

Werner Diederich

*Der harmonische Aufbau der Welt*

Keplers wissenschaftliches und spekulatives Werk

Meiner

Bibliographische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der  
Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische  
Daten sind im Internet über <http://portal.dnb.de> abrufbar.

ISBN 978-3-7873-2679-2

ISBN eBook: 978-3-7873-2680-8

*www.meiner.de*

© Felix Meiner Verlag Hamburg 2014. Alle Rechte vorbehalten. Dies gilt  
auch für Vervielfältigungen, Übertragungen, Mikroverfilmungen und die  
Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen, soweit es  
nicht §§ 53 und 54 URG ausdrücklich gestatten. Satz: Type & Buch Kusel,  
Hamburg. Druck und Bindung: Bookfactory, Bad Münder. Werkdruck-  
papier: alterungsbeständig nach ANSI-Norm resp. DIN-ISO 9706, herge-  
stellt aus 100% chlorfrei gebleichtem Zellstoff. Printed in Germany.

## Inhalt

|  |     |
|--|-----|
| Vorwort .....  | 7   |
| 1. Zur Geschichte der Astronomie vor Kepler .....                            | 11  |
| 2. Keplers Werk im Überblick .....   | 29  |
| 3. Frühe Spekulation: <i>Mysterium Cosmographicum</i> (1597) ..              | 35  |
| 4. Ein nicht unbedeutender Seitenweg: Keplers Astrologie ..                  | 49  |
| 5. Eine auch praktisch wichtige Aufklärung:<br>Keplers Optik des Auges ..... | 65  |
| 6. Der astronomische Durchbruch:<br><i>Astronomia Nova</i> (1609) .....      | 73  |
| 7. Exkurs: einige Harmonie-Theorien vor Kepler .....                         | 83  |
| 8. Das Hauptwerk: <i>Harmonice Mundi</i> (1619) .....                        | 97  |
| 9. Ausblicke .....   | 125 |
| Bibliographie .....  | 135 |

## Vorwort

Das Bild, das wir uns von der Welt machen, ist mitgeprägt durch Erkenntnisse, die uns die Wissenschaften vermitteln, und die sind natürlich immer zeitbedingt. So war es auch vor etwa 400 Jahren, als der Astronom Johannes Kepler ein Bild der Welt entwarf, das die damals neuesten wissenschaftlichen Erkenntnisse mit Spekulationen über eine allem zugrundeliegende Harmonik verband. Die daraus resultierende reizvolle Kosmologie möchte ich in diesem Buch darstellen.

Kepler lebte in einer Zeit, in der sich die neuzeitliche Naturwissenschaft erst herauszubilden begann. Es ist daher nicht verwunderlich, dass wir in Keplers Werk neben bleibenden physikalischen Erkenntnissen auch Überlegungen finden, die ganz an Vorstellungen des 16. Jahrhunderts oder an die Zeit davor gebunden sind. Man kann den Eindruck gewinnen, dass zu Keplers Zeit noch ganz offen war, in welche Richtung die gerade erst beginnende Naturwissenschaft sich entwickeln würde. Als ich vor etwa 30 Jahren begann, mich für die Figur Kepler zu interessieren, ging es mir darum, Wege zu einer »alternativen« Naturwissenschaft aufzuzeigen, zu einer Wissenschaft, die sich nicht einspannen lässt in gesellschaftlich desaströse Entwicklungen; ich hoffte, dass sich an den Entwicklungen in Keplers Zeit – also einige Jahrzehnte, bevor sich mit Newtons Physik der Weg der neuen Naturwissenschaft verfestigte – Bedingungen ablesen lassen für eine andere Ausrichtung der Naturwissenschaft. Inzwischen bin ich skeptischer geworden, ob uns eine solche Umorientierung der Wissenschaft möglich ist. Die Wissenschaft ist ein integrativer Teil der Gesellschaft; ihre Entwicklung können wir im Einzelnen verändern, aber sicher nicht in ihrem Gesamtverlauf.

Kepler bleibt jedoch eine Figur, von der wir paradigmatisch lernen können, wie zeitabhängig Weltbilder sind. Wir glauben, für unser heutiges wissenschaftliches Weltbild gute Gründe zu haben.

Zugleich aber sind wir erschrocken darüber, wie wenig wir uns in dieser Welt, in der wir ein absolutes Randdasein führen, heimisch fühlen können. Vielleicht erlaubt uns aber das Wissen um das Entstehen dieser Weltsicht, uns jedenfalls in der Geschichte der Weltansichten zuhause zu fühlen: Wir erleben uns verortet in einer Bewegung, deren Weitergang wir nur erahnen können.

Keplers Weltharmonik, *Harmonice Mundi*, erschien 1619; sie war sein letztes großes Werk. Ich vertrete die These, dass es in Keplers Augen auch sein Hauptwerk war. Die meisten Interpreten betrachten eher die *Astronomia Nova*, erschienen 1609, als sein wichtigstes Werk, weil er darin die Ellipsengestalt der Planetenbahnen begründet, seinen bleibenden Beitrag zur Astronomie. Ich denke, dass diese Sichtweise nur verständlich ist auf dem Boden der späteren Entwicklung, die einen ganz anderen Weg einschlug, als Kepler sich vorgestellt hatte. Ich möchte aber Kepler aus seiner Zeit heraus und von seinem Selbstverständnis her verstehen.

Kepler war, im Fächerkanon seiner Zeit, *Mathematiker*. Mathematik, im damaligen Verständnis, schloss Astronomie ein. Zugleich verstanden die meisten Astronomen ihre Kunst als eine rein mathematische, nicht auch physikalische. Die Physik des Weltbaus war der *Naturphilosophie* vorbehalten. Kepler hielt sich indes nicht an diese disziplinäre Abgrenzung und versuchte, die Ordnung der Sternenwelt auch physikalisch zu verstehen, »physikalisch« freilich noch nicht im Sinne der sich erst langsam entwickelnden Physik, sondern als Versuch, die Bewegungen der Himmelskörper auf bestimmte, beispielsweise magnetische Kräfte zurückzuführen. Diese tastenden Vorschläge haben sich zwar nicht durchsetzen können, führten Kepler aber zur heute noch gültigen Gestalt der Planetenbewegungen.

Keplers Himmelsphysik war für ihn Teil einer umfassenderen, letztlich theologischen Bemühung um die Erforschung der Gründe, aus denen Gott die Welt so geschaffen hat, wie wir sie vorfinden. Die Welt, so Keplers Vorstellung, hatte eine über sie selbst hinausweisende Bedeutung. Und diese sah Kepler in der *Harmonik* des Weltgefüges.

Die Ergründung der Weltharmonik hat Kepler schon in jungen Jahren beschäftigt und dann nicht mehr losgelassen. Ich werde im Folgenden, besonders in den Kapiteln 3, 6 und 8, seinen Weg von

diesen frühen Spekulationen bis zu seinem reifen Werk *Harmonice Mundi* nachzeichnen und damit aufweisen, wie sich das Harmonie-Projekt durch sein gesamtes Werk zieht. Meine Darstellung wird so die wichtigsten Züge seines Gesamtwerks umfassen.

Ich werde meine Ausführungen nicht mit entbehrlichen wissenschaftlichen Details belasten<sup>1</sup> und hoffe so, für einen breiten Kreis von Leserinnen und Lesern verständlich zu sein. In der Regel begnüge ich mich auch mit deutschen Übersetzungen der meist lateinischen Quellentexte. Allen Leserinnen und Lesern wünsche ich eine spannende und wohltuende Lektüre.

Für hilfreiche Kommentierung großer Teile des Skripts danke ich besonders Andreas Seeck und Franziska Schultz, für eine Lektorierung Heike Bühn, für die Erstellung etlicher Grafiken Rickmer Frier, für Rückmeldungen zu einzelnen Kapiteln Simone Geng und für Hilfe bei Schreibarbeiten Betty Ruhe und Daaje Böhlke.

<sup>1</sup> Gelegentlich füge ich mathematische oder physikalische Details, die für den Fortgang nicht wichtig sind, aber den Kundigen weiterhelfen, in eckigen Klammern bei. Das Kapitel 7 enthält etliche solche Bemerkungen und ist insgesamt für das weitere Verständnis nicht unbedingt erforderlich.

## 1. Zur Geschichte der Astronomie vor Kepler

Rund 100 Jahre vor Kepler, 1473, wurde Nicolaus Kopernikus geboren. Er war der Begründer des neuen Weltbilds, demzufolge die Sonne das Zentrum unseres Planetensystems bildet. Heute ist diese Lehre fester Bestandteil unseres Weltbildes. Doch zu Kopernikus' Zeiten war sie ein kaum begründbarer Vorschlag. Dies möchte ich im folgenden Rückgang in die ältere Geschichte erläutern.

Die Idee des Heliozentrismus war, streng genommen, nicht neu, denn bereits in der Antike hatte schon Aristarch (etwa 310–230 v. u. Z.) diese Meinung vertreten. Doch im Laufe der Jahrhunderte war sie nahezu in Vergessenheit geraten, zumal sich die mit Aristarchs Sicht unvereinbare Weltauffassung des Aristoteles (384–322 v. u. Z.) durchgesetzt hatte. Für Aristoteles war die Welt ein System konzentrischer Kreise mit der Erde im Mittelpunkt. Aristoteles' System wurde in der Antike von verschiedenen Autoren variiert und untermauert. Es gibt aber auch Besonderheiten der Planetenbewegung, die ich in Kürze erläutern werde, die mit Aristoteles' Sicht nicht vereinbar waren. Das führte zu raffinierteren Vorschlägen, die von Ptolemäus (um 150 n. u. Z.) zu einem konsistenten Bild zusammengeführt wurden.

Das großartige System des Ptolemäus fand jedoch in der Spätantike nur wenig Beachtung; nur das Interesse an der Astrologie, zu der Ptolemäus ebenfalls ein Werk verfasst hat, hielt sich durchgängig. Die Situation der ptolemäischen Astronomie änderte sich grundlegend erst mit der Entstehung des Islam, also etwa ab dem 9. Jahrhundert. Die islamischen Gelehrten haben die ptolemäischen Studien zu einer neuen Blüte geführt. Ab dem 12. Jahrhundert erwachte auch das Interesse in Westeuropa wieder, und die Werke des Ptolemäus (und andere antike Schriften) wurden nach islamischen Quellen ins Lateinische übersetzt und so für das westliche gelehrte Publikum zugänglich.<sup>2</sup>

<sup>2</sup> Vgl. Albert van Helden: *Measuring the Universe*. Univ. of Chicago Press 1985, p. 27.

Um das Wesentliche des antiken Bildes der Welt kenntlich zu machen, muss ich etwas ins Detail gehen. Im aristotelischen Kosmos werden die Sterne getragen von konzentrischen Ringen oder Sphären um die Erde im Mittelpunkt; ganz außen, in der umfassendsten Sphäre, befinden sich die Fixsterne. Von innen her gesehen wird die Erde zunächst umrundet vom Mond, dann, immer weiter außen, von Merkur, Venus, Sonne, Mars, Jupiter und Saturn. Die äußerste oder Fixsternsphäre<sup>3</sup> rotiert im Laufe von 24 Stunden einmal um die Erde, so dass wir die Fixsterne Nacht für Nacht sich von Ost nach West bewegen sehen. Die inneren Sphären werden von der Fixsternsphäre mit herumgeführt, so dass auch Sonne und Mond täglich von Ost nach West wandern.

Diese Weltsicht scheint zunächst ganz natürlich zu sein; sie nimmt die Dinge so, wie sie uns erscheinen. Ein Problem bereiten aber die Planeten.<sup>4</sup> Diese bewegen sich einerseits, Nacht für Nacht, mit den Fixsternen von Ost nach West, aber andererseits, sehr viel langsamer, auch von West nach Ost, bleiben also gegenüber den umgebenden Fixsternen zurück. Dieser Effekt ist manchmal größer, manchmal weniger groß und kehrt sich gelegentlich auch um, so dass die Planeten, da auch eine Auf- und Abbewegung hinzukommt, Schleifenbewegungen ausführen. Diese komplizierten Planetenbewegungen konnte man ungefähr beschreiben mithilfe einer Reihe zusätzlich angenommener konzentrischer Sphären, deren Bewegungen so aufeinander abgestimmt sind, dass sie gerade die von der Erde aus beobachteten Bewegungen erzeugen. (Ein erstes Modell dieser Art entwickelte schon Eudoxos im 4. Jahrhundert v. u. Z.)<sup>5</sup>

Alle Himmelskörper und ebenso die Erde wurden, bis in die Neuzeit, als *Kugeln* angesehen. Für die Kugelgestalt der Erde sprachen verschiedene Phänomene, zum Beispiel dass man bei einem von der See kommenden Schiff zunächst die Mastspitze und erst später den

<sup>3</sup> Außerhalb der Fixsternsphäre ist für Aristoteles nichts, nicht einmal ein Ort, da für ihn ein Ort von etwas die Oberfläche der umgebenden Körper ist.

<sup>4</sup> Die Planeten im heutigen Sinn. Bei Aristoteles und lange danach waren auch die Sonne und der Mond Planeten, die Erde jedoch nicht.

<sup>5</sup> Einen guten Einblