

EUROPA-FACHBUCHREIHE
für wirtschaftliche Bildung

Mathematik

Lern- und Übungsbuch für die BFS 2

Scellberg

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL
Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselderger Straße 23
42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 24985



Autor

Daniel Schellberg, Köln

Verlagslektorat

Anke Hahn

2. Auflage 2023

Druck 5 4 3 2 1

ISBN 978-3-7585-2282-6

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2023 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Umschlag und Satz: Typework Layoutsatz & Grafik GmbH, 86167 Augsburg
Umschlagkonzept: tiff.any GmbH, 10999 Berlin
Umschlagfoto: © adam121 – stock.adobe.com
Druck: ITC Print, 1035 Riga (Lettland)

Vorwort

Mathematik – Lern- und Übungsbuch für die BFS 2 ist ein Arbeitsbuch für Schülerinnen und Schüler der Berufsfachschule 2 (B2) mit dem Ziel des mittleren Schulabschlusses (Fachoberschulreife) am Berufskolleg für Wirtschaft und Verwaltung.

Im Bereich Wirtschaft und Verwaltung gibt es eine Vielzahl an unterschiedlichen Ausbildungsmöglichkeiten. Dieses Arbeitsbuch fokussiert stark auf **berufsorientierte Lernsituationen** und gibt damit **Einblick in die Vielfalt der kaufmännischen Berufsausbildung**. Gleichzeitig dienen die erlernten Unterrichtsinhalte und Fachbegriffe als Grundlage, um sich in einer kaufmännischen Berufsausbildung zurechtzufinden und schnell Fuß zu fassen.

Um die mathematischen Lerninhalte zu festigen und zu vertiefen, bietet das Arbeitsbuch eine **Vielzahl an Übungs- und Wiederholungsaufgaben**, die sich **flexibel und unabhängig** in den Unterricht einbinden lassen. Je nach didaktischer Jahresplanung lässt sich der Fokus unterschiedlich setzen. **Mathematik – Lern- und Übungsbuch für die BFS 2** ist somit eine ideale Ergänzung zum mathematischen Fachunterricht und kann je nach Themenschwerpunkt auch in den bereichsspezifischen Fächern *Geschäftsprozesse im Unternehmen* und *Gesamtwirtschaftliche Prozesse* als zusätzliches Übungsbuch genutzt werden.

Um den Schülerinnen und Schülern bei der Aufgabenbearbeitung eine Orientierung zu geben, bietet das Arbeitsbuch eine **3-Schritt-Methode zur Aufgabenbearbeitung**, eine Liste der **Operatoren** und eine Sammlung von **Fachwörtern**. Auf diese Weise soll die Phase der Problemerkennung unterstützt werden und ein einfacher Übergang in die Bearbeitungsphase erfolgen. Da die erfolgreiche Bearbeitung einer Aufgabe oft an einzelnen Fachwörtern scheitert, sind zahlreiche Fachbegriffe markiert und können in der Fachwortschatzliste nachgeschlagen werden.

Gerade im Bereich der Aufgabenbearbeitung und der Operatoren bietet sich auch ein fächerübergreifender Austausch an, um Gemeinsamkeiten und Unterschiede herauszuarbeiten.

Der passende Löser zu dem hier vorliegenden Lern- und Übungsbuch ist auf unserer Webseite www.europa-lehrmittel.de als digitales Buch unter den Europa-Nummern 48707L (4-Jahreslizenz) und 48707V (Jahreslizenz) erhältlich.

Ihr Feedback ist uns wichtig

Wenn Sie mithelfen möchten, dieses Buch für die kommenden Auflagen zu verbessern, schreiben Sie uns unter lektorat@europa-lehrmittel.de.

Ihre Hinweise und Verbesserungsvorschläge nehmen wir gerne auf.

Februar 2023

Verlag und Verfasser

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1 Umrechnen von Größen, proportionaler Dreisatz & Mischungsrechnung	8
Übungsaufgaben	10
Notizen/Merksätze/Lernhilfen	16
Kapitel 2 Verteilungsrechnung (Nebenkostenabrechnung)	17
Zusatzübung	18
Übungsaufgaben	20
Notizen/Merksätze/Lernhilfen	26
Kapitel 3 Verteilungsrechnung (Gewinnverteilung)	27
Übungsaufgaben	29
Notizen/Merksätze/Lernhilfen	34
Kapitel 4 Prozentrechnung	35
Übungsaufgaben	38
Zusatzaufgaben	47
Notizen/Merksätze/Lernhilfen	52
Kapitel 5 Bezugspreiskalkulation (Quantitativer Angebotsvergleich)	53
Übungsaufgaben	55
Notizen/Merksätze/Lernhilfen	65
Kapitel 6 Verkaufspreiskalkulation	66
Übungsaufgaben	68
Notizen/Merksätze/Lernhilfen	77
Kapitel 7 Zinsrechnung (Tageszinsen/Verzugszinsen)	78
Übungsaufgaben	80
Notizen/Merksätze/Lernhilfen	82
Kapitel 8 Finanzmathematik (Darlehensarten)	83
Übungsaufgaben	85
Notizen/Merksätze/Lernhilfen	89
Kapitel 9 Beschreibende Statistik	90
Übungsaufgaben	96
Notizen/Merksätze/Lernhilfen	107
Kapitel 10 Stochastik (Baumdiagramme)	108
Übungsaufgaben	111
Notizen/Merksätze/Lernhilfen	120

Kapitel 11 Lineare Funktionen	121
Kapitel 11.1 Lineare Funktionen (Angebot und Nachfrage)	122
Übungsaufgaben	126
Notizen/Merksätze/Lernhilfen	131
Kapitel 11.2 Lineare Funktionen (Kostenvergleichsrechnung)	132
Übungsaufgaben	135
Notizen/Merksätze/Lernhilfen	141
Kapitel 11.3 Lineare Funktionen (Erlöse, Kosten und Gewinn)	142
Übungsaufgaben	146
Notizen/Merksätze/Lernhilfen	152
Anhang – Lineare Gleichungen	153
Anhang – Lineare Funktionen	156
Anhang – Quadratische Gleichungen	178
Anhang – Quadratische Funktionen	187
Fachwortschatzliste	195

Aufgabenbearbeitung

1. Überblick verschaffen

- Text und Aufgabenstellung überfliegen
- Um was für einen Sachverhalt handelt es sich?
Beispiele:
 - Verteilung eines Gewinns auf verschiedene Personen $\Rightarrow$ Verteilungsrechnung
 - Berechnung eines Rabatts $\Rightarrow$ Prozentrechnung
 - Allgemeine Berechnung von Erlösen, Kosten und Gewinn $\Rightarrow$ Lineare Funktionen
- Falls möglich: Unbekannte **(Fach-)Wörter** nachschlagen oder deren Bedeutung erfragen

2. Informationen sammeln

- Text gründlich lesen
- Benötigte Informationen und Zahlen markieren oder herausschreiben

3. Vorgehen planen

- Was wird von Ihnen erwartet? Um dies besser einschätzen zu können, helfen die **Operatoren** (siehe Operatoren-Liste).
- Welche benötigten Formeln und Bedingungen kennen Sie aus dem Unterricht?

Operatoren

berechnen

Anforderungsbereich I–II, vorwiegend I

Ergebnisse mit Darstellung von **Ansatz** und **Berechnung** gewinnen

Es muss nachvollziehbar sein, wie Sie zu der Lösung gekommen sind. Nur das Endergebnis aufzuschreiben, ist nicht ausreichend.

beurteilen

Anforderungsbereich II–III, vorwiegend III

Zu einem Sachverhalt ein **eigenständiges Urteil** unter Verwendung von **Fachwissen** und/oder **Fachmethoden formulieren** und dieses **begründen**

Fachmethoden sind zum Beispiel geeignete Rechnungen. Die Lösungen helfen, sich ein Urteil über den vorliegenden Sachverhalt zu bilden.

entscheiden

Anforderungsbereich II–III

Sich bei Alternativen eindeutig und begründet auf eine Möglichkeit festlegen

Hierbei muss die Entscheidung auf Berechnungen oder einer nachvollziehbaren Argumentation erfolgen.

erklären

Anforderungsbereich III

Sachverhalte mithilfe eigener Kenntnisse **verständlich** und **nachvollziehbar** machen und **in Zusammenhänge einordnen**

Hierbei kann es manchmal hilfreich sein, Sachverhalte anhand eigener Beispiele zu erklären.

erstellen/darstellen

Anforderungsbereich I–II

Sachverhalte in übersichtlicher, fachlich angemessener Form ausdrücken

Hierbei geht es oftmals um die Darstellung und die Präsentation von Ergebnissen in Form einer Tabelle oder eines Diagramms.

ermitteln

Anforderungsbereich II

Zusammenhänge bzw. **Lösungswege finden** und die **Ergebnisse formulieren**

Beim Ermitteln eines Ergebnisses spielen auch das Vorgehen und die dafür erforderlichen Zwischenschritte eine Rolle. Es ist also durchaus umfangreicher als eine einfache Berechnung.

nennen/notieren

Anforderungsbereich I

Objekte, Sachverhalte, Begriffe und Daten ohne nähere Erläuterungen, Begründungen und ohne Darstellung von Lösungsansätzen oder Lösungswegen **aufzählen bzw. aufschreiben**

Hierbei geht es darum, Wissen oder Informationen stichpunktartig aufzuzählen. Lange Erklärungen sind nicht gewünscht.

prüfen

Anforderungsbereich II

Die Gültigkeit einer Aussage belegen bzw. widerlegen

Hierbei muss die Gültigkeit einer Aussage anhand geeigneter Rechnungen bzw. sinnvoller Kriterien überprüft werden.

skizzieren

Anforderungsbereich I–II

Wesentliche Eigenschaften von Sachverhalten oder Objekten **grafisch darstellen**

(auch Freihandskizze möglich)

Bei einer Skizze geht es lediglich darum, grundlegende Dinge anzudeuten. Das kann der grobe bzw. ungefähre Verlauf eines Graphen sein, ohne Skalierung der Achsen.

zeichnen

Anforderungsbereich I–II

Eine hinreichend **exakte grafische Darstellung** von Objekten oder Daten anfertigen

Eine Zeichnung fertigt man anhand der exakten Werte und Zahlen an. Bei einem Graphen ist auf die richtige Achsenskalierung zu achten.

Bei den Operatoren handelt es sich um eine reduzierte Auswahl.

Kapitel 1 Umrechnen von Größen, proportionaler Dreisatz & Mischungsrechnung

Einführungssituation

BioShop-Colonia ist eine Supermarktkette mit Hauptsitz in Köln. Mit der regional ausgerichteten Struktur betreibt das Unternehmen 26 Supermärkte in Nordrhein-Westfalen. In der Kölner Stammfiliale befindet sich eine unternehmenseigene Kaffeerösterei. Hier werden fair gehandelte Bio-Kaffeemischungen angeboten.



Im Sommer haben Sie in der Kölner *BioShop-Colonia*-Filiale eine Ausbildung zum Kaufmann bzw. zur Kauffrau im Einzelhandel begonnen. Man erwartet von Ihnen, dass Sie Produktpreise miteinander vergleichen können und in der Lage sind, Verkaufspreise richtig zu **kalkulieren**. Allerdings sind solche Rechnungen schwierig, wenn sich die Preisangaben auf unterschiedliche Maßangaben beziehen, zum Beispiel auf unterschiedliche Gewichtseinheiten.

INFO: Preisangabenverordnung

In der Preisangabenverordnung (*PangV*) ist geregelt, auf welche Art und Weise die Preise für den Verbraucher zu notieren sind. In § 2 *PangV* steht, dass neben dem **Gesamtpreis** auch der **Grundpreis** angegeben sein muss. Der Grundpreis ist z. B. der Preis je Kilogramm, je 100 Gramm oder je Liter. Diese Angabe ermöglicht dem Verbraucher eine Vergleichbarkeit von Produkten mit unterschiedlichen Füllmengen.

Gewichtsmaße

Das Gewicht zeigt an, wie schwer etwas ist. Wir geben Gewichte meist in den Maßeinheiten **Tonne (t)**, **Kilogramm (kg)** oder **Gramm (g)** an.

1 Tonne = 1.000 Kilogramm

1 Kilogramm = 1.000 Gramm

Beispiel: Eine Family-Packung Cornflakes (750 g) kostet 4,80 EUR. Wie viel kostet 1 kg Cornflakes?

$$750 \text{ g} \Rightarrow 4,80 \text{ EUR}$$

$$1 \text{ g} \Rightarrow 0,0064 \text{ EUR, weil } \frac{4,80 \text{ EUR}}{750 \text{ g}} = 0,0064 \frac{\text{EUR}}{\text{g}}$$

$$1 \text{ kg} = 1.000 \text{ g} \Rightarrow 6,40 \text{ EUR, weil } 0,0064 \frac{\text{EUR}}{\text{g}} \cdot 1.000 \text{ g} = 6,40 \text{ EUR}$$

Hohlmaße

Das Hohlmaß zeigt an, wie viel Flüssigkeit in einen leeren Behälter passt. Wir geben Hohlmaße überwiegend in den Maßeinheiten **Liter (l)** oder **Milliliter (ml)** an.

1 Liter = 1.000 Milliliter

Beispiel: Ein Smoothie (280 ml) kostet 2,24 EUR. Wie viel kostet 1 Liter Smoothie?

$$280 \text{ ml} \Rightarrow 2,24 \text{ EUR}$$

$$1 \text{ ml} \Rightarrow 0,008 \text{ EUR, weil } \frac{2,24 \text{ EUR}}{280 \text{ ml}} = 0,008 \frac{\text{EUR}}{\text{ml}}$$

$$1.000 \text{ ml} = 1 \text{ l} \Rightarrow 8,00 \text{ EUR, weil } 0,008 \frac{\text{EUR}}{\text{ml}} \cdot 1.000 \text{ ml} = 8,00 \text{ EUR}$$

Übungsaufgaben

Aufgabe 1

Angebot A *Frischkäse mit Schnittlauch, je 180-g-Becher* 1,44 EUR

Angebot B *Frischkäse mit Kräutern der Provence, je 150-g-Becher* 1,26 EUR

Berechnen Sie den Preis je 100 g und entscheiden Sie, welches Angebot günstiger ist.

Aufgabe 2

Angebot A Frühkartoffeln, festkochend, Qualität I, je 1,8-kg-Sack 1,71 EUR

Angebot B Speisekartoffeln, vorwiegend festkochend, 800-g-Schale 0,84 EUR

Berechnen Sie den Preis je Kilogramm und entscheiden Sie, welches Angebot günstiger ist.

Aufgabe 3

Angebot A *Bio Vanille-Eiscreme, 480-ml-Becher* 1,44 EUR

Angebot B *Stracciatella-Eis, 900-ml-Packung* 2,25 EUR

Berechnen Sie den Preis je Liter und entscheiden Sie, welches Angebot günstiger ist.

Aufgabe 10

Angebot A Butterkeks Schoko-Vollmilch, 125-g-Packung 1,49 EUR

Angebot B	<i>Bio Hafer-Cookies, 300-g-Packung</i>	3,30 EUR
------------------	---	----------

Berechnen Sie den Preis je Kilogramm und entscheiden Sie, welches Angebot günstiger ist.

Aufgabe 11

Angebot A *Bio-Champignons, braun, 400-g-Schale* 3,99 EUR

Angebot B Champignonmischung, Packung á 225 g 2,16 EUR

Berechnen Sie den Preis je Kilogramm und entscheiden Sie, welches Angebot günstiger ist (runden Sie sinnvoll).

Aufgabe 12

Angebot A Joghurt Griechischer Art, Himbeere, 6 x 125 g 3,80 EUR

Angebot B *Bio-Joghurt Mango, 3,8 %, 150-g-Becher* 0,57 EUR

Berechnen Sie den Preis je 100 g und entscheiden Sie, welches Angebot günstiger ist (runden Sie sinnvoll).

Notizen/Merksätze/Lernhilfen



Kapitel 2 Verteilungsrechnung (Nebenkostenabrechnung)

Einführungssituation

Die *OWR Immobilien GmbH* ist ein erfolgreiches Wohnungsunternehmen mit Hauptsitz in Oberhausen. Insgesamt verwaltet die Gesellschaft 15.000 Wohnungen in NRW. Die *OWR* bietet auf diese Weise über 35.000 Menschen ein Zuhause. Das Ziel des Unternehmens ist es, Menschen einen Raum zum Leben zu geben. Deshalb liegen die Kerntätigkeiten in der Verwaltung und Entwicklung von Wohnimmobilien. Die *OWR* ist also mehr als nur ein Vermieter: Sie ist zugleich auch Immobilienhändler und Bauträger.

Im Sommer haben Sie bei der *OWR Immobilien GmbH* eine Ausbildung zum Immobilienkaufmann bzw. zur Immobilienkauffrau begonnen. Eine Ihrer Tätigkeiten besteht darin, die jährliche Nebenkostenabrechnung für eines der betreuten Mietobjekte zu erstellen.

INFO: Nebenkostenabrechnung (bzw. Betriebskostenabrechnung)

Die Nebenkosten umfassen alle Kosten, die der Mieter neben der monatlichen **Kaltmiete** an den Vermieter zu bezahlen hat. Typische Nebenkosten sind die Kosten für:

- Straßenreinigung
- Müllentsorgung
- Treppenhausreinigung
- Frischwasser
- Schmutzwasser
- Heizung
- Schornsteinfeger
- Aufzugswartung
- usw.

Die Gesamtsumme der Nebenkosten lässt sich anhand unterschiedlicher Verteilerschlüssel aufteilen. Der Vermieter hat bei der Auswahl des Verteilerschlüssels zwar viele Freiheiten, muss aber auch verschiedene gesetzliche Vorgaben beachten (etwa die Heizkostenverordnung). Grundsätzlich kommen die folgenden vier Verteilerschlüssel infrage:

- Fläche der Wohnung
- Größe des Haushalts (Anzahl der dort lebenden Personen¹)
- Anzahl der Wohneinheiten
- Tatsächlicher Verbrauch²

Die Bezahlung der Nebenkosten erfolgt in der Regel als eine monatliche Vorauszahlung auf die tatsächlich angefallenen Kosten. Am Ende des Jahres werden dann die tatsächlich entstandenen Kosten mit den bereits geleisteten Vorauszahlungen verglichen.

Bei zu wenig gezahlten Beträgen wird vom Mieter eine Nachzahlung verlangt. Für den Fall, dass die Vorauszahlungen höher waren als die tatsächlichen Kosten, erhält der Mieter eine Erstattung (= Rückzahlung).

Kaltmiete Als Kaltmiete bezeichnet man den Betrag der Miete, der sich lediglich auf die Nutzung des Wohnraums bezieht.

Warmmiete Als Warmmiete bezeichnet man die Summe von Kaltmiete plus Betriebskosten (Nebenkosten).

¹ Hat sich die Anzahl der in einer Wohnung lebenden Personen im Laufe des Abrechnungsjahrs verändert, kann die Abrechnung auch entsprechend verfeinert werden, indem man eine monats- oder tagesgenaue Abrechnung erstellt. In den hier vorliegenden Aufgaben ist die Personenanzahl im Abrechnungszeitraum gleichbleibend.

² Laut Heizkostenverordnung muss der Vermieter die Verbrauchskosten der zentralen Heizungsanlage zu mindestens 50 % und höchstens 70 % nach dem erfassten Energieverbrauch der Mieter abrechnen. Allerdings können Vermieter und Mieter im Mietvertrag eine obere Grenze bis zu einem Verbrauchsanteil von 100 % vereinbaren. In den hier vorliegenden Aufgaben ist ein Verbrauchsanteil von 100 % angesetzt.

Aktivbereich

Die folgenden Tabellen geben Ihnen eine Übersicht über die unterschiedlichen Wohneinheiten, die jeweilige monatliche Vorauszahlung und die im abgelaufenen Jahr entstandenen Kosten:

Wohneinheit	Personenanzahl	Wohnfläche	Verbrauch	monatliche Vorauszahlung
Wohnung 1	2	82 qm	9.620 kWh	150,00 EUR
Wohnung 2	1	36 qm	5.270 kWh	110,00 EUR
Wohnung 3	3	105 qm	12.290 kWh	200,00 EUR
Wohnung 4	2	79 qm	8.950 kWh	160,00 EUR
Wohnung 5	2	65 qm	6.300 kWh	150,00 EUR
Wohnung 6	4	113 qm	15.970 kWh	220,00 EUR

Kostenart	Betrag	Verteilerschlüssel
Allgemeinstrom	597,80 EUR	Personenanzahl
Frischwasser	612,50 EUR	Personenanzahl
Gebäudeversicherungen	2.064,00 EUR	Wohnfläche in m ²
Grundsteuer	456,00 EUR	Wohnfläche in m ²
Heizkostenabrechnung	4.088,00 EUR	Verbrauch in kWh
Müllentsorgung	1.689,60 EUR	Wohnfläche in m ²
Oberflächenwasser	427,20 EUR	Wohnfläche in m ²
Schmutzwasser	728,00 EUR	Personenanzahl
Schornsteinfeger	384,00 EUR	Wohnfläche in m ²
Straßenreinigung	393,60 EUR	Anzahl Wohneinheiten
Treppenhausreinigung	1.214,40 EUR	Anzahl Wohneinheiten
TV-/Kabelanschluss	486,00 EUR	Anzahl Wohneinheiten

Ermitteln Sie die Höhe der Nebenkosten, die auf **Wohnung 1** entfallen.

Prüfen Sie anschließend, ob die Mieter der **Wohnung 1** eine Nachzahlung leisten müssen oder eine Rückzahlung erhalten.

Zusatzübung

Ermitteln Sie auch für die restlichen Wohnungen die Höhe der Nebenkosten.

Prüfen Sie anschließend, ob die Mieter eine Nachzahlung leisten müssen oder eine Rückzahlung erhalten.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1

Die nachfolgende Tabelle gibt eine Übersicht über die Wohnungsgrößen und Betriebskosten einer Wohnimmobilie. Da die Wohnungen über eigene Gas-Etagenheizungen verfügen, werden die Heiz- und Warmwasserkosten direkt mit dem Gas-Anbieter abgerechnet und sind daher nicht Bestandteil der Nebenkosten. Die verwaltende *Haus- und Grundbesitz GmbH* hat sich dafür entschieden, die jährlichen Betriebskosten nur anhand der Wohnfläche zu verteilen.

Wohneinheit	Personenanzahl	Wohnfläche	monatliche Vorauszahlung
Wohnung 1	4	112 qm	180,00 EUR
Wohnung 2	2	74 qm	120,00 EUR
Wohnung 3	2	72 qm	120,00 EUR
Wohnung 4	1	57 qm	100,00 EUR

Kostenart	Betrag	Verteilerschlüssel
Allgemeinstrom	337,05 EUR	Wohnfläche in m²
Frischwasser	607,95 EUR	Wohnfläche in m²
Gebäudeversicherung	1.004,85 EUR	Wohnfläche in m²
Grundsteuer	724,50 EUR	Wohnfläche in m²
Müllabfuhr	1.678,95 EUR	Wohnfläche in m²
Oberflächenwasser	151,20 EUR	Wohnfläche in m²
Schmutzwasser	932,40 EUR	Wohnfläche in m²
Straßenreinigung	204,75 EUR	Wohnfläche in m²
TV-/Kabelanschluss.	371,70 EUR	Wohnfläche in m²
Wartung Therme	422,10 EUR	Wohnfläche in m²

Beurteilen Sie die Sinnhaftigkeit, alle Kostenarten anhand der Wohnfläche zu verteilen.

Ermitteln Sie für alle vier Wohnungen die Höhe der Nebenkosten.

Beurteilen Sie, ob die Mieter eine Nachzahlung leisten müssen oder eine Rückzahlung erhalten.