

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Matrix-Theorie</b>	<b>4</b>
2.1	Matrizen und Vektoren . . . . .	4
2.2	Matrixverknüpfungen . . . . .	7
2.2.1	Gleichheit und Addition . . . . .	7
2.2.2	Skalare Multiplikation . . . . .	7
2.2.3	Matrizenmultiplikation . . . . .	8
2.2.4	Zeilen- und Spaltensumme . . . . .	10
2.2.5	Vektorprodukte . . . . .	10
2.2.6	Norm eines Vektors und geometrische Definition des Skalarprodukts . . . . .	11
2.2.7	Orthogonale und orthonormale Vektoren . . . . .	11
2.2.8	Matrixoperationen mit einer Diagonalmatrix . . . . .	12
2.2.9	Rechenregeln für das Transponieren einer Matrix . . . . .	13
2.2.10	Determinanten . . . . .	13
2.3	Matrixinversion . . . . .	15
2.3.1	Definition und Rechenregeln . . . . .	15
2.3.2	Determinantenformel für die Inversion . . . . .	16
2.3.3	Gauß-Jordan-Verfahren . . . . .	18
2.3.4	Orthogonalmatrix und orthogonale Transformation . . . . .	19
2.4	Blockmatrizen . . . . .	20
2.4.1	Definition . . . . .	20
2.4.2	Matrix-Inverse über Blockmatrizen . . . . .	22
2.4.3	Blockdiagonalmatrix und Inverse . . . . .	24
2.4.4	Determinante über Blockmatrix . . . . .	24
2.4.5	Kronecker-Produkt . . . . .	25
2.5	Lineare Abhängigkeit von Vektoren und Rang einer Matrix . . . . .	25
2.5.1	Lineare Abhängigkeit von Vektoren . . . . .	25
2.5.2	Rang einer Matrix . . . . .	26
2.5.3	Reguläre und singuläre Matrix . . . . .	26
2.5.4	Elementare Umformungen . . . . .	27
2.6	Lineare Gleichungssysteme . . . . .	28
2.7	Spur und Eigenwerte einer quadratischen Matrix . . . . .	30
2.7.1	Spur einer quadratischen Matrix . . . . .	30
2.7.2	Eigenwerte und Eigenvektoren . . . . .	31
2.7.3	Eigenwerte und Eigenvektoren symmetrischer Matrizen . . . . .	32
2.8	Quadratische Formen und definite Matrizen . . . . .	33

<b>3</b>	<b>Deskriptive Statistik, Häufigkeitsverteilung, Lage- und Streuungsparameter</b>	<b>35</b>
3.1	Begriffe der Statistik . . . . .	35
3.2	Häufigkeitsverteilung . . . . .	38
3.3	Klassenbildung . . . . .	40
3.4	Graphische Darstellung von Daten . . . . .	42
3.5	Lageparameter . . . . .	45
3.5.1	Arithmetisches Mittel . . . . .	45
3.5.2	Median . . . . .	46
3.5.3	Geometrisches und harmonisches Mittel . . . . .	48
3.6	Streuungsparameter . . . . .	50
3.6.1	Spannweite . . . . .	50
3.6.2	Mittlere absolute Abweichung . . . . .	50
3.6.3	Varianz und Standardabweichung . . . . .	51
3.6.4	Der Freiheitsgrad . . . . .	52
3.6.5	Variationskoeffizient . . . . .	52
3.6.6	Schiefe und Wölbung einer Verteilung . . . . .	53
3.7	Zweidimensionale Häufigkeitsverteilungen . . . . .	53
<b>4</b>	<b>Zufallsvariablen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen</b>	<b>55</b>
4.1	Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .	55
4.2	Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen . . . . .	59
4.3	Parameter einer Wahrscheinlichkeitsverteilung . . . . .	61
4.3.1	Erwartungswert und Varianz . . . . .	61
4.3.2	Momente . . . . .	64
4.4	Mehrdimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilungen . . . . .	65
4.4.1	Wahrscheinlichkeits- und Dichtefunktion mehrdimensionaler Zufallsvariablen . . . . .	65
4.4.2	Randverteilungen, bedingte Verteilungen und Unabhängigkeit von Zufallsvariablen . . . . .	67
4.4.3	Erwartungswerte, Kovarianzen und Korrelationen mehrdimensionaler Zufallsvariablen . . . . .	70
4.5	Fortpflanzungsgesetze zufälliger und systematischer Messabweichungen	76
4.5.1	Varianz-Kovarianzfortpflanzungsgesetz . . . . .	76
4.5.2	Komponenten der Genauigkeit . . . . .	82
4.5.3	Fortpflanzungsgesetz für systematische Messabweichungen . . .	82
4.5.4	Korrektionsfunktion als Maß für die Richtigkeit . . . . .	85
4.6	Spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilungen . . . . .	92
4.6.1	Gleichverteilung . . . . .	92
4.6.2	Binomialverteilung . . . . .	94
4.6.3	Hypergeometrische Verteilung . . . . .	97
4.6.4	Poisson-Verteilung . . . . .	98
4.6.5	Normalverteilung . . . . .	99
4.6.6	$\chi^2$ -Verteilung (Helmert-Pearson-Verteilung) . . . . .	108
4.6.7	t-Verteilung (Student-Verteilung) . . . . .	110
4.6.8	F-Verteilung . . . . .	111

<b>5</b>	<b>Induktive Statistik</b>	<b>119</b>
5.1	Stichprobenverfahren . . . . .	119
5.2	Methoden der Parameterschätzung . . . . .	121
5.2.1	Schätzfunktionen . . . . .	121
5.2.2	Eigenschaften von Schätzfunktionen . . . . .	123
5.2.3	Erwartungstreue Varianzschätzung zusammengesetzter Stichproben . . . . .	125
5.2.4	Erwartungstreue Varianzschätzung bei Doppelbeobachtungen . . . . .	128
5.2.5	Schätzfunktionen nach der Maximum-Likelihood-Methode . . . . .	133
<b>6</b>	<b>Regressionsanalyse</b>	<b>136</b>
6.1	Lineares Modell . . . . .	136
6.1.1	Modelldefinition . . . . .	136
6.1.2	Linearisierung und Gauß-Newton-Verfahren . . . . .	137
6.2	Klassisches und allgemeines lineares Regressionsmodell . . . . .	139
6.2.1	Modellbeschreibung . . . . .	139
6.2.2	Parameterschätzung nach der Maximum-Likelihood-Methode . . . . .	142
6.2.3	Parameterschätzung nach der Methode der kleinsten Quadrate (Ausgleichsrechnung) . . . . .	143
6.2.4	Zusammenfassende Darstellung aller Beobachtungen und Schätzwerte sowie deren Kovarianzmatrizen . . . . .	150
6.2.5	Kovarianzmatrizen von Funktionen . . . . .	152
6.3	Design- und Varianzanalyse . . . . .	154
6.4	Beispiele zur linearen Regression . . . . .	156
6.5	Lineares Modell mit stochastischen Regressoren . . . . .	173
6.6	Regression mit „Fehlern“ in den Variablen . . . . .	174
6.7	Bestimmtheitsmaß und Korrelationskoeffizient . . . . .	176
6.8	Ausgleichung im Gauß-Helmert-Modell . . . . .	177
6.8.1	Lösung der Ausgleichungsaufgabe . . . . .	179
6.8.2	Genauigkeitsmaße und Kovarianzmatrizen . . . . .	181
<b>7</b>	<b>Konfidenzbereiche und Hypothesentests</b>	<b>189</b>
7.1	Konfidenzintervalle und -bereiche . . . . .	189
7.1.1	Konfidenzintervall für einen Erwartungswert $\mu$ . . . . .	189
7.1.2	Konfidenzintervall für die Differenz zweier Erwartungswerte $\mu_1$ und $\mu_2$ . . . . .	194
7.1.3	Multivariates Konfidenzintervall für $p$ Erwartungswerte $\mu$ . . . . .	196
7.1.4	Konfidenzintervall für eine Standardabweichung $\sigma$ . . . . .	201
7.1.5	Konfidenzintervalle für Parameter und Erwartungswerte von Regressionsfunktionen . . . . .	203
7.1.6	Punkt- und Intervallprognosen mit Regressionsfunktionen . . . . .	212
7.2	Hypothesentests . . . . .	213
7.2.1	Test eines Erwartungswertes $\mu$ . . . . .	214
7.2.2	Test zweier Erwartungswerte $\mu_1$ und $\mu_2$ . . . . .	221
7.2.3	Multivariater Test für $p$ Erwartungswerte $\mu$ . . . . .	225
7.2.4	Test einer Varianz $\sigma^2$ . . . . .	226

7.2.5	Test zweier Varianzen $\sigma_1^2$ und $\sigma_2^2$ . . . . .	229
7.2.6	Test der Struktur einer Kovarianzmatrix . . . . .	231
7.2.7	Testen von Hypothesen über Regressionsparameter . . . . .	232
7.2.8	Theorie der Fehler 1. und 2. Art . . . . .	239
<b>8</b>	<b>Übungsbeispiele zur Regressionsanalyse (Ausgleichsrechnung)</b>	<b>242</b>
8.1	Höhennetzausgleichung . . . . .	242
8.2	Lagenetzausgleichung . . . . .	250
8.2.1	Linearisierung der Strecken . . . . .	250
8.2.2	Linearisierung der Richtungen eines Richtungssatzes . . . . .	253
8.2.3	Homogenisierung der Beobachtungen . . . . .	255
8.3	Überbestimmte Koordinatentransformation . . . . .	261
8.4	Ausgleichung im freien Netz . . . . .	269
8.5	Analyse der inneren und äußeren Netzzuverlässigkeit . . . . .	281
8.5.1	Analyse der inneren Zuverlässigkeit im Netz . . . . .	281
8.5.2	Analyse der äußeren Zuverlässigkeit des Netzes . . . . .	284
8.5.3	Interpretation von Ausgleichungsergebnissen . . . . .	284
8.6	Praktische Vorgehensweise bei der Ausgleichung . . . . .	291
8.6.1	Freie Netzausgleichung . . . . .	291
8.6.2	Prüfen der Anschlusspunkte / Festpunkte . . . . .	292
8.6.3	Ausgleichung mit festen Anschlusspunkten / Zwangsanschluss . . . . .	293
8.6.4	Ausgleichung unter Zwangsanschluss durch überbestimmte Transformation . . . . .	294
8.7	Ein tachymetrisches Ausgleichungsprogramm . . . . .	294
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>304</b>
	<b>Verzeichnis der Beispiele</b>	<b>308</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>312</b>
	<b>Stichwortverzeichnis</b>	<b>314</b>