2024 **Training**

mit Original-Prüfungen

MEHR ERFAHREN

IGS Niedersachsen

Mathematik 10. Klasse

+ *Ausführliche Lösungen*
+ *Hinweise und Tipps*

LÖSUNGEN

STARK

Inhalt

Training Grundwissen

1 Basiswissen 1
2 Funktionen 14
3 Trigonometrie 37
4 Flächen und Körper 49
5 Stochastik 70

Original-Prüfungsaufgaben

Abschlussarbeiten 2020 2020-1
Abschlussarbeiten 2021 2021-1
Abschlussarbeiten 2022 2022-1

Abschlussarbeiten 2023 .... **www.stark-verlag.de/mystark**

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2023 freigegeben sind, können die dazugehörigen Lösungen als PDF auf der Plattform MyStark heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

Autorin und Autoren:
Diana Hauser, Martin Fetzer, Michael Heinrichs,
Walter Modschiedler und Walter Modschiedler jun.

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dieses Buch ist das Lösungsbuch zu dem Band **Original-Prüfungen und Training – Abschluss Integrierte Gesamtschule 2024 – Mathematik 10. Klasse – Niedersachsen** (Best.-Nr. D03900).

Anhand der ausführlichen Lösungen unserer Autorin und Autoren kannst du überprüfen, ob du die Aufgaben im Trainingsteil und die Original-Prüfungsaufgaben richtig gelöst hast.
Versuche aber stets, jede Aufgabe zunächst alleine zu rechnen, und sieh nicht gleich in diesem Buch nach. Nur wenn du dich selbst anstrengst, bleibt der Stoff auch im Gedächtnis und du lernst dazu. Solltest du jedoch allein nicht weiterkommen, kann ein Blick in die Lösung hilfreich sein, da dort wichtige Hinweise und Tipps zur Bearbeitung der Aufgaben gegeben werden.
Zum Schluss solltest du deine Ergebnisse auf jeden Fall mit der Lösung im Buch vergleichen und gegebenenfalls nach Rechenfehlern und Verbesserungsmöglichkeiten deines Ansatzes suchen.

Arbeitest du alle Aufgaben auf diese Weise Schritt für Schritt durch, bist du bestens auf die Prüfung vorbereitet!

Viel Erfolg in der Prüfung!

185 a) $20 \text{ m} : 5 = 4 \text{ m}$

Die Seitenlänge a des Fünfecks beträgt 4 m.

b) Fläche eines Bestimmungsdreiecks:

$28 \text{ m}^2 : 5 = 5{,}6 \text{ m}^2$

Höhe eines Bestimmungsdreiecks:

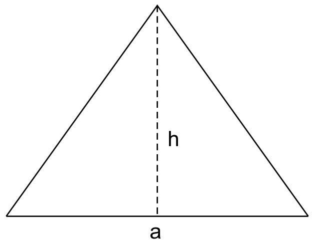
$$A = \frac{g \cdot h}{2}$$

$$5{,}6 \text{ m}^2 = \frac{4 \text{ m} \cdot h}{2}$$

$$11{,}2 \text{ m}^2 = 4 \text{ m} \cdot h$$

$$2{,}8 \text{ m} = h$$

Zeichnung (Maßstab 1 : 100):



c) Für das Becken ist nicht genügend Platz. Die Beckenfläche des Springbrunnens beträgt 28 m². Ein Quadrat mit einer Breite von 5 m hat einen Flächeninhalt von nur 25 m².

d) $V = 28 \text{ m}^2 \cdot 0{,}6 \text{ m}$

$V = 16{,}8 \text{ m}^2$

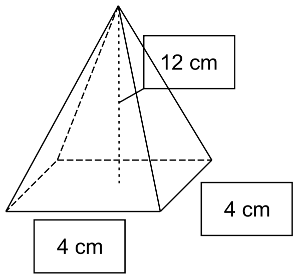
---

186 $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$

$V = \frac{1}{3} \cdot (4 \text{ cm})^2 \cdot 12 \text{ cm}$

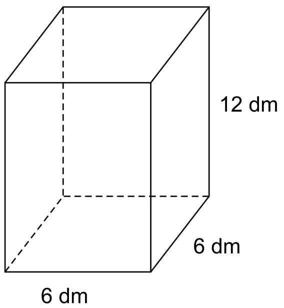
$V = 16 \text{ cm}^2 \cdot 4 \text{ cm}$

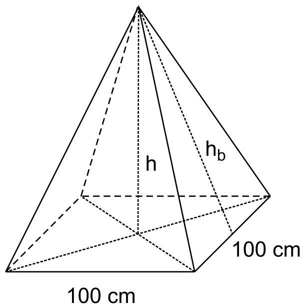
$V = 64 \text{ cm}^2$



---

187 a)





b) Oberfläche des Quaders:

$O = 2 \cdot 6 \text{ dm} \cdot 6 \text{ dm} + 4 \cdot 6 \text{ dm} \cdot 12 \text{ dm}$

$O = 360 \text{ dm}^2$

Mantelfläche der Pyramide:

$M = O - G$

$M = 360 \text{ dm}^2 - (10 \text{ dm} \cdot 10 \text{ dm})$

$M = 260 \text{ dm}^2$

Flächeninhalt eines Seitendreiecks:

$A_D = M : 4$

$A_D = 260 \text{ dm}^2 : 4$

$A_D = 65 \text{ dm}^2$

c) Höhe eines Seitendreiecks:

$$65 \text{ dm}^2 = \frac{10 \text{ dm} \cdot h_b}{2}$$

$$13 \text{ dm} = h_b$$

Berechnung von h mit dem Satz des Pythagoras:

Kathete $\frac{b}{2} = 5 \text{ dm}$

Hypotenuse $h_b = 13 \text{ dm}$

$$h^2 + (5 \text{ dm})^2 = (13 \text{ dm})^2$$

$$h^2 = 144 \text{ dm}^2$$

$$h = 12 \text{ dm}$$

188
$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$
$$2\,768\,003 \text{ m}^3 = \frac{1}{3} \cdot 56\,644 \text{ m}^2 \cdot h$$
$$146{,}6 \text{ m} \approx h$$
Die Cheopspyramide war damals rund 146,6 m hoch.

189

	Kante a	Körperhöhe h	Seitenhöhe h_a	Volumen V	Mantelfläche M
a)	10 cm	18 cm	18,7 cm	600 cm^3	374 cm^2
b)	3 m	6,3 m	6,5 m	18,9 m^3	39 m^2
c)	5,6 dm	7,2 dm	7,75 dm	75,3 dm^3	86,8 dm^2
d)	14 cm	7,9 cm	10,6 cm	517,4 cm^3	296,8 cm^2

190

	Radius r	Höhe h	Grundfläche G	Volumen V
a)	6,4 cm	12,8 cm	128,7 cm^2	549,1 cm^3
b)	2,2 dm	1,85 dm	14,8 dm^2	9,12 dm^3
c)	0,7 m	33,0 m	1,35 m^2	14,87 m^3

---

191 Radius:
$$u = 2 \cdot \pi \cdot r$$
$$54{,}6 \text{ m} = 2 \cdot \pi \cdot r$$
$$8{,}69 \text{ m} \approx r$$
Höhe:
$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$
$$148{,}75 \text{ m}^3 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (8{,}69 \text{ m})^2 \cdot h$$
$$1{,}88 \text{ m} \approx h$$
Der Sandhaufen hat eine Höhe von 1,88 m.

---

192 a) Maxi-Volumen:
$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (3 \text{ cm})^2 \cdot 9 \text{ cm}$$
$$V = 84{,}8 \text{ cm}^3$$
Mini-Volumen:
$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (2{,}2 \text{ cm})^2 \cdot 6{,}5 \text{ cm}$$
$$V \approx 32{,}9 \text{ cm}^3$$

b) $84{,}8 \text{ cm}^3 \mathrel{\hat{=}} 100\ \%$
$1 \text{ cm}^3 \mathrel{\hat{=}} 1{,}179\ldots\ \%$
$32{,}9 \text{ cm}^3 \mathrel{\hat{=}} 38{,}8\ \%$
$100\ \% - 38{,}8\ \% = 61{,}2\ \%$
Das Fassungsvermögen des Mini-Hörnchens ist um 61,2 % kleiner.

c) $s = \sqrt{r^2 + h^2}$
$s = \sqrt{(2{,}2 \text{ cm})^2 + (6{,}5 \text{ cm})^2}$
$s \approx 6{,}9 \text{ cm}$

d) $M = \pi \cdot 2{,}2 \text{ cm} \cdot 6{,}9 \text{ cm}$
$M \approx 47{,}7 \text{ cm}^2$

193 Volumen des Würfels:

$V = 8\text{ cm} \cdot 8\text{ cm} \cdot 8\text{ cm}$

$V = 512\text{ cm}^3$

Das Volumen des Kegels ist gleich dem Volumen des Würfels.

Höhe des Kegels:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$512\text{ cm}^3 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (4\text{ cm})^2 \cdot h$$

$30{,}56\text{ cm} \approx h$

Mantellinie des Kegels:

$s = \sqrt{r^2 + h^2}$

$s = \sqrt{(4\text{ cm})^2 + (30{,}56\text{ cm})^2}$

$s \approx 30{,}82\text{ cm}$

Mantelfläche des Kegels:

$M = \pi \cdot r \cdot s$

$M = \pi \cdot 4\text{ cm} \cdot 30{,}82\text{ cm}$

$M \approx 387{,}3\text{ cm}^2$

---

194 a) $M = \pi \cdot 3{,}5\text{ m} \cdot 15\text{ m}$

$M \approx 164{,}9\text{ m}^2$

Das Dach hat eine Fläche von 164,9 m^2.

b) $5\text{ dm}^2 = 0{,}05\text{ m}^2$

$164{,}9\text{ m}^2 : 0{,}05\text{ m}^2 = 3\,298$

Man benötigt mindestens 3 298 Ziegel.

c) Kathete $r = 3{,}5\text{ m}$

Hypotenuse $s = 15\text{ m}$

$h^2 = (15\text{ m})^2 - (3{,}5\text{ m})^2$

$h^2 = 212{,}75\text{ m}^2$

$h \approx 14{,}59\text{ m}$

d) $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (3{,}5\text{ m})^2 \cdot 14{,}59\text{ m}$

$V \approx 187{,}2\text{ m}^3$

e) $u = 2 \cdot \pi \cdot 3{,}5\text{ m}$

$u \approx 22{,}0\text{ m}$

Die Dachrinne müsste 22 m lang sein.

f) $22{,}50\,\frac{€}{\text{m}} \cdot 22\text{ m} = 495\text{ €}$

19 % MwSt.: $100\,\% + 19\,\% = 119\,\% = 1{,}19$

$495\text{ €} \cdot 1{,}19 = 589{,}05\text{ €}$

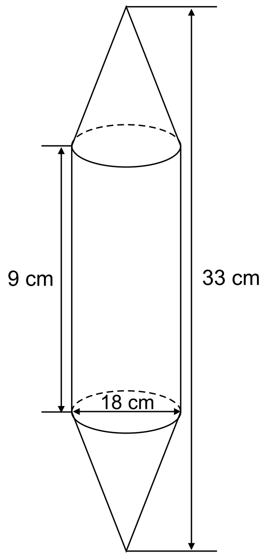
3 % Skonto: $100\,\% - 3\,\% = 97\,\% = 0{,}97$

$589{,}05\text{ €} \cdot 0{,}97 \approx 571{,}38\text{ €}$

Die Dachrinne kostet insgesamt 571,38 €.

---

195 a)



b) Mantelfläche des Zylinders:

$M_{Zylinder} = 2 \cdot \pi \cdot (9\text{ cm})^2$

$M_{Zylinder} \approx 508{,}9\text{ cm}^2$

Mantelfläche des Kegels:

$h_{Kegel} = (33\text{ cm} - 9\text{ cm}) : 2$

$h_{Kegel} = 12\text{ cm}$

$s = \sqrt{(9\text{ cm})^2 + (12\text{ cm})^2}$

$s = 15\text{ cm}$

$M_{Kegel} = \pi \cdot 9\text{ cm} \cdot 15\text{ cm}$

$M_{Kegel} \approx 424{,}1\text{ cm}^2$

Oberfläche des Körpers:

$O = M_{Kegel} + M_{Zylinder}$

$O = 424{,}1\text{ cm}^2 + 508{,}9\text{ cm}^2$

$O = 933\text{ cm}^2$

---

196 a) $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (7{,}5\text{ m})^3$

$V \approx 1\,767{,}1\text{ m}^3$

Zum Füllen sind 1 767,1 m^3 Gas notwendig.

b) $O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

$O = 4 \cdot \pi \cdot (7{,}5\text{ cm})^2$

$O \approx 706{,}9\text{ m}^2$

---

197 Radius r:

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

$15\,000\text{ m}^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

$3\,581\text{ m}^3 \approx r^3$

$15{,}3\text{ m} \approx r$

Oberfläche:

$O = 4 \cdot \pi \cdot (15{,}3\text{ m})^2$

$O \approx 2\,941{,}7\text{ m}^2$

---

198 Radius r:

$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

$2\,826\text{ cm}^2 = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

$225\text{ cm}^2 \approx r^2$

$15\text{ cm} = r$

Volumen:

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (15\text{ cm})^3$

$V \approx 14\,137\text{ cm}^3$

Sofie muss 14 137 cm^3 Luft in den Ballon blasen.

Abschlussarbeiten 2021

E-Kurs – Hilfsmittelfreier Teil

Aufgabe 1

a)

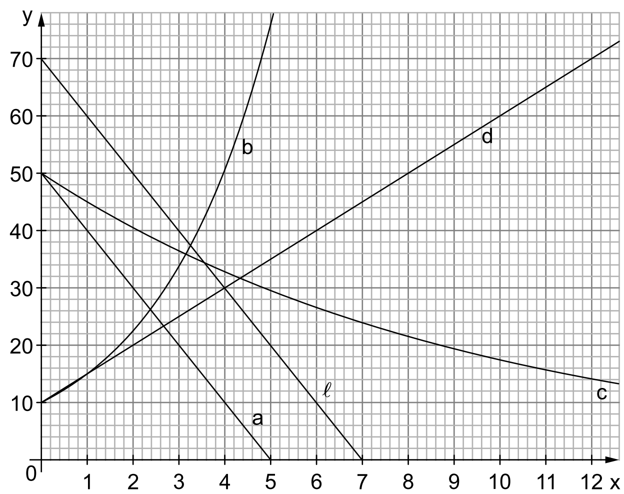
Funktionsgleichung	Text	Graph
$f(x) = 10 \cdot 1{,}5^x$	I	b
$g(x) = 50 \cdot 0{,}9^x$	III	c
$h(x) = -10x + 50$	II	a

Begründung der Zuordnung des Graphen c zu Text III:
Der y-Achsenabschnitt beschreibt die Anfangsmenge 50 mg des Medikaments im Blut. Die prozentuale Abnahme um 10 % pro Stunde beschreibt eine exponentielle Abnahme.
Nur Graph c entspricht diesen Kriterien.

Hinweise und Tipps

In einer Tabelle kann die Lösung übersichtlich dargestellt werden.
h(x) beschreibt eine lineare Funktion, f(x) beschreibt ein exponentielles Wachstum ($a > 1$), g(x) eine exponentielle Abnahme ($a < 1$).
Bei Text I wird ein exponentielles Wachstum beschrieben, nur Graph b zeigt einen solchen Verlauf.
Bei Text II handelt es sich um eine lineare Abnahme. Der dazugehörige Graph muss eine fallende Gerade sein.
Graph d passt zu keiner Beschreibung.

b)



$\ell(x) = 70 - 10x = -10x + 70$

$y = \underbrace{m}_{\text{Steigung}}x + \underbrace{b}_{\text{y-Achsenabschnitt}}$

hier: $m = -10$; $b = 70$

Der Graph ist fallend, da m negativ ist.
Du kannst ein Steigungsdreieck zeichnen.
$m = -10$ bedeutet: 10 Einheiten nach unten, 1 Einheit nach rechts.
Beachte die unterschiedliche Einteilung der Achsen.

c) $h(x) = -10x + 50$
$\ell(x) = -10x + 70$

Die Graphen haben die gleiche Steigung $m = -10$.
Daher sind sie parallel.

Aufgabe 2

a) 4 „Füße“: $4 \cdot 2\text{ m} = 8\text{ m}$
4 Querstangen: $4 \cdot 3\text{ m} = 12\text{ m}$
4 Dachstangen: $4 \cdot 2{,}5\text{ m} = 10\text{ m}$

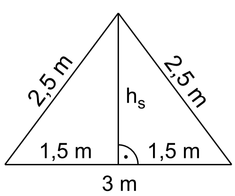
Zusammen: $8\text{ m} + 12\text{ m} + 10\text{ m} = 30\text{ m}$

Die Stangen haben eine Gesamtlänge von 30 m.

Es sind 12 Stangen mit insgesamt 3 unterschiedlichen Längen.

b) $h_s^2 = (2{,}5\text{ m})^2 - (1{,}5\text{ m})^2$
$h_s^2 = 6{,}25\text{ m}^2 - 2{,}25\text{ m}^2$
$h_s^2 = 4\text{ m}^2$
$h_s = 2\text{ m}$

Das Dreieck hat eine Höhe von 2 m.



Die Dreiecke der Pyramiden sind gleichschenklig, die Höhe halbiert daher die Basis.
Wende den Satz des Pythagoras im rechtwinkligen Dreieck mit den Seitenlängen h_s, 2,5 m und 1,5 m an.

c) Dachfläche = Mantel Pyramide:

$$M_{Pyramide} = 4 \cdot \frac{3\text{ m} \cdot h_s}{2}$$

$$M_{Pyramide} = 4 \cdot \frac{3\text{ m} \cdot 2\text{ m}}{2}$$

$$M_{Pyramide} = 12\text{ m}^2$$

Zwei Seiten des Quaders = zwei Rechtecke:

$$A = 2 \cdot 2\text{ m} \cdot 3\text{ m}$$

$$A = 12\text{ m}^2$$

Insgesamt: $12\text{ m}^2 + 12\text{ m}^2 = 24\text{ m}^2$

Der Flächeninhalt beträgt 24 m^2.

Hinweise und Tipps

Die Dachfläche besteht aus 4 gleich großen Dreiecken mit der Höhe h_s (Mantel einer Pyramide).

Aufgabe 3

a) $P(\text{weiß weiß}) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3} \approx 33{,}3\ \%$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 33,3 % werden zwei weiße Kugeln gezogen.

Im 1. Zug befinden sich 6 weiße und 4 schwarze Kugeln in der Urne, insgesamt 10 Kugeln.

Im 2. Zug sind nur noch 5 weiße (und 4 schwarze Kugeln) in der Urne, insgesamt 9 Kugeln.

Wende die Produktregel an.

b) $P(\text{schwarz schwarz}) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{12}{90}$

$P(\text{weiß schwarz}) = \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{24}{90}$

$P(\text{schwarz weiß}) = \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{24}{90}$

$P(\text{mindestens eine schwarz}) = \frac{12}{90} + \frac{24}{90} + \frac{24}{90} = \frac{60}{90} = \frac{2}{3}$

Wenn man mindestens eine schwarze Kugel zieht, zieht man entweder (schwarz, schwarz) oder (weiß, schwarz) oder (schwarz, weiß).
Berechne diese Wahrscheinlichkeiten mit der Produktregel.
Wende dann die Summenregel an.

Alternative Lösungsmöglichkeit:
Dorothee zieht mindestens eine schwarze Kugel, wenn sie **nicht** zwei weiße Kugeln zieht.

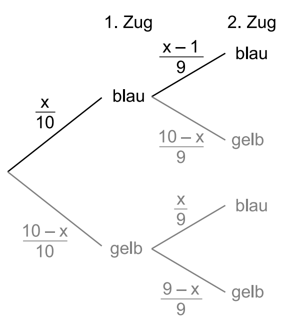
$P(\text{mindestens eine schwarze Kugel}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{2}{3}$ zieht Dorothee mindestens eine schwarze Kugel.

Nutze das Gegenereignis $\overline{E}$ von „mindestens eine schwarze Kugel".
$P(E) = 1 - P(\overline{E})$

Verwende das Ergebnis aus Teilaufgabe a.

c) x steht für die Anzahl der blauen Kugeln.
$\frac{x}{10}$ ist die Wahrscheinlichkeit, im 1. Zug eine blaue Kugel zu ziehen.
Im 2. Zug befinden sich dann noch $x - 1$ blaue und insgesamt 9 Kugeln in der Urne.
$\frac{x-1}{9}$ ist also die Wahrscheinlichkeit, im 2. Zug auch eine blaue Kugel zu ziehen.
Die Multiplikation entspricht dem Anwenden der Produktregel.
Das Produkt muss $\frac{2}{9}$ ergeben.



E-Kurs – Pflichtteil: Stochastik

Aufgabe 4

✎ Hinweise und Tipps

a) $\frac{21}{25} = 0{,}84 = 84\ \%$

84 % der Krokusse wachsen an.

21 von 25 wachsen an.

b) 960 der Krokusse wachsen nicht an.

Berechnung dieses Werts:
$100\ \% - 84\ \% = 16\ \% = 0{,}16$

$0{,}16 \cdot 6\,000 = 960$

Achte auf die Spalten- und Zeilenbeschriftung.

Wenn 84 % der Krokusse anwachsen, wachsen 16 % nicht an.
16 % von 6 000 Krokussen sind 960 Krokusse.

c)

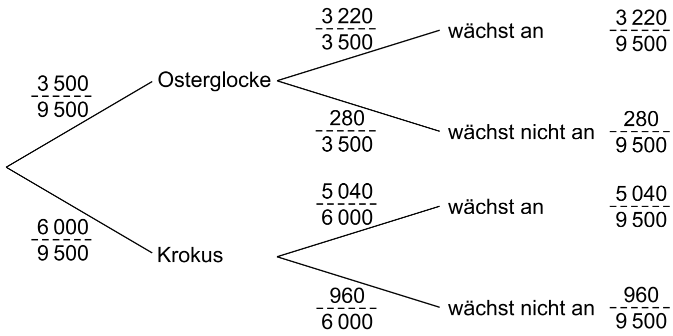
	wachsen an	wachsen nicht an	
Osterglocken	3 220	280	3 500
Krokusse	5 040	960	6 000
	8 260	1 240	9 500

Die Stadt kauft insgesamt $3\,500 + 6\,000 = 9\,500$ Zwiebeln.

92 % der Osterglocken wachsen an: $0{,}92 \cdot 3\,500 = 3\,220$

Die restlichen Werte ergeben sich durch Addition oder Subtraktion.

d)



1. Stufe: Es gibt 3 500 Osterglocken und 6 000 Krokusse.

2. Stufe: Nutze die Werte aus der Mitte der Vierfeldertafel. Die Grundgesamtheit in der 2. Stufe ist die Anzahl der Osterglocken bzw. Krokusse.

Die Wahrscheinlichkeiten der letzten Spalte kann man entweder mit der Produktregel berechnen oder mithilfe der Vierfeldertafel logisch erschließen.

e) $P(\text{Osterglocke und wächst an}) = \frac{3\,220}{9\,500}$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{3\,220}{9\,500}$ ist eine zufällig ausgewählte Zwiebel eine Osterglocke und wächst an.

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit entspricht dem obersten Pfad des Baumdiagramms.

f) $P(\text{Krokus wächst nicht an}) = \frac{960}{6\,000}$

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Krokus nicht anwächst, ist $\frac{960}{6\,000}$.

Alternative Lösungsmöglichkeit:
In Aufgabe a hat man schon berechnet, dass 84 % der Krokusse anwachsen, also wachsen 16 % nicht an.

Man weiß schon, dass es ein Krokus ist. Von diesen 6 000 Zwiebeln wachsen 960 nicht an.

g) $P(\text{Zwiebel wächst an}) =$
$P(\text{Osterglocke und wächst an}) + P(\text{Krokus und wächst an}) =$
$\frac{3\,220}{9\,500} + \frac{5\,040}{9\,500} = \frac{8\,260}{9\,500} \approx 86{,}95\ \%$

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zwiebel anwächst, beträgt 86,95 %.

Zwei Pfade gehören zum Ereignis „Zwiebel wächst an“. Nutze die Summenregel.

h) $P(\text{anwachsende Zwiebel ist ein Krokus}) = \frac{5\,040}{8\,260}$

Dass die anwachsende Zwiebel ein Krokus ist, kommt mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{5\,040}{8\,260}$ vor.

i) Erwartete Anzahl anwachsender Krokusse:

$800 \cdot \frac{5\,040}{9\,500} \approx 424,42$

Erwartete Anzahl anwachsender Osterglocken:

$800 \cdot \frac{3\,220}{9\,500} \approx 271,16$

Ja, man kann mehr angewachsene Krokusse als Osterglocken erwarten.

Hinweise und Tipps

Nutze die Vierfeldertafel.
8 260 Zwiebeln wachsen an, hierunter 5 040 Krokusse.

Die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten kann man aus dem Baumdiagramm ablesen.

$P(\text{Krokus und wächst an}) = \frac{5\,040}{9\,500}$

$P(\text{Osterglocke und wächst an}) = \frac{3\,220}{9\,500}$