

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	11
1.1	Populationsdynamik	12
1.2	Parametrisch getriebenes Pendel	15
1.3	Reaktionsdynamik	19
2	Kontinuierliche dynamische Systeme	21
2.1	Phasenraum und Fluss	22
2.2	Erste Integrale und invariante Mengen	27
2.3	Dissipative und konservative Systeme	31
2.4	Stabilität von Lösungen	37
2.4.1	Variationsgleichung	40
2.4.2	Adjungiertes lineares Problem	43
2.5	Fixpunkte und ihre Stabilität	47
2.6	Periodische Attraktoren	53
2.7	POINCARÉ-Abbildungen	60
2.7.1	Autonome Systeme	61
2.7.2	Nichtautonome Systeme	63
3	Homokline Punkte und Chaos	67
3.1	Transversale homokline Punkte	69
3.2	Die SMALESche Hufeisenabbildung	73
3.3	Chaos und Nichtintegrabilität	77
3.4	Die MELNIKOV-Methode	81
3.5	Einfache Anwendungen	87
3.5.1	Getriebener Duffing-Oszillator	87
3.5.2	Parametrisch erregtes Pendel	90
3.5.3	Getriebener Morse-Oszillator	92
3.6	Das SHILNIKOV-Theorem	97
3.7	LJAPUNOV-Exponenten	100
3.7.1	Vorbetrachtungen	100

3.7.2	Stabilitätsverhalten	102
3.8	Fraktale und fraktale Basinggrenzen	107
3.9	Allgemeine Anmerkungen zum Chaos	113
4	Bifurkationen	117
4.1	Parameterabhängigkeit des Flusses	119
4.2	Die Idee der Zentrumsmanigfaltigkeit	123
4.3	Die Bifurkations-Grundtypen	126
4.3.1	Sattel-Knoten-Bifurkation	127
4.3.2	Transkritische Bifurkation	128
4.3.3	Heugabel-Bifurkation	128
4.3.4	Hopf-Bifurkation	130
4.4	Spezielle Bifurkationen	132
4.4.1	Subkritische Hopfbifurkation und Hysterese	132
4.4.2	Die Hopf-Hopf-Bifurkation	135
4.4.3	Periodenverdoppelnde Bifurkationen	138
4.5	Prinzip einer Bifurkationsanalyse	143
4.6	Anmerkungen zur Parameterabhängigkeit	146
5	HAMILTONsche Systeme	151
5.1	Integrable HAMILTON-Systeme	153
5.1.1	Kanonische Transformationen	153
5.1.2	Integrable Probleme	155
5.1.3	Entartete und Isoenergetisch entartete Systeme	158
5.2	Störung integrierbarer Systeme	161
5.3	Das KAM-Theorem	166
5.3.1	Konvergenz der Fourier-Reihe	168
5.3.2	Konvergenz der Störungsreihe in ϵ	171
5.3.3	Rationale und irrationale Zahlen	174
5.4	Twist-Abbildungen	179
5.4.1	Das POINCARÉ-BIRKHOFF-Theorem	182
5.5	Geometrie von HAMILTON-Systemen	188
5.5.1	Symplektisches Potential	188
5.5.2	Bi-HAMILTON-Systeme	196
6	Integrabilität und Symmetrie	203
6.1	LAX-integrable Systeme	204
6.1.1	Liouville- und Lax-Integrabilität	208
6.2	Nichtkanonische Transformationen	210
6.2.1	Rekursionsoperatoren	215
6.2.2	Beispiel: Harmonischer Oszillator	219

6.3	Symmetrie und Pseudosymmetrie	226
6.3.1	Anwendung: Skalentransformationen	230
6.3.2	Transformation der Zeitvariablen	233
6.4	Exkurs zur Variationsgleichung	238
6.4.1	Vektorfelder und hermitesche Operatoren	245
6.4.2	Adjungierte Darstellung und Rekursionsoperator	249
7	Nichtlineare Wellen und Strukturbildung	261
7.1	Amplitudengleichungen	263
7.2	Die ECKHAUS-Instabilität	269
7.3	Solitonen	277
7.4	Die KdV-Gleichung als integrables System	286
7.4.1	Das Anfangswert-Problem der KdV-Gleichung	290
7.4.2	Symmetrien und Erhaltungsgrößen	295
7.4.3	Ionenschall-Solitonen	301
8	Orbit und Umgebung	307
8.1	Umgebung und Messung eines Zustandes	309
8.1.1	Dynamischen Symmetrie und Umgebung	310
8.1.2	Anholonome Abbildung der Basis	315
8.2	Mittelungen	321
8.3	Rotationsdynamik im Dreidimensionalen	328
8.3.1	Zeitabhängigkeit der lokalen Basis	328
8.3.2	Anholonome Abbildung der Basis	331
8.3.3	Diskussion der Abbildung	336
8.4	Eigenschaften der anholonomen Abbildung	341
8.4.1	Allgemeine Lösungsstrategie für die Konsistenzbedingung	341
8.4.2	Grenzfall schwacher Anholonomität	343
8.4.3	Mehrdeutigkeit der Abbildung	346
8.5	Exkurs zur HEISENBERG-Vertauschungsregel	350
8.5.1	Darstellung durch Vektorfelder	350
8.5.2	Darstellung von Zustandsfunktionen	355
8.5.3	Die Lösung der Geodätengleichung	358
8.6	Dynamische Reversibilität	365
8.6.1	Zur Physik der Pseudo-Orbits	371
8.6.2	Die MAXWELLSchen Gleichungen	377
A	Fernparallelismus	383