufgaben, die **hilfsmittelfrei** zu bearbeiten sind. Dem Prüfling werden Aufgaben aus **zwei Aufgabengruppen** vorgelegt, wobei die Aufgaben der Aufgabengruppe 1 den Anforderungsbereichen I und II zuzuordnen sind, während die Aufgaben der Aufgabengruppe 2 zumindest in einer Teilaufgabe den Anforderungsbereich III erreichen.

Im Leistungskurs enthält die **Aufgabengruppe 1** zwei Aufgaben aus dem Sachgebiet Analysis sowie je eine Aufgabe aus den Sachgebieten Analytische Geometrie/Lineare Algebra und Stochastik. Diese **vier Aufgaben müssen bearbeitet** werden.

**Aufgabengruppe 2** besteht aus sechs Aufgaben, je zwei zu jedem der drei Sachgebiete Analysis, Analytische Geometrie/Lineare Algebra und Stochastik; von diesen sechs Aufgaben müssen **zwei beliebige Aufgaben ausgewählt und bearbeitet** werden. Insgesamt sind in Prüfungsteil A also sechs Aufgaben zu bearbeiten.

Der **Prüfungsteil B** besteht aus **bis zu drei umfangreicheren Pflichtaufgaben**, die jeweils in zusammenhängende Teilaufgaben gegliedert sind. Die Aufgaben können Inhalte aus Analysis, Analytische Geometrie/Lineare Algebra und Stochastik miteinander vernetzen oder Inhalte aus nur einem der Sachgebiete beinhalten. Sie berücksichtigen die Bearbeitung innermathematischer Fragestellungen und die Anwendung mathematischer Kenntnisse und Fähigkeiten auf praxisorientierte Sachverhalte.

Zu Prüfungsbeginn erhalten die Prüflinge sowohl die Aufgaben zum Prüfungsteil A als auch die Aufgaben zum Prüfungsteil B. Jeder Prüfling entscheidet selbst über den Zeitpunkt, zu dem er die Bearbeitung zum **Prüfungsteil A** bei der Aufsicht führenden Lehrkraft abgibt und die Hilfsmittel erhält. Dieser Zeitpunkt muss im Leistungskurs **innerhalb der ersten 100 Minuten** nach Prüfungsbeginn liegen.

In den Aufgabenstellungen werden die allgemeinen mathematischen Kompetenzen

- mathematisch argumentieren,
- Probleme mathematisch lösen,
- mathematisch modellieren,
- mathematische Darstellungen verwenden,
- mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen,
- mathematisch kommunizieren

in einem ausgewogenen Verhältnis berücksichtigt.

### Hilfsmittel

Bei der Bearbeitung der Prüfung stehen folgende Hilfsmittel zur Verfügung:

- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
- Zeichengeräte

Zusätzlich im Prüfungsteil B:

- Tabellen- und Formelsammlung
- grafikfähiger, programmierbarer Taschenrechner (GTR) mit oder ohne Computer-Algebra-System (CAS)

(Die Software eines solchen Taschenrechners oder eine gleichwertige Software kann auch auf einer anderen geschlossenen Plattform verwendet werden.)

### Bewertung

---

Die Durchführung der Prüfung und die Korrektur der Arbeiten sind in der Oberstufen- und Abiturprüfungsverordnung (OAVO) vom Sächsischen Staatsministerium für Kultus festgelegt und werden durch eine Verwaltungsvorschrift zu jeder Abiturprüfung konkretisiert.

Die Bewertung der Abiturarbeit erfolgt unabhängig durch die eigene Fachlehrkraft (Erstkorrektor) sowie eine weitere Fachlehrkraft eines anderen Gymnasiums (Zweitkorrektor). Weichen deren Punktzahlen um mehr als drei Punkte voneinander ab, erfolgt eine Drittkorrektur.

Gegenstand der Bewertung ist die **sachliche Richtigkeit** der Beantwortung. **Sinnvolle Gedankenführung** und angemessene **sprachliche Darstellung** fließen dabei in die Bewertung ein.

Für die Bewertung der Prüfungsarbeiten werden fachbezogene Korrekturhinweise ausgegeben. Bei schwerwiegenden und gehäuften Verstößen gegen die sprachliche Richtigkeit in der Muttersprache oder gegen die äußere Form kann jeweils ein Punkt der einfachen Wertung abgezogen werden.

An den jeweiligen Aufgabenstellungen sind die verbindlichen Bewertungsmaßstäbe ersichtlich. Im **Prüfungsteil A** sind **30 Bewertungseinheiten (BE)** und im **Teil B** **90 Bewertungseinheiten** erreichbar.

120-BE-Skala (Skalierung passend ab Jahrgang 2018):

BE	Punkte	Note
120 ... 114	15	1+
113 ... 108	14	1
107 ... 102	13	1–
101 ... 96	12	2+
95 ... 90	11	2
89 ... 84	10	2–
83 ... 78	9	3+
77 ... 72	8	3
71 ... 66	7	3–
65 ... 60	6	4+
59 ... 54	5	4
53 ... 48	4	4–
47 ... 40	3	5+
39 ... 33	2	5
32 ... 24	1	5–
23 ... 0	0	6

## Verwendung von Operatoren

---

Bei der Formulierung der Prüfungsaufgaben werden sogenannte **Operatoren** verwendet, die sicherstellen sollen, dass alle Lehrer\*innen und Schüler\*innen unter einer bestimmten Aufgabenstellung das Gleiche verstehen. Dies ist insbesondere durch die Nutzung des grafikfähigen Taschenrechners von Bedeutung.

Dazu existiert die im Folgenden auszugsweise beigefügte Handreichung vom Sächsischen Staatsministerium für Kultus zur „Verwendung von ausgewählten Operatoren im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht bei Verfügbarkeit des grafikfähigen Taschenrechners (GTR)“.

Die Verwendung der Operatoren orientiert sich an dem vom Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) für den gemeinsamen Aufgabenpool der Länder veröffentlichten „Grundstock von Operatoren“ für das Fach Mathematik:

<https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/dokumente/mathematik>



**Leistungskurs Mathematik (Sachsen): Abiturprüfung 2022**  
**Teil B – Aufgabe 1**

Betrachtet werden alle in  $\mathbb{R}$  definierten Funktionen  $f_p$  der Schar mit

$$f_p(x) = \frac{p}{4} \cdot x^4 + (30 - p) \cdot x^3 + (p - 90) \cdot x^2 + 240 \text{ und } p \in \mathbb{R}.$$

Die Graphen von  $f_p$  werden mit  $G_p$  bezeichnet.

- 1.1 Zeigen Sie, dass die y-Koordinate des Schnittpunkts von  $G_p$  mit der Ordinatenachse unabhängig von  $p$  ist.

Bestimmen Sie den Wert von  $p$ , für den  $G_p$  symmetrisch zur Ordinatenachse ist.

Geben Sie das Verhalten von  $f_p$  für  $x \rightarrow +\infty$  in Abhängigkeit von  $p$  an.

Erreichbare BE-Anzahl: 7

- 1.2 Betrachtet werden die folgenden drei Aussagen für  $p > 0$ :

$$\text{I } f_p(2) = 120 \qquad \text{II } f'_p(2) = 0 \qquad \text{III } f''_p(2) = 2 \cdot p + 180$$

Aus diesen drei Aussagen ergibt sich eine Eigenschaft von  $G_p$ .

Geben Sie diese Eigenschaft an.

Begründen Sie Ihre Angabe unter Verwendung der drei Aussagen.

Erreichbare BE-Anzahl: 5

- 1.3 Die Tangente an  $G_p$  an der Stelle  $x = 1$  wird durch die Gleichung

$y = -90 \cdot x + \frac{p}{4} + 270$  beschrieben. Diese Tangente schließt für  $p \neq -1080$  mit den Koordinatenachsen eine Fläche ein.

Bestimmen Sie einen Wert von  $p$ , für den der Inhalt dieser Fläche 500 beträgt.

Erreichbare BE-Anzahl: 5

Ein ICE fährt bis 15:00 Uhr mit konstanter Geschwindigkeit. Von 15:00 Uhr bis 15:02 Uhr nimmt seine Geschwindigkeit ab. Ab 15:02 Uhr fährt der ICE wieder mit konstanter Geschwindigkeit. Zur modellhaften Beschreibung der Entwicklung der Geschwindigkeit des ICE im Zeitraum von 15:00 Uhr bis 15:02 Uhr wird die Funktion  $f_0$  mit  $f_0(x) = 30 \cdot x^3 - 90 \cdot x^2 + 240$  verwendet.

Dabei ist  $x$  die seit 15:00 Uhr vergangene Zeit in Minuten und  $f_0(x)$  die Geschwindigkeit in Kilometer pro Stunde.

Die Abbildung 1 zeigt für  $0 \leq x \leq 2$  den Graphen von  $f_0$ ; außerdem stellt sie die Geschwindigkeiten des ICE vor 15:00 Uhr und nach 15:02 Uhr dar.

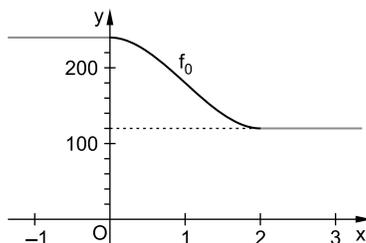


Abbildung 1

## Tipps und Hinweise

### Teilaufgabe 1.1

- ♣ Berechnen Sie  $f_p(0)$ .
- ♣ Der Graph einer ganzrationalen Funktion ist symmetrisch zur Ordinatenachse, wenn  $x$  nur mit geraden Exponenten im Funktionsterm auftritt.
- ♣ Betrachten Sie das Grenzwertverhalten für  $p > 0$ ,  $p = 0$  und  $p < 0$ .

### Teilaufgabe 1.2

- ♣ Mithilfe der 1. und 2. Ableitung ergeben sich notwendige und hinreichende Bedingungen für lokale Extrempunkte.

### Teilaufgabe 1.3

- ♣ Sie benötigen die Schnittpunkte der Tangente mit den Koordinatenachsen, um den Flächeninhalt (Dreieck) zu bestimmen.

### Teilaufgabe 1.4

- ♣ Berechnen Sie die Werte von  $f_0\left(\frac{1}{2}\right)$ ,  $f_0(0)$  und  $f_0(1)$  oder lesen Sie diese grafisch ab.
- ♣ Mithilfe der Differenzen dieser Werte lässt sich die Aussage bestätigen.

### Teilaufgabe 1.5

- ♣ Die Geschwindigkeit nimmt am stärksten an der lokalen Minimumstelle der 1. Ableitungsfunktion von  $f_0$  ab. Diese können Sie berechnen oder grafisch ermitteln.

### Teilaufgabe 1.6

- ♣ Betrachten Sie für die Interpretation die Bedeutung der  $x$ - bzw.  $f_0(x)$ -Werte.
- ♣ Lösen Sie die Gleichung dann grafisch oder mittels SolveN.

### Teilaufgabe 1.7

- ♣ Der zurückgelegte Weg erscheint im  $v$ - $t$ -Diagramm als Fläche unter der Kurve.
- ♣ Betrachten Sie die Zeitabschnitte von 15:00 Uhr bis 15:02 Uhr und von 15:02 Uhr bis 15:03 Uhr getrennt.
- ♣ Beachten Sie die unterschiedlichen Einheiten auf den Achsen.

### Teilaufgabe 1.8

- ♣ Legen Sie eine Tangente an den Graphen von  $f_0$  in  $x_0 = 1$  und ermitteln Sie deren Nullstelle und daraus den zurückgelegten Weg.

### Teilaufgabe 1.9

- ♣ Ermitteln Sie die Extrempunkte im Grafik-Menü.

## Lösungen

$$f_p(x) = \frac{p}{4}x^4 + (30-p)x^3 + (p-90)x^2 + 240 \quad (p \in \mathbb{R})$$

1.1  $f_p(0) = \underline{240}$  ist unabhängig von  $p$ .

$G_p$  ist symmetrisch zur Ordinatenachse, wenn keine ungeraden Exponenten von  $x$  vorkommen, d. h., der Term mit  $x^3$  muss entfallen, also muss  $30-p=0$  sein.

Dies ist für  $\underline{p=30}$  der Fall.

$$\text{Für } p > 0 \text{ gilt: } \lim_{x \rightarrow +\infty} f_p(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{p}{4}x^4 \right) = \underline{+\infty}$$

$$\text{Für } p = 0 \text{ gilt: } \lim_{x \rightarrow +\infty} f_p(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (30x^3) = \underline{+\infty}$$

$$\text{Für } p < 0 \text{ gilt: } \lim_{x \rightarrow +\infty} f_p(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{p}{4}x^4 \right) = \underline{-\infty}$$

1.2  $p > 0$ :

$$\text{I } f_p(2) = 120 \quad \Rightarrow \quad P(2 | 120) \in f_p$$

$$\text{II } f'_p(2) = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{An der Stelle } x_0 = 2 \text{ ist die notwendige Bedingung für ein lokales Extremum erfüllt.}$$

$$\text{III } f''_p(2) = 2p + 180 \quad \Rightarrow \quad \text{Wegen } p > 0 \text{ ist der Wert positiv, d. h., es handelt sich um ein lokales Minimum (hinreichende Bedingung).}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{T(2|120) \text{ ist ein Tiefpunkt (lokales Minimum) von } G_p \text{ für } p > 0.}}$$

1.3  $t \dots y = -90x + \frac{p}{4} + 270$  Tangente an  $G_p$  an der Stelle  $x_0 = 1$  (für  $p \neq -1080$ )

Berechnung der Nullstelle von  $t$ :

$$0 = -90x_N + \frac{p}{4} + 270$$

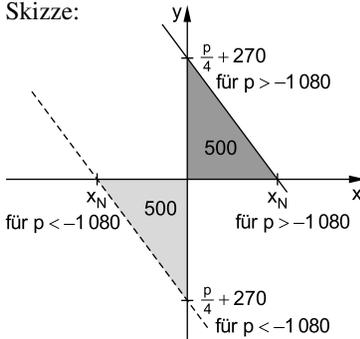
$$90x_N = \frac{p}{4} + 270$$

$$x_N = \frac{p}{360} + 3$$

Schnittstelle mit der  $y$ -Achse:

$$y_S = \frac{p}{4} + 270$$

Skizze:



Flächeninhalt:

$$500 = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{p}{4} + 270 \right) \cdot \left( -\frac{p}{360} + 3 \right)$$

Lösung mittels Rechner:

```
SolveN(500 = 1/2 * (p/4 + 270) * (-p/360 + 3) | p)
{-2280, 120}
SolveN(500 = 1/2 * (p/4 + 270) * (-p/360 + 3) | p)
```

Rechnerische Lösung:

$$1000 = \left( \frac{p}{4} + 270 \right) \cdot \left( -\frac{p}{360} + 3 \right)$$

$$1000 = \frac{1}{1440} p^2 + \frac{3}{4} p + \frac{3}{4} p + 810$$

$$0 = \frac{1}{1440} p^2 + \frac{3}{2} p - 190$$

$$\underline{\underline{p_1 = 120}}$$

$$\underline{\underline{p_2 = -2280}}$$

1.4  $f_0(x) = 30x^3 - 90x^2 + 240$

$x$  ... seit 15:00 Uhr vergangene Zeit in Minuten

$f_0(x)$  ... Geschwindigkeit in  $\frac{\text{km}}{\text{h}}$

$$f_0\left(\frac{1}{2}\right) = 30 \cdot \frac{1}{8} - 90 \cdot \frac{1}{4} + 240 = \frac{885}{4} = 221,25$$

Die Geschwindigkeit beträgt eine halbe Minute nach 15:00 Uhr 221,25  $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ .

$$f_0(0) = 240$$

$$f_0(1) = 180$$

$$\text{Abnahme von 0 bis } \frac{1}{2}: 240 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 221,25 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 18,75 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\text{Abnahme von } \frac{1}{2} \text{ bis } 1: 221,25 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 180 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 41,25 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Die Abnahme in der ersten halben Minute ist also kleiner als in der zweiten.



© **STARK Verlag**

[www.stark-verlag.de](http://www.stark-verlag.de)  
[info@stark-verlag.de](mailto:info@stark-verlag.de)

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

**STARK**