

# **Optimales Wachstum und Optimale Standortverteilung**

Von  
Rudolf Henn  
Gottfried Bombach  
Edwin von Böventer

Herausgegeben von Prof. Dr. Dr. h. c. Erich Schneider



**VERLAG VON DUNCKER & HUMBLOT  
BERLIN 1962**

**Schriften des Vereins für Socialpolitik**  
**Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften**  
**Neue Folge Band 27**

SCHRIFTEN  
DES VEREINS FÜR SOCIALPOLITIK  
Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften  
Neue Folge Band 27

---

**Optimales Wachstum  
und Optimale Standortverteilung**



VERLAG VON DUNCKER & HUMBLOT  
BERLIN 1962

# **Optimales Wachstum und Optimale Standortverteilung**

Von

Rudolf Henn

Gottfried Bombach

Edwin von Böventer

Herausgegeben von Prof. Dr. Dr. h. c. Erich Schneider



**VERLAG VON DUNCKER & HUMBLOT  
BERLIN 1962**

**A l l e   R e c h t e   v o r b e h a l t e n**

© 1962 Duncker & Humblot, Berlin

Gedruckt 1962 bei Berliner Buchdruckerei Union GmbH., Berlin SW 61  
Printed in Germany

## **Vorwort**

Die in diesem Band veröffentlichten Arbeiten von Professor Dr. *Rudolf Henn* (St. Gallen) „Expansionsmodelle vom v. Neumannschen Typ“, Professor Dr. *Gottfried Bombach* (Basel) „Optimales Wachstum und Gleichgewichtswachstum“ (mit einem Anhang von Dr. *Christian von Weizsäcker* „Das Investitionsoptimum in einer wachsenden Wirtschaft“) und Dr. *Edwin von Böventer* (Münster) „Die Struktur der Landschaft. Versuch einer Synthese der Modelle von Thünen, Christaller und Lösch“ haben dem Theoretischen Ausschuß des Vereins für Socialpolitik in seinen Sitzungen in den Jahren 1960 und 1961 als Diskussionsgrundlage vorgelegen.

Sie stellen wesentliche Beiträge zur Wachstums- und Standorttheorie dar.

Kiel, im Juli 1962

**Erich Schneider**



## **Inhaltsverzeichnis**

### **Expansionsmodelle vom v. Neumannschen Typ**

Von Prof. Dr. Rudolf Henn, St. Gallen .....	9
---	---

### **Optimales Wachstum und Gleichgewichtswachstum**

Von Prof. Dr. Gottfried Bombach, Basel .....	47
--	----

### **Die Struktur der Landschaft. Versuch einer Synthese und Weiterentwicklung der Modelle J. H. von Thünens, W. Christallers und A. Löschs**

Von Dr. Edwin von Böventer, Münster .....	77
---	----



# Expansionsmodelle vom v. Neumannschen Typ

Von Rudolf Henn

## 1. Einleitung

Die im folgenden zu betrachtenden Modelle befassen sich mit gleichgewichtigen Expansionen von Volkswirtschaften unter der Voraussetzung vollständiger Konkurrenz. Die Behandlung dieser Art von Wachstumsmodellen geht auf eine Arbeit von *v. Neumann* zurück, über die er 1932 in Princeton berichtete<sup>1</sup>. Er betrachtet die Wachstumssituation, die eine abgeschlossene Wirtschaft mit vollständiger Konkurrenz langfristig erreichen würde, wenn die Technologie und das Verhalten der Wirtschaftssubjekte unverändert blieben. Beim Vergleich solcher Gleichgewichtssituationen mit der wirtschaftlichen Wirklichkeit muß man ihrem asymptotischen Charakter Rechnung tragen. Das Modell erklärt, welche Prozesse im Gleichgewicht durchgeführt werden und welche Güter frei sind. Bei den gemachten Annahmen gibt es eine eindeutige gleichgewichtige Wachstumsrate; sie stimmt mit der Zinsrate überein. Dies ist nicht verwunderlich, denn es wird angenommen, daß die Versorgung mit Subsistenzmitteln in Höhe des Existenzminimums erfolgt und die gesamte übrige Erzeugung zur Weiterführung der Wirtschaft zur Verfügung steht. Die gleichgewichtige Wachstumsrate ergibt sich daher auch als die technologisch maximale. Das duale Ergebnis hierzu ist, daß die gleichgewichtige Zinsrate die minimale ist, für die es noch ein profitloses Preissystem gibt.

Obwohl der v. Neumannsche Ansatz gegenüber den späteren Wachstumsmodellen wie etwa denen von *Harrod*, *Domar*, *Hicks*<sup>2</sup> eine gute Approximation bedeutet, hat die Wachstumstheorie zunächst eine an-

---

<sup>1</sup> Erschienen in „Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums“ (Herausg. K. Menger), Heft 8, Leipzig und Wien 1937, S. 73—83 unter dem Titel: Über ein ökonomisches Gleichungssystem und eine Verallgemeinerung des Brouwerschen Fixpunktsatzes.

<sup>2</sup> Vgl. R. F. *Harrod*: An essay in dynamic theory. Econ. J. 49, 14—33 (1939). — E. D. *Domar*: Capital expansion, rate of growth, and employment. Econometrica 14, 137—147 (1946). — E. D. *Domar*: Expansion and employment. Am. Econ. Rev. 37, 34—55 (1947). — J. R. *Hicks*: Mr. Harrod's dynamic theory. Economia 16, 106—121 (1949). — J. R. *Hicks*: A contribution to the theory of the trade cycle. Oxford 1950. — R. F. *Harrod*: Domar and dynamic economics. Econ. J. 69, 451—464 (1959).

dere Entwicklung eingeschlagen<sup>3</sup>. Eine Ursache hierfür mag darin zu sehen sein, daß von Seiten der Physik schon ein fertiges Instrumentarium zur Beschreibung von Abläufen zur Verfügung stand und die von v. Neumann benutzten Hilfsmittel aus der Theorie konvexer polyhedraler Bereiche erst später durch die Spieltheorie und die anderen durch sie induzierten Entwicklungen einem weiteren Kreise zugänglich wurden. Die Benutzung von linearen Ungleichungen bei gewissen wirtschaftlichen Fragestellungen trägt dabei dem Umstand Rechnung, daß eine Anzahl wirtschaftlicher Variablen wie bspw. Quantitäten, Preise, unbenutzte Kapazitäten nicht negativ sein können.

So werden die v. Neumannschen Vorstellungen erst seit Beginn der 50er Jahre diskutiert<sup>4</sup>. Zu nennen sind die Arbeiten von N. Georgescu-Roegen, D. Gale, J. G. Kemeny, O. Morgenstern, G. L. Thompson, G. Malinvaud, M. Morishima<sup>5</sup>.

Den Modellen vom v. Neumannschen Typ liegen Vorstellungen über den Preismechanismus auf dem Güter- und Kapitalmarkt zugrunde, die auch im Schlesinger-Waldschen Modell eines Produktionsgleichgewichts<sup>6</sup> benutzt werden. Die Technologiekonzeption ist eine Verallgemeinerung der später von Leontief in der Input-Output-Analyse verwendeten. Leontief identifizierte in seiner Sektorenzerlegung die Verfahrensaggregate mit den Produkttaggregaten. In der v. Neumannschen Terminologie bedeutet das eine Identifizierung von Gütern und Pro-

<sup>3</sup> Im Gegensatz zu den späteren Wachstumsmödellen ist bei denen vom v. Neumannschen Typ eine weitgehende Disaggregation zugelassen.

<sup>4</sup> Eine Übersetzung der v. Neumannschen Arbeit erschien 1945: A model of general economic equilibrium, *Review of Economic Studies* 13, 1—9 (1945/46).

<sup>5</sup> Vgl. N. Georgescu-Roegen: The aggregate linear production function and its application to v. Neumann's economic model, in T. C. Koopmans (Herausg.): *Activity analysis of production and allocation*. New York, London 1951, S. 98—115. — D. Gale: The closed linear model of production, in H. W. Kuhn, A. W. Tucker (Herausg.): *Linear inequalities and related systems*. Princeton 1956, S. 285—303. — G. L. Thompson: On the solution of a game-theoretic problem, in H. W. Kuhn, A. W. Tucker: a. a. O., S. 275—284. — J. G. Kemeny, O. Morgenstern, G. L. Thompson: A generalization of the v. Neumann model of an expanding economy. *Econometrica* 24, 115—135 (1956). — E. Malinvaud: Programmes d'expansion et taux d'intérêt. *Econometrica* 27, 215—227 (1959). — M. Morishima: Economic expansion and the interest rate in generalized v. Neumann models. *Econometrica* 28, 352—363 (1960).

<sup>6</sup> Vgl. K. Schlesinger: Über die Produktionsgleichungen der ökonomischen Wertlehre, in K. Menger (Herausg.): *Ergebnisse eines mathem. Kolloquiums* (1933/34), Heft 6. Leipzig und Wien 1935, S. 10—11. — A. Wald: Über die eindeutige positive Lösbarkeit der neuen Produktionsgleichungen, in K. Menger: *Ergebnisse eines mathem. Kolloquiums* (1933/34), Heft 6, 1935, S. 12—18. — A. Wald: Über die Produktionsgleichungen der ökonomischen Wertlehre (II), in K. Menger: *Ergebnisse eines mathem. Kolloquiums* (1934/35), Heft 7, 1936, S. 1—6. — A. Wald: Über einige Gleichungssysteme der mathematischen Ökonomie. *Zeitschr. f. Nat. Ök.* 7, 637—670 (1936). — E. Burger: Einführung in die Theorie der Spiele. Berlin 1959, S. 107 ff.

zessen. Bei den v. Neumannschen Modellen kann ein Gut in mehreren Prozessen erzeugt werden, andererseits ist zugelassen, daß in einem Prozess mehrere Güter entstehen.

Die hier zu besprechenden Arbeiten befassen sich mit stationären Wachstumssituationen, d. h. die Wirtschaft expandiert gleichförmig mit einem konstanten Expansionsfaktor; dieser Expansionsfaktor gilt also für alle Güter und Prozesse.

## 2. Das v. Neumannsche Modell

### a) Die Technologie

Die Zustandsänderungen der Wirtschaft erfolgen durch das Zusammenwirken einzelner Prozesse, unter denen man sich etwa technische Verfahren, Ausbildung von Arbeitskräften, Transporte, die Versorgung mit Subsistenzmitteln vorzustellen hat. In der von v. Neumann betrachteten Wirtschaft treten  $n$  Güter auf. Diese können durch die Prozesse Umwandlungen erfahren. Bei solchen Umwandlungen ist es zugelassen, daß das Gut  $G_i$  mit Hilfe von Gut  $G_j$  erzeugt wird und umgekehrt  $G_j$  durch  $G_i$ <sup>7</sup>. Die Darstellung eines Prozesses erfolgt durch die Quantitäten der eingehenden und ausgehenden Güter; diese Quantitäten beziehen sich auf den Anfang bzw. das Ende von gleichlangen Zeitintervallen. In einem Prozess können sowohl mehrere Güter eingehen als auch ausgehen. Für die Prozesse wird lineare Homogenität angenommen: Ist mit dem  $i$ -ten Prozess die Transformation

$$(a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}) \rightarrow (b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{in})$$

durchführbar, dann sind es auch alle positiven Vielfachen

$$(\lambda a_{i1}, \lambda a_{i2}, \dots, \lambda a_{in}) \rightarrow (\lambda b_{i1}, \lambda b_{i2}, \dots, \lambda b_{in}) \quad \lambda > 0;$$

in der ersten Klammer stehen die Inputs, in der zweiten die Outputs der betreffenden Transformation. Der  $\lambda$ -fache Output erfordert also den  $\lambda$ -fachen Input. Die Vielfachheit, mit der ein Prozeß durchgeführt wird, nennt man seine Intensität. Zur Erklärung eines Maßstabes für die Intensität eines Prozesses muß man eine Normierung vornehmen. Dies kann etwa dadurch geschehen, daß man für die Intensität 1 verlangt, ein bestimmtes Gut möge in der Quantitätseinheit als Input (Output) auftreten.

Beispiel: Ein normierter Prozeß sei durch

$$(2, 1, 0) \rightarrow \left(0, \frac{1}{2}, 4\right)$$

<sup>7</sup> Vgl. v. Neumann: a. a. O., S.73.