

Inhaltsverzeichnis

KAPITEL 0: Einige Begriffe und Notationen	1
0.1 Mengen und Funktionen	1
0.1.1 Mengen	1
0.1.2 Funktionen	2
0.1.3 Einige spezielle Funktionen	3
0.2 Zeichen und Worte	3
0.2.1 Zeichenreihen und Worte	3
0.2.2 Wortfunktionen	5
0.2.3 Eine Bemerkung zur Interpretation	6
KAPITEL 1: Grundbegriffe	7
1.1 Algorithmen	7
1.1.1 Der Begriff Algorithmus	7
1.1.2 Der Begriff der berechenbaren Funktion	9
1.1.2.1 Algorithmische und algebraische Definitionen ..	9
1.1.2.2 Berechenbare Funktionen	9
1.1.2.3 Der Fall der partiellen Funktionen	10
1.1.2.4 Algorithmen und berechenbare Funktionen	10
1.1.3 Eine Präzisierung des Begriffs Algorithmus	11
1.1.4 Algorithmentheorie	12
1.1.5 Historischer Hintergrund der Algorithmentheorie ...	12
1.1.6 Algorithmentheorie und Informatik	13
1.2 Abzählbarkeit	14
1.2.1 Einleitung	14
1.2.2 Abzählbare Mengen	15
1.2.3 Satz	19
1.2.4 Satz	19
1.2.5 Satz	20
1.2.6 Eine intuitive Erklärung	20

1.3 Abzählungen von Worten	21
1.3.1 Eine Abzählung von V^*	21
1.3.2 Eine Abzählung von V^{*n}	23
1.3.2.1 Einleitung	23
1.3.2.2 Eine Abzählung von N^n	24
1.3.2.3 Eine Abzählung von V^{*n}	26
1.3.2.4 Bemerkung	26
1.3.3 Die Funktionen $VnWm$	27
1.3.4 Bemerkung	29
1.3.5 Satz	30
KAPITEL 2: Die Turing-Maschine	32
2.1 Definition der Turing-Maschine	32
2.1.1 Der Grundgedanke	32
2.1.2 Das physikalische Modell	33
2.1.2.1 Die Maschine	33
2.1.2.2 Die Arbeitsweise	35
2.1.2.3 Die Definition einer Funktion	35
2.1.2.4 Der Speicher der Turing-Maschine	36
2.1.3 Die formale Definition	36
2.1.3.1 Die Maschine	36
2.1.3.2 Die Konfiguration	38
2.1.3.3 Die Funktion succ	39
2.1.3.4 Drei Relationen	40
2.1.3.5 Die von einer Turing-Maschine definierte Funktion	41
2.1.4 Beispiele	43
2.1.5 Berechenbare Funktionen	48
2.1.6 Die These von Turing	49
2.1.7 Eine wichtige Bemerkung	50
2.1.8 Eine weitere Bemerkung	51
2.1.9 Die Berechenbarkeit anderer Funktionen als Wort- funktionen	52
2.2 Einige spezielle Turing-Maschinen	53
2.2.1 Einleitung	53
2.2.2 Echte Startzustände und Endzustände	53
2.2.3 Normalisierte Turing-Maschinen	55
2.2.4 Reduktion des Zeichenvorrats einer Turing-Maschine	60
2.2.5 Turing-Maschinen mit mehreren Bändern	65
2.2.6 Eine äquivalente Definition der Berechenbarkeit für Funktionen mit n-tupeln als Werte	71

2.3 Die universelle Turing-Maschine	73
2.3.1 Der Grundgedanke	73
2.3.2 Die Beschreibung einer Turing-Maschine mittels eines Wortes	74
2.3.2.1 Der Zeichenvorrat $\underline{W}$	74
2.3.2.2 Das Wort DE_T	74
2.3.2.3 Beispiele	76
2.3.2.4 Die $\underline{V}$ -Beschreibung	77
2.3.3 Weitere Definitionen und Notationen	78
2.3.3.1 Die Mengen $\underline{DE}$ und $\underline{D}$	78
2.3.3.2 Die Turing-Maschinen $TE(x)$ und $T(x)$	79
2.3.3.3 Gödel-Nummer	80
2.3.4 Die universelle Turing-Maschine	80
2.3.4.1 Simulation einer Turing-Maschine	80
2.3.4.2 Eine universelle Turing-Maschine	82
2.3.5 Kommentar	83
2.3.6 Konstruktionen mit Turing-Maschinen	84
2.4 Einige nicht-berechenbare Funktionen	84
2.4.1 Das Halteproblem	85
2.4.2 Das Halteproblem bei leerem Band	88
2.4.3 Das uniforme Halteproblem	91
2.4.4 Das Äquivalenzproblem	92
2.4.5 Schlußbemerkung	94
2.5 Rekursiv-aufzählbare und rekursive Mengen	95
2.5.1 Definitionen	95
2.5.2 Der Bildbereich einer totalen berechenbaren Funktion	97
2.5.3 Die Akzeptorfunktion	98
2.5.4 Die Beziehung zwischen rekursiv-aufzählbaren und rekursiven Mengen	102
2.5.5 Beispiele von Mengen, die rekursiv-aufzählbar, aber nicht rekursiv sind	104
2.5.6 Beispiele von Mengen, die nicht rekursiv-aufzählbar sind	106
2.5.7 Quantifizierungen von Mengen	111
2.5.8 Effektive Abzählungen von Funktionen und Mengen	115
2.5.8.1 Die berechenbaren Funktionen	115
2.5.8.2 Die rekursiv-aufzählbaren Mengen	115
2.5.8.3 Bemerkung	116

2.5.9 Kommentar	117
2.5.9.1 Ein praktischer Aspekt	117
2.5.9.2 Eine graphische Darstellung	117
2.5.9.3 Über die Natur von rekursiv-aufzählbaren und rekursiven Mengen	118
2.5.9.4 Axiomatische Systeme	119
2.5.9.5 Über die Nützlichkeit partieller Funktionen	119
KAPITEL 3: Andere Formalismen als Turing-Maschinen	120
3.1 Die rekursiven Funktionen	120
3.1.1 Einleitung	120
3.1.2 Definition	121
3.1.2.1 Die axiomatische Definitionsmethode	121
3.1.2.2 Die Basisfunktionen	122
3.1.2.3 Die Komposition	122
3.1.2.4 Die Rekursion	123
3.1.2.5 Die Minimalisierung	125
3.1.2.6 Definitionen	126
3.1.2.7 Satz	126
3.1.2.8 Wichtige Bemerkungen	126
3.1.3 Beispiele	128
3.1.4 Endliche Funktionen	134
3.1.5 Das Ziel der nächsten Abschnitte	136
3.1.6 Fallunterscheidung	136
3.1.7 Erweiterte Initialisierung	138
3.1.8 Simultane Rekursion	140
3.1.9 Rekursion mit variablen Schritten	143
3.1.10 Reduktion des Zeichenvorrats	146
3.1.11 Die Äquivalenz von berechenbaren und rekursiven Funktionen	154
3.1.12 Wortbeschreibungen, die universelle rekursive Funktion und unlösbare Probleme	161
3.1.12.1 Wortbeschreibungen	161
3.1.12.2 Satz	162
3.1.12.3 Unlösbare Probleme	163
3.1.13 Verallgemeinerung für andere Funktionen als Wortfunktionen	163
3.1.14 Satz	164

3.2 Die Markov-Algorithmen	166
3.2.1 Einleitung	166
3.2.2 Definitionen	166
3.2.2.1 Der Markov-Algorithmus	166
3.2.2.2 Informelle Beschreibung des Markov- Algorithmus	167
3.2.2.3 Drei Relationen	168
3.2.2.4 Die von einem Markov-Algorithmus definier- te Funktion	169
3.2.2.5 Markov-berechenbare Funktionen	170
3.2.3 Beispiele	170
3.2.4 Die Äquivalenz mit Turing-Maschinen	172
3.2.5 Bemerkung	174
 KAPITEL 4: Nicht-deterministische Algorithmen und Grammatiken .	175
4.1 Die Begriffe	175
4.1.1 Nicht-deterministische Algorithmen	175
4.1.2 Die formale Definition nicht-deterministischer Algorithmen	176
4.1.3 Grammatiken	178
4.1.4 Axiomatische Systeme	178
4.2 Semi-Thue-Algorithmen und semi-Thue-Grammatiken	179
4.2.1 Semi-Thue-Algorithmen	179
4.2.1.1 Informelle Beschreibung	179
4.2.1.2 Formale Definition	180
4.2.1.3 Beispiele	181
4.2.2 Semi-Thue-Grammatiken	183
4.2.2.1 Einleitung	183
4.2.2.2 Formale Definition	184
4.2.2.3 Beispiel	184
4.2.2.4 Kontextfreie Grammatiken	185
4.2.3 Semi-Thue-Grammatiken und rekursiv-aufzählbare Mengen	186
4.2.4 ϵ -freie semi-Thue-Grammatiken	193
4.2.5 Weiterentwicklung der Theorie	194
4.2.6 Das Korrespondenzproblem von Post	195

XIV

Eine Schlußbemerkung	202
Literatur	203
Lösungen und Lösungshinweise der wichtigsten Übungen	205
Die wichtigsten Notationen	215
Alphabetische Liste der wichtigsten Funktionen	217
Alphabetisches Sachregister	219