

2024

Abitur

Original-Prüfung
mit Lösungen

**MEHR
ERFAHREN**

Sachsen

Mathematik C

+ Online-Glossar



STARK

Inhalt

Vorwort

Stichwortverzeichnis

Hinweise und Tipps zum Zentralabitur

Ablauf der Prüfung	I
Leistungsanforderungen und Bewertungen	III
Operatoren und Anforderungsbereiche	IV
Methodische Hinweise oder allgemeine Tipps zur schriftlichen Prüfung	VI

Abiturprüfung 2016

Teil A	2016-1
Teil B, Aufgabe 1	2016-6
Teil B, Aufgabe 2	2016-12

Abiturprüfung 2017

Teil A	2017-1
Teil B, Aufgabe 1	2017-7
Teil B, Aufgabe 2	2017-15

Abiturprüfung 2018

Teil A	2018-1
Teil B, Aufgabe 1	2018-7
Teil B, Aufgabe 2	2018-13

Abiturprüfung 2019

Teil A	2019-1
Teil B, Aufgabe 1	2019-8
Teil B, Aufgabe 2	2019-16

Abiturprüfung 2020

Teil A	2020-1
Teil B, Aufgabe 1	2020-9
Teil B, Aufgabe 2	2020-18

Abiturprüfung 2021

Teil A	2021-1
Teil B, Aufgabe 1	2021-10
Teil B, Aufgabe 2	2021-18

Abiturprüfung 2022

Teil A	2022-1
Teil B, Aufgabe 1	2022-8
Teil B, Aufgabe 2	2022-16

Abiturprüfung 2023 www.stark-verlag.de/mystark

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2023 freigegeben sind, können Sie diese als PDF auf der Plattform MyStark herunterladen. Den Zugangscode finden Sie auf der Umschlaginnenseite.



Bei **MyStark** finden Sie:

- **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil A, teilweise mit Veranschaulichung durch **Videos**
- **Jahrgang 2023**, sobald dieser zum Download bereit steht
Den Zugangscode zu MyStark finden Sie auf der Umschlaginnenseite.

Sitzen alle mathematischen Begriffe? Im Interaktiven Training und unter www.stark-verlag.de/mathematik-glossar/ finden Sie ein kostenloses **Glossar** zum schnellen Nachschlagen aller wichtigen Definitionen mitsamt hilfreicher Abbildungen und Erläuterungen.

Kostenlose **Webinare** zur Prüfungsvorbereitung finden Sie ab Mitte März 2024 unter:
www.stark-verlag.de/schule/unser-angebot/kurse/online-kurse

Lösungen der Aufgaben:

Marion Genth, Schönborn

Vorwort

Liebe Abiturientin, lieber Abiturient,

mit diesem Buch helfen wir Ihnen, sich effektiv auf die **zentrale Abiturprüfung 2024 im Fach Mathematik (Grundkurs) in Sachsen** vorzubereiten. Aufgrund des umfangreichen Stichwortverzeichnisses eignet sich das Material aber auch zur gezielten **Vorbereitung auf Klausuren**.

Genaue Informationen und wertvolle Hinweise über die Struktur der Prüfung erfahren Sie in dem Abschnitt „**Hinweise und Tipps zum Zentralabitur**“.

Der Hauptteil des Bandes enthält die **Abitur-Prüfungsaufgaben der Jahrgänge 2016 bis 2022**, die **Abiturprüfung 2023** steht Ihnen auf der Plattform MyStark zum Download zur Verfügung.

Zu allen Aufgaben finden Sie von mir ausgearbeitete **vollständige Lösungsvorschläge** sowie separate **Tipps zum Lösungsansatz**, die den Einstieg in die Aufgabe erleichtern und dazu beitragen, die Aufgabe **möglichst selbstständig** zu lösen.

Mithilfe der offiziellen Abituraufgaben gewinnen Sie einen Eindruck von Inhalt, Struktur, Umfang und Schwierigkeitsgrad der Prüfung und durch das Bearbeiten vieler Aufgaben auch zunehmende Sicherheit bei deren Lösung. Beginnen Sie deshalb rechtzeitig mit der Vorbereitung auf die Prüfung.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abiturprüfung 2024 vom Sächsischen Staatsministerium für Kultus bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu ebenfalls bei MyStark.

