

## TABLE DES MATIERES

### INTRODUCTION

### PRELIMINAIRES

P.1. Espaces linéaires à semi-normes .....	1
P.2. Espaces tonnelés, espaces évaluables,... ..	3
P.3. Relations entre ces espaces .....	5
P.4. Renforcement du système de semi-normes .....	13

### CHAPITRE I : ESPACES ASSOCIES A UN

#### ESPACE LINEAIRE A SEMI-NORMES

I.1. Définition .....	15
I.2. Espace bornologique associé .....	16
I.3. Espace ultrabornologique associé .....	17
I.4. Espaces tonnelé, d-tonnelé et $\sigma$ -tonnelé associés .....	18
I.5. Espaces évaluable , d-évaluable et $\sigma$ -évaluable associés .....	20
I.6. Propriétés des espaces associés .....	21
I.7. Espaces associés à un sous-espace linéaire dense .....	23
I.8. Espaces associés à un sous-espace linéaire de codimension finie .....	32

### CHAPITRE II : ESPACES COMPLETEMENT REGULIERS ET SEPARES

#### ET ESPACES DE FONCTIONS CONTINUES

II.1. Espaces complètement réguliers et séparés .....	36
II.2. Caractères de $\mathcal{C}(X)$ et de $\mathcal{C}^b(X)$ .....	37
II.3. Compactifié de Stone-Čech $\beta X$ de $X$ .....	40
II.4. Replété $\nu X$ de $X$ .....	42
II.5. Parties bornantes de $X$ .....	43
II.6. $\mu$ -espace associé à $X$ : $\mu X$ .....	44
II.7. Systèmes de semi-normes sur $\mathcal{C}(X)$ et sur $\mathcal{C}^b(X)$ ...	45
II.8. Espaces $[C(X), \mathcal{P}]$ et $[C^b(X), \mathcal{Q}]$ .....	48
II.9. Espace $\nu_Y X$ .....	49
II.10. Espace $\mu_Y X$ .....	53
II.11. Famille $Z$ -saturée associée à $\mathcal{P}$ .....	55
II.12. Exemples .....	60

CHAPITRE III : ESPACES ASSOCIES AUXESPACES DE FONCTIONS CONTINUES

III.1. Appui d'un ensemble de $\mathcal{C}(X)$ , absolument convexe, absorbant et contenant $\Delta$ .....	62
III.2. Espaces ultrabornologiques associés	
a) Cas des espaces $[C^b(X), \mathcal{Q}]$ .....	65
b) Cas des espaces $[C(X), \mathcal{P}]$ .....	65
III.3. Espaces tonnelé, d-tonnelé, $\sigma$ -tonnelé, évaluable d-évaluable et $\sigma$ -évaluable associés	
a) Cas des espaces $[C(X), \mathcal{P}]$ .....	69
Support d'un borné de $[C(X), \mathcal{P}]^*_S$ .....	70
Tonneaux, d-tonneaux et $\sigma$ -tonneaux $[C(X), \mathcal{P}]$ ..	73
Caractérisation des espaces $[C(X), \mathcal{P}]$ tonnelés, d-tonnelés, $\sigma$ -tonnelés, évaluable, d-évaluable, $\sigma$ -évaluable .....	78
Espaces tonnelé, d-tonnelé, $\sigma$ -tonnelé, évaluable, d-évaluable et $\sigma$ -évaluable associés à $[C(X), \mathcal{P}]$ .....	82
b) Cas des espaces $[C^b(X), \mathcal{Q}]$ .....	86
III.4. Espaces bornologiques associés	
a) Cas des espaces $[C(X), \mathcal{P}]$ .....	93
b) Cas des espaces $[C^b(X), \mathcal{Q}]$ .....	94
III.5. Applications à l'espace $C_S(X)$ .....	95

CHAPITRE IV : CONDITIONS DE SEPARABILITEET DE COMPACTITE FAIBLE

IV.1. Séparabilité par semi-norme .....	99
IV.2. Séparabilité de l'espace $[C(X), \mathcal{P}]$ .....	110
IV.3. Séparabilité de l'espace $[C^b(X), \mathcal{Q}]$ .....	111
IV.4. Critères de compacité dans $C_S(X)$ .....	113
IV.5. Critères de compacité dans $[C(X), \mathcal{P}]_a$ .....	115

CHAPITRE V : APPLICATION AUX ESPACES DE  
FONCTIONS CONTINUES VECTORIELLES

V.1. Définition des espaces $C_s(X;E)$ et $C_{p',s}(X;E)$ .....	120
V.2. Dual de l'espace $C_s(X;E)$ .....	122
V.3. Critères pour que $C_s(X;E)$ soit de Mackey, tonnelé, d-tonnelé, $\sigma$ -tonnelé, évaluable, d-évaluable ou $\sigma$ -évaluable .....	127
V.4. Conditions pour que $C_s(X;E)$ soit bornologique ....	132
BIBLIOGRAPHIE .....	143
LISTE DES SYMBOLES .....	147
INDEX TERMINOLOGIQUE .....	149