

Konzeption

Dieser Band enthält eine abwechslungsreiche Zusammenstellung von Tüftel- und Sachaufgaben zur individuellen Förderung leistungsstarker und hochbegabter Kinder der Klassen 3 und 4.

Trainiert werden:

- problemlösendes Denken
- arithmetisches und geometrisches Verständnis
- das Erkennen mathematischer Gesetzmäßigkeiten

Aufbau

Jede Lerneinheit besteht aus einem Arbeitsblatt. Zu jedem dieser Arbeitsblätter gibt es ein dazugehöriges Lösungsblatt, das auch zur Selbstkontrolle eingesetzt werden kann. Das Lösungsblatt findet sich zum Download im digitalen Zusatzmaterial.

In den didaktisch-methodischen Hinweisen sind zu jeder Lerneinheit Anmerkungen zur Zielsetzung, zur Lernvoraussetzung und zum Material aufgeführt. Dazu werden ausführliche Vorschläge zur Erarbeitung, zur Differenzierung und bei Bedarf zusätzliche Lösungsmöglichkeiten gegeben.

Der zweite Teil greift das Prinzip von Teil 1 auf, aber berücksichtigt darüber hinaus die allgemeinen mathematischen Kompetenzen und alle Anforderungsbereiche der Bildungsstandards. Die didaktisch-methodischen Hinweise enthalten deshalb zusätzlich Anmerkungen zur Leitidee sowie zu den allgemeinen und den inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen.

Einsatz

Die Materialien eignen sich hervorragend zum Einsatz im Forder- und Förderunterricht, in Leistungskursen der Grundschule oder auch im außerschulischen Bereich.

Zu KV 1 (Zahlen von 1 bis 100 addieren)

Zielsetzung

- Zahlen vorteilhaft addieren
- Strategien erkennen und anwenden

Lernvoraussetzung

- Zahlen bis 10 000
- Addition dreistelliger Zahlen

Material

- Hundertertafel
- Zahlenkarten 1 bis 100

Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollen aber möglichst vorteilhafte Strategien entdecken und anwenden.
- (2) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen, Gesetzmäßigkeiten in der Tabelle und bei den Summenbildungen zu entdecken.
- (3) Kinder entdecken die Strategie bei der Summenbildung: Summe der unteren Zeile (Zahlen 1 bis 10) beträgt 55, jede Zeile darüber immer + 100, da jede der zehn Zahlen immer um 10 größer ist.

Differenzierung

Weitere Aufgaben mit größeren Zahlbereichen stellen.

Zu KV 2 (Personen mit Handschlag begrüßen)

Zielsetzung

- Lösung in einem Diagramm darstellen
- Gesetzmäßigkeit in einer Tabelle erkennen, anwenden und übertragen

Lernvoraussetzung

- Zahlen bis 100

Material

- Kinder als Spielfiguren

Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollen aber möglichst eine Gesetzmäßigkeit erkennen und auf die weitere Anzahl von Kindern übertragen.
- (2) Situation wird in einer Spielhandlung dargestellt. Ein Kind kommt in die Mitte. Ein zweites Kind kommt dazu und gibt zur Begrüßung die Hand. Ein drittes Kind kommt dazu, gibt den beiden Kindern die Hand. Ein viertes Kind kommt dazu, usw.
- (3) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen zur Darstellung in einem Diagramm und zur Lösung in einer Tabelle und um die Gesetzmäßigkeiten in der Tabelle zu entdecken.

Lösungen

Ein anderer Lösungsansatz ist über die Kombinatorik möglich.

Jedes der Kinder (n) gibt $(n - 1)$ Kindern die Hand. Bei vier Kindern gibt jedes der 4 Kinder 3 Kindern die Hand, es sind somit $4 \cdot 3 = 12$ Handschläge, allgemein somit $n \cdot (n - 1)$ Handschläge. Dabei wird jeder Handschlag doppelt gezählt, somit muss noch durch 2 dividiert werden ($12 : 2 = 6$). Diese Gesetzmäßigkeit kann durch die Pfeildarstellung im Diagramm begründet werden.

Es gilt somit die allgemeine Lösungsformel:

$$\frac{n \cdot (n - 1)}{2}$$

Differenzierung

Anzahl der Handschläge für eine größere Personenanzahl (z. B. 50, 100, 1 000) bestimmen.

Zu KV 3 (Gruppen einteilen)

Zielsetzung

- Lösungen in einem Diagramm darstellen
- Grunderfahrungen zu einer Restbildung sammeln
- Gesetzmäßigkeiten bei einer Restbildung erkennen und anwenden

Lernvoraussetzung

- Dividieren im Zahlenbereich bis 100

Material

- Spielfiguren

Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollen aber möglichst eine Gesetzmäßigkeit bei der Restbildung erkennen und übertragen.
- (2) Situation wird in einer Spielhandlung dargestellt. Kinder stellen sich auf und zählen wie in den Anweisungen (a), (b) und (c) ab. Kinder sollen dabei die Gesetzmäßigkeit erkennen und zur Lösungsfindung verwenden.
- (3) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen zur Darstellung der Lösung. Dabei sollten die Zahlenmengen notiert werden, die bei der Division durch 2 den Rest 1 haben, usw.

Lösungen

Lösungsmengen zu den einzelnen Gruppenbildungen mit Rest werden notiert. Dann werden die gemeinsamen Zahlen dieser drei Lösungsmengen gesucht. Es gibt nur eine gemeinsame Zahl, die Zahl 29.

Ein weiterer Lösungsansatz:

Man überprüft nacheinander die Zahlen kleiner als 33 auf die Gültigkeit der drei Bedingungen. Wenn alle drei Bedingungen erfüllt werden, ist es die Lösung der Aufgabe.

Lösung: Einige Wagennummern können häufiger vorkommen, da sie Ergebnisse unterschiedlicher Produkte sind (z.B. 24, davor sind 38, 83, 46 und 64 möglich). Die Züge können maximal eine Lok und 6 Wagen haben, die kürzesten Züge haben eine Lok und einen Wagen, z.B. 30 – 00; 08 – 00.

Es können außerdem weitere Aufgaben wie Aufgabe 2 und 3 gestellt werden.

Zu KV 20 (Immer das Ergebnis „6“ bilden)

Zielsetzung

- Rechenoperationen sicher anwenden
- Grundvorstellung des Wurzelziehens vermitteln und einfache Wurzelterme berechnen

Lernvoraussetzung

- Rechenoperationen +, –, ·, : ,
- Quadrieren von Zahlen

Material

- Ziffernkarten
- Karten mit Operationszeichen

Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, vielleicht sind zusätzliche Hinweise erforderlich, um den Vorrang für bestimmte Rechenoperationen zu erfassen.
- (2) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen, die Lösung durch Ausprobieren mit verschiedenen Rechenoperationen zu finden. Die neuen Rechenoperationen „Quadrieren“ und „Wurzelziehen“ sollten in Beispielen erläutert werden.
- (3) Kinder berechnen zu vollständig vorgegebenen Rechentermen die Lösung. Dabei soll erkannt werden, welche Bedeutung die Operationszeichen dabei haben. Der Vorrang der „Punktrechnung“ vor der „Strichrechnung“ und die Verwendung von Klammern sollte mit einbezogen werden.

Lösungen

Um die Lösungswege zu verstehen, ist es erforderlich, dass die Reihenfolge der Berechnung von Termen erklärt wird. Dazu sollten einfache Aufgaben gestellt werden, um die „Vorfahrtsregeln“ (Punktrechnung [· und :] geht vor Strichrechnung [+ und –] in der Mathematik richtig anzuwenden. Gesetzte Klammern bestimmen, dass dieser Term zuerst gerechnet werden muss.

$$10 + 8 : 2 = 14$$

$$10 + (8 : 2) = 9$$

$$6 + 5 \cdot 8 - 3 = 43$$

$$(6 + 5) \cdot 8 - 3 = 85$$

$$6 + 5 \cdot (8 - 3) = 31$$

$$(6 + 5) \cdot (8 - 3) = 55$$

Die Aufgaben mit den Zahlen 2, 3, 5, 6 und 7 sind einfacher zu lösen, für eine Lösung bei den Zahlen 4, 8 und 9 muss man auf das Wurzelziehen zurückgreifen.

Das doppelte Wurzelziehen aus der Summe 8 + 8 ist dabei sicher am schwierigsten zu erkennen.

Differenzierung

Es können weitere Aufgaben zum Wurzelziehen wie in Aufgabe 2 gestellt werden.

Zu KV 21 (OTTO-Zahlen entdecken)

Zielsetzung

- „OTTO-Zahlen“ bilden
- Vorgänger und Nachfolger von Zahlen bestimmen

Lernvoraussetzung

- Zahlenbereich bis 1 000 000
- Vorgänger und Nachfolger

Material

- Ziffernkarten
- Stellenwerttabelle

Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, dabei sollten die Gesetzmäßigkeiten beim Bilden der benachbarten „OTTO-Zahlen“ erkannt werden.
- (2) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen, die Lösung durch Ausprobieren mit Ziffernkarten in einer Stellenwerttabelle zu finden.
- (3) „OTTO-Zahlen“ werden mit Ziffernkarten in einer Stellenwerttabelle gelegt. Durch Verändern von Ziffern sollen neue „OTTO-Zahlen“ gebildet werden. Dabei kann erarbeitet werden, wann die nächstkleinere bzw. nächstgrößere „OTTO-Zahl“ dabei entsteht.

Lösungen

Fünfstellige „OTTO-Zahlen“ entstehen, wenn die ZT- und E-Ziffer, die T- und Z-Ziffer gleich sind. Die mittlere H-Ziffer kann beliebig gewählt werden. Wenn daraus wieder eine „OTTO-Zahl“ entstehen soll, müssen die äußeren Ziffern gleichmäßig verändert werden, die mittlere Ziffer kann beliebig verändert werden. Wird die E-Ziffer um +1/–1 verändert, muss auch die höchste ZT-Ziffer um +1/–1 verändert werden. Die Zahl wird somit um +10001/–10001 verändert! Wenn die Z-Ziffer um +1/–1 verändert wird, muss auch die T-Ziffer um +1/–1 verändert werden. Die Zahl wird somit um +1001/–1001 verändert! Bei der Veränderung der H-Ziffer um +1/–1 wird die Zahl um +100/–100 verändert. Diese Gesetzmäßigkeit muss erkannt werden, um die Lösungen dieser Aufgabe zu finden. Wenn die mittlere Ziffer eine 9 oder 0 ist, müssen auch die Nachbarziffern berücksichtigt werden.

Differenzierung

Es können weitere Aufgaben wie Aufgabe 2 gestellt werden.

1

Bestimme die Summe aller Zahlen von 1 bis 100.

- Trage die Zahlen von 1 bis 100 in die Hundertertafel ein.
- Berechne zuerst die Summe aller Zahlen in der unteren Zeile, dann in der Zeile darüber, ..., dann die Summe aller Zahlen der Hundertertafel.



Fällt dir eine Gesetzmäßigkeit auf?

Die Summe der unteren Zeile (Zahlen 1 bis 10) beträgt 55, jede Zeile darüber immer + 100.

91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	→	955
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	→	855
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	→	755
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	→	655
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	→	555
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	→	455
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	→	355
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	→	255
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	→	155
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	→	55

Summe der Zahlen von 1 bis 100 =

5050



Findest du eine andere Strategie, um die Summe aller Zahlen von 1 bis 100 vorteilhaft zu bestimmen?

Vorteilhaftes Addieren nutzen:

$$1 + 100 = 101$$

$$2 + 99 = 101$$

$$3 + 98 = 101$$

bis

$$49 + 52 = 101$$

$$50 + 51 = 101$$

$$\text{somit } 50 \cdot 101 = 5050$$

oder:

$$1 + 99 = 100$$

$$2 + 98 = 100$$

$$3 + 97 = 100$$

bis

$$49 + 51 = 100$$

$$\text{somit } 49 \cdot 100 = 4900$$

$$4900, \text{ dazu noch } +50 \text{ und } +100 = 5050$$

2

a) Bestimme die Summe aller Zahlen von 1 bis 1 000.

b) Bestimme die Summe aller Zahlen von 1 bis 10 000.

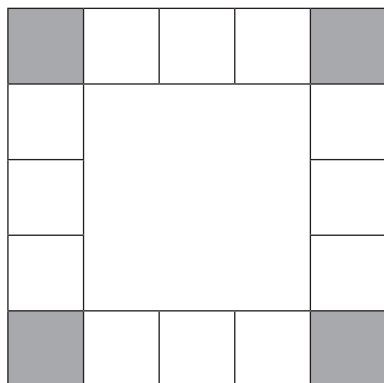
a) **500 500**

b) **50 005 000**

- (2) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen, die Gesetzmäßigkeiten der Schrittfolge bei der Aufgabe 2 zu entdecken und in Aufgabe 3 anzuwenden.

Differenzierung

- 5x5-Quadrat mit 16 Zahlenfeldern. Zahlen 1 bis 16 so eintragen, dass die Summe der Zahlen auf allen Streifen gleich ist.



Zu KV 20 (Bäume pflanzen)

Leitideen

Zahlen und Operationen
Muster und Strukturen

Allgemeine mathematische Kompetenzen

- Problemlösen: mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden; Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z.B. systematisch probieren); Zusammenhänge erkennen, nutzen und übertragen
- Kommunizieren: Aufgaben gemeinsam bearbeiten, dabei Verabredungen treffen und einhalten
- Argumentieren: mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln
- Modellieren: Darstellungen die relevanten Informationen entnehmen; Sachprobleme in die Sprache der Ma-

thematik übersetzen und lösen

- Darstellen: für das Bearbeiten mathematischer Probleme geeignete Darstellungen auswählen und nutzen

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

Rechenoperationen verstehen

- Rechengesetze erkennen, erklären und benutzen
- Gesetzmäßigkeiten erkennen, beschreiben und darstellen
- Gesetzmäßigkeiten in geometrischen und arithmetischen Mustern erkennen, beschreiben und fortsetzen

Lernvoraussetzung

- Addition bis 1000
- geometrische Muster

Material

- Quadratraster
- Kreise für Apfelbäume und Dreiecke für Nadelbäume

Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgaben-
seite von den Kindern lösen zu lassen:

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgaben, sollten aber möglichst eine Gesetzmäßigkeit erkennen.
- (2) Situation wird in einer Handlung dargestellt, dazu werden die „Bäume“ auf einem Spielplan (Karofeld) „gepflanzt“ und ausgezählt. Das Muster soll dabei erkannt und die Anzahlen bestimmt werden.
- (3) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen, die Gesetzmäßigkeiten in der Tabelle zu entdecken.

Differenzierung

Apfel- und Nadelbäume in einem rechteckigen Muster pflanzen. Anzahlen der Bäume in einer Tabelle eintragen.