Viel Erfolg für die Prüfungsvorbereitung und für das Abitur!

Marion Genth

Hinweise und Tipps zum Zentralabitur

Ablauf der Prüfung

Die zentrale schriftliche Abiturprüfung

Im Land Sachsen gibt es im Fach Mathematik zentrale schriftliche Abiturprüfungen getrennt nach Leistungskurs und Grundkurs.

Die Prüfungsinhalte richten sich nach den einheitlichen Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife und dem Lehrplan für das allgemeinbildende Gymnasium in Sachsen im Fach Mathematik.

Seit einigen Jahren ist der Lernbereich Matrizen verpflichtend im Lehrplan vorgeschrieben und kann demnach in der Abiturprüfung abgefragt werden. Dies ist jedoch in den bisherigen Prüfungen nicht erfolgt.

Aufbau der Prüfungsarbeit

Seit dem Schuljahr 2009/2010 besteht die Prüfungsarbeit aus den zu bearbeitenden **Prüfungsteilen A und B**.

Ab dem **Schuljahr 2023/2024** verändert sich die Struktur der Prüfungsarbeit.

Die beiden Prüfungsteile A und B enthalten Aufgaben zu jedem der Sachgebiete Analysis, Analytische Geometrie/Lineare Algebra und Stochastik.

Prüfungsteil A:

- Der Prüfungsteil A besteht aus mehreren nicht zusammenhängenden, kürzeren Aufgaben, die **hilfsmittelfrei** zu bearbeiten sind.
- Dem Prüfling werden Aufgaben aus **zwei Aufgabengruppen** vorgelegt, wobei die Aufgaben der Aufgabengruppe 1 den Anforderungsbereichen I und II zuzuordnen sind, während die Aufgaben der Aufgabengruppe 2 zumindest in einer Teilaufgabe den Anforderungsbereich III erreichen.
- Im Grundkurs werden dem Prüfling aus **Aufgabengruppe 1** zu jedem der Sachgebiete Analysis, Analytische Geometrie/Lineare Algebra und Stochastik eine Aufgabe vorgelegt. Diese **drei Aufgaben müssen bearbeitet** werden.
- Außerdem wird zu jedem der drei Sachgebiete eine Aufgabe der Aufgabengruppe 1 und eine Aufgabe der Aufgabengruppe 2 zur Auswahl gestellt; von diesen drei Aufgaben **pro Aufgabengruppe muss jeweils eine beliebige Aufgabe ausgewählt und bearbeitet** werden.
- Insgesamt sind im Prüfungsteil A also fünf von neun vorgelegten Aufgaben zu bearbeiten.

Prüfungsteil B:

- Der Prüfungsteil B besteht aus **bis zu drei umfangreicheren Pflichtaufgaben**, die jeweils in zusammenhängende Teilaufgaben gegliedert sind. Die Aufgaben können Inhalte aus Analysis, Analytische Geometrie/Lineare Algebra und Stochastik miteinander vernetzen oder Inhalte aus nur einem der Sachgebiete beinhalten.
- Die Aufgaben berücksichtigen die Bearbeitung innermathematischer Fragestellungen und die Anwendung mathematischer Kenntnisse und Fähigkeiten auf praxisorientierte Sachverhalte.

Zu Prüfungsbeginn erhalten die Prüflinge sowohl die Aufgaben zum Prüfungsteil A als auch die zum Prüfungsteil B zur Bearbeitung. Jeder Prüfling entscheidet selbst über den Zeitpunkt, zu dem er die Bearbeitung zum **Prüfungsteil A** bei der Aufsicht führenden Lehrkraft abgibt und die Hilfsmittel erhält. Dieser Zeitpunkt muss im Grundkurs **innerhalb der ersten 90 Minuten** nach Prüfungsbeginn liegen.

Ergänzende Hinweise zum Prüfungsinhalt:

In den Aufgabenstellungen werden die allgemeinen mathematischen Kompetenzen

- mathematisch argumentieren,
- Probleme mathematisch lösen,
- mathematisch modellieren,
- mathematische Darstellungen verwenden,
- mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen,
- mathematisch kommunizieren

in einem ausgewogenen Verhältnis berücksichtigt.

Dauer der Prüfung

Ab dem **Schuljahr 2023/2024** steht den Schülerinnen und Schülern für die Prüfungsteile A und B (einschließlich Auswahlzeit) eine **Gesamtarbeitszeit von 255 Minuten** zur Verfügung. Die Abgabe der Bearbeitung zum **Prüfungsteil A** bei der Aufsicht führenden Lehrkraft muss im Grundkursfach **innerhalb der ersten 90 Minuten** nach Prüfungsbeginn erfolgen.

Bis zum Abitur 2023 standen den Schülerinnen und Schülern im Grundkurs 240 Minuten zur Verfügung, davon 70 Minuten für den Prüfungsteil A.

Zugelassene Hilfsmittel

Die für die schriftliche Abiturprüfung im Fach Mathematik zugelassenen Hilfsmittel sind:

- im **Prüfungsteil B** ein grafikfähiger, programmierbarer Taschenrechner (GTR) mit oder ohne Computer-Algebra-System (CAS)
(Die Software eines solchen Taschenrechners oder eine gleichwertige Software kann auch auf einer anderen geschlossenen Plattform verwendet werden.)
- im **Prüfungsteil B** eine Tabellen- und Formelsammlung
- Zeichengeräte
- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung

(Hierbei sind jeweils nichtelektronische und elektronische Wörterbücher zugelassen, sofern sie geschlossene Systeme ohne Möglichkeit der Speichererweiterung sind. Eventuell vorhandene Speicher müssen gesperrt oder gelöscht werden. Internetfähige Hilfsmittel sind ausgeschlossen.)

Sämtliche Entwürfe und Aufzeichnungen gehören zur Abiturarbeit und dürfen nur auf den für die Prüfung ausgeteilten Aufgabenblättern des Teils A bzw. dem ausgeteilten Papier „Blätter für Reinschrift und Konzept bei schriftlichen Abiturarbeiten“ angefertigt werden.

Leistungsanforderungen und Bewertungen

Für die Bewertung der Prüfungsarbeiten gilt ab dem Abitur 2020 der folgende verbindliche Bewertungsmaßstab:

- **Teil A:** erreichbar sind **25 BE**
- **Teil B:** erreichbar sind **75 BE**

Insgesamt sind 100 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar.

Bis einschließlich Abitur 2019 waren in Teil A maximal 15 BE und in Teil B 45 BE erreichbar; insgesamt also 60 BE.

Bei der Auswertung der Prüfungsergebnisse erfolgt ab dem Abitur 2020 die Anwendung der nachfolgend abgedruckten 100-BE-Skala. Bis einschließlich Abitur 2019 galt eine entsprechende 60-BE-Skala.

100-BE-Skala (ab Abitur 2020):

BE	Punkte	Noten
100 ... 95	15	1+
94 ... 90	14	1
89 ... 85	13	1-
84 ... 80	12	2+
79 ... 75	11	2
74 ... 70	10	2-
69 ... 65	9	3+
64 ... 60	8	3
59 ... 55	7	3-
54 ... 50	6	4+
49 ... 45	5	4
44 ... 40	4	4-
39 ... 33	3	5+
32 ... 27	2	5
26 ... 20	1	5-
19 ... 0	0	6

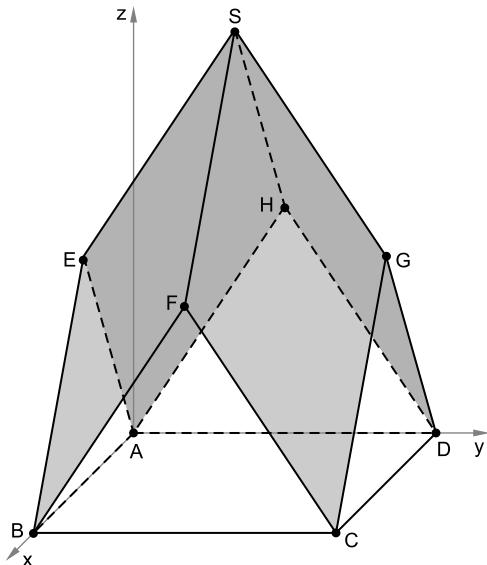
Grundkurs Mathematik (Sachsen): Abiturprüfung 2022
Teil B – Aufgabe 2

Die Abbildung zeigt modellhaft das Dach eines Kirchturms.

Die Eckpunkte der dreieckigen Giebelflächen und der viereckigen Dachflächen (grau markiert) werden durch die Punkte A, B(8|0|0), C(8|8|0), D, E(4|0|6), F(8|4|6), G(4|8|6), H und S(4|4|12) dargestellt. Die vier Dachflächen haben die gleiche Form und die gleiche Größe.

Im verwendeten Koordinatensystem entspricht eine Längeneinheit einem Meter in der Realität.

Die Materialstärken der Bauteile des Daches sollen im Folgenden vernachlässigt werden.



- 2.1 Die Ebene L enthält die Punkte C, F und G.

Geben Sie eine Gleichung von L in Parameterform an.

Zeigen Sie, dass auch S in L liegt.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

- 2.2 Weisen Sie nach, dass das Viereck CGSF eine Raute ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

- 2.3 Gegeben sind drei Ebenen mit den folgenden Gleichungen:

$$M_1: x = 8 \quad M_2: x - y = 0 \quad M_3: z = 6$$

Eine dieser Ebenen stellt eine Symmetrieebene des Daches dar.

Geben Sie diese Ebene an und beschreiben Sie ihre Lage.

Geben Sie eine Gleichung einer weiteren Symmetrieebene des Daches an.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

- 2.4 Berechnen Sie die Größe des Innenwinkels des Vierecks CGSF im Punkt S.

Ermitteln Sie den gesamten Flächeninhalt der Dachflächen.

Erreichbare BE-Anzahl: 5

Tipps und Hinweise

Teilaufgabe 2.1

- ↗ Stellen Sie eine Gleichung der Ebene L in Parameterform auf.
- ↗ Führen Sie die Punktprobe durch, indem Sie die Koordinaten des Punkts S in die Ebenengleichung einsetzen.

Teilaufgabe 2.2

- ↗ Nutzen Sie zum Nachweis z. B. die Eigenschaft einer Raute, dass sie vier gleich lange Seiten besitzt.

Teilaufgabe 2.3

- ↗ Beachten Sie für die Wahl der Symmetrieebene und die Angabe einer weiteren Symmetrieebene, dass die Grundfläche des Daches ein Quadrat ist, welches in der x-y-Ebene liegt und sich die Dachspitze S senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt der Grundfläche befindet.

Teilaufgabe 2.4

- ↗ Berechnen Sie den gesuchten Winkel z. B. mit der Formel $\cos \alpha = \frac{\overline{SF} \circ \overline{SG}}{|\overline{SF}| \cdot |\overline{SG}|}$.
- ↗ Wählen Sie für die Flächenberechnung der Raute eine geeignete Formel. Nutzen Sie z. B. den berechneten Winkel und die bereits genutzten Seitenlängen.

Teilaufgabe 2.5

- ↗ Beschreiben Sie die Lage des Punkts R auf der Strecke \overline{SF} mittels Geradengleichung und Einschränkung der Parameterbedingung.
- ↗ Beachten Sie, dass der minimale Abstand zwischen dem Mittelpunkt der Strecke \overline{EG} und dem Punkt R auf einen Wert des Parameters in der Geradengleichung führt, mit dessen Hilfe man die Koordinaten des Punkts R bestimmen kann.

Teilaufgabe 2.6

- ↗ Ermitteln Sie das Volumen der Pyramide mit einer geeigneten Volumenformel.
- ↗ Berechnen Sie zuvor mit einer geeigneten Formel den Flächeninhalt der Grundfläche.
- ↗ Die Grundfläche ist eine Raute mit vier rechten Innenwinkeln, also ein Quadrat.
- ↗ Bei der Berechnung der Höhe nutzen Sie den Abstand der Zwischenbodenebene zum Punkt S.

Teilaufgabe 2.7

- ↗ Berechnen Sie den Neigungswinkel mit der Formel $\cos \beta = \frac{|\vec{n}_1 \circ \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$ unter Nutzung der beiden Normalenvektoren der Ebenen bzw. über ein geeignetes GTR-Programm.
- ↗ Formulieren Sie das Ergebnis Ihrer Untersuchung.

Lösungen

2.1 L: $\bar{x} = \overrightarrow{OC} + r \cdot \overrightarrow{CF} + s \cdot \overrightarrow{CG}$; $r, s \in \mathbb{R}$

$$\underline{\underline{L: \bar{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}; r, s \in \mathbb{R}}}$$

$S(4|4|12)$ in L:

$$(1) \quad 4 = 8 - 4s \Rightarrow s = 1$$

$$(2) \quad 4 = 8 - 4r \Rightarrow r = 1$$

$$(3) \quad 12 = 6r + 6s$$

$$r, s = 1 \text{ in (3): } 12 = 6 \cdot 1 + 6 \cdot 1$$

$$\underline{\underline{12=12}} \quad \text{w. A.}$$

Damit ist gezeigt, dass auch S in L liegt.

2.2 Das Viereck CGSF ist eine Raute, wenn z. B. alle Seiten die gleiche Länge besitzen.

Zu zeigen ist:

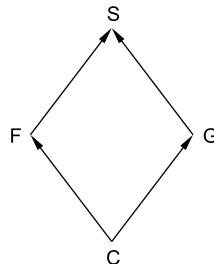
$$|\overrightarrow{CF}| = |\overrightarrow{GS}| = |\overrightarrow{CG}| = |\overrightarrow{FS}|$$

$$\left| \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \right|$$

$$\sqrt{52} = \sqrt{52} = \sqrt{52} = \sqrt{52}$$

Damit ist der Nachweis geführt.

Skizze:



2.3 Die Ebene M₂ stellt eine Symmetrieebene des Daches dar.

Diese Ebene verläuft durch die Punkte A, C und S.

Eine Gleichung einer weiteren Symmetrieebene, z. B.: $x = 4$

Weitere mögliche Symmetrieebenen: $y = 4$; $x + y = 8$

2.4 $\alpha \dots$ Größe des Innenwinkels des Vierecks CGSF im Punkt S

$$\cos \alpha = \frac{\overrightarrow{SF} \circ \overrightarrow{SG}}{|\overrightarrow{SF}| \cdot |\overrightarrow{SG}|} \quad \text{mit} \quad |\overrightarrow{SF}| = \left| \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{52}$$

$$\text{und} \quad |\overrightarrow{SG}| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{52}$$

$$\text{folgt: } \cos \alpha = \frac{36}{\sqrt{52} \cdot \sqrt{52}}$$

$$\underline{\underline{\alpha \approx 46^\circ}}$$

A ... Flächeninhalt der Dachfläche

$$A = 4 \cdot A_{\text{Rauta}}$$

$$A = 4 \cdot |\overrightarrow{SF}| \cdot |\overrightarrow{SG}| \cdot \sin \alpha$$

$$A = 4 \cdot \sqrt{52} \cdot \sqrt{52} \cdot \sin(46^\circ)$$

$$\underline{A \approx 150}$$

Der Flächeninhalt der gesamten Dachfläche beträgt ca. 150 m^2 .

2.5 Man bestimmt den Mittelpunkt M der Strecke \overline{EG} .

Der Punkt R auf der Strecke \overline{SF} wird durch die Gleichung

$$\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OS} + t \cdot \overrightarrow{SF}; \quad t \in \mathbb{R}; \quad 0 < t < 1$$

beschrieben.

Der minimale Abstand zwischen M und R liefert den zugehörigen Wert t und damit die Koordinaten von R.

2.6 V ... Volumen des pyramidenförmigen Dachraums

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot |\overrightarrow{EG}| \cdot |\overrightarrow{FH}| \cdot (z_S - z_E) \quad \text{mit} \quad |\overrightarrow{EG}| = \begin{vmatrix} 0 \\ 8 \\ 0 \end{vmatrix} = |\overrightarrow{FH}| = 8$$
$$\text{und} \quad z_S - z_E = 12 - 6 = 6$$

$$\text{folgt} \quad V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8^2 \cdot 6$$

$$\underline{V = 64}$$

Das Volumen des Dachraums beträgt 64 m^3 .

2.7 β ... Größe des Neigungswinkels zwischen

Ebene E: $3x - 3y + 2z = 24$ und

Ebene F: $z = 6$ (Zwischenboden)

$$\cos \beta = \frac{|\vec{n}_E \circ \vec{n}_F|}{|\vec{n}_E| \cdot |\vec{n}_F|} \quad \text{mit} \quad |\vec{n}_E| = \begin{vmatrix} 3 \\ -3 \\ 2 \end{vmatrix} = \sqrt{22}$$

$$\text{und} \quad |\vec{n}_F| = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} = 1$$



© STARK Verlag

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK