

TABLE DES MATIERES

Introduction

Chapitre I. IDÉAUX PREMIERS ET LOCALISATION

1. Notations et définitions	1
2. Lemme de Nakayama.	1
3. Localisation	2
4. Anneaux et modules noethériens	2
5. Spectre.	3
6. Le cas noethérien.	4
7. Idéaux premiers associés	4

Chapitre II. OUTILS ET SORITES

A) Filtrations et graduations	8
1. Anneaux et modules filtrés	8
2. Topologie définie par une filtration	9
3. Complétion des modules filtrés	10
4. Anneaux et modules gradués	11
5. Où tout redevient noethérien; filtrations q -adiques.	15
6. Modules différentiels filtrés.	20
B) Polynômes de Hilbert-Samuel	26
1. Rappel sur les polynômes à valeurs entières.	26
2. Fonctions additives sur les catégories de modules.	27
3. Le polynôme caractéristique de Hilbert	29
4. Les invariants de Hilbert-Samuel	32

Chapitre III. THÉORIE DE LA DIMENSION

A) Dimension des extensions entières.	38
1. Définitions.	38
2. Le premier théorème de Cohen-Seidenberg.	39
3. Le second théorème de Cohen-Seidenberg	41
B) Dimension dans les anneaux noethériens.	43
1. Dimension d'un module.	43
2. Le cas semi-local noethérien	44
3. Systèmes de paramètres	47
C) Anneaux normaux	48
1. Caractérisation des anneaux normaux.	48
2. Propriétés des anneaux normaux	51
3. Fermeture intégrale.	53
D) Anneaux de polynômes.	54
1. Dimension de l'anneau $A[X_1, \dots, X_n]$	54
2. Le lemme de normalisation.	57
3. Applications. I. Dimension dans les algèbres de polynômes.	59
4. Applications. II. Fermeture intégrale d'une algèbre de type fini	62
5. Applications. III. Dimension d'une intersection dans l'espace affine	64

Chapitre IV. DIMENSION ET CODIMENSION HOMOLOGIQUES

A) Le complexe de l'algèbre extérieure (Koszul)	67
1. Le cas simple.	67
2. Acyclicité et propriétés fonctorielles du complexe de l'algèbre extérieure	69
3. La suite spectrale associée au complexe de l'algèbre extérieure.	74
4. La codimension homologique d'un module sur un anneau semi-local.	78

B) Modules de Cohen-Macaulay	83
1. Définition des modules de Cohen-Macaulay	83
2. Diverses caractérisations des modules de Cohen-Macaulay.	85
3. Variété d'un module de Cohen-Macaulay.	88
4. Idéaux premiers et complétion.	91
C) Dimension homologique des modules noethériens.	93
1. La dimension homologique d'un module	93
2. Le cas noethérien.	95
3. Le cas local	99
D) Les anneaux réguliers.	101
1. Propriétés et caractérisations des anneaux locaux réguliers.	101
2. Propriétés de permanence des anneaux locaux réguliers.	106
3. Délocalisation	108
4. Un critère de normalité.	110
<u>Appendice I. RÉSOLUTIONS MINIMALES.</u>	112
1. Définition des résolutions minimales.	112
2. Application.	114
3. Cas du complexe de l'algèbre extérieure.	116
<u>Appendice II. POSITIVITÉ DES CARACTÉRISTIQUES D'EULER-POINCARÉ SUPÉRIEURES.</u>	119
<u>Chapitre V. LES MULTIPLICITÉS</u>	
A) La multiplicité d'un module	124
1. Le groupe des cycles d'un anneau	124
2. La multiplicité d'un module.	125
B) La multiplicité d'intersection de deux modules.	127
1. La réduction à la diagonale.	127
2. Produits tensoriels complétés.	129
3. Anneaux réguliers d'égale caractéristique.	135
4. Conjectures.	137
5. Anneaux réguliers d'inégale caractéristique (cas non ramifié)	138
6. Anneaux réguliers quelconques.	141
C) Raccord avec la géométrie algébrique.	144
1. Formule des Tor.	144
2. Cycles sur une variété affine non singulière	145
3. Premières formules	146
4. Démonstration du théorème 1.	149
5. Rationalité des intersections.	149
6. Images directes.	150
7. Images réciproques	151
8. Extensions de la théorie des intersections	154
<u>Bibliographie</u>	157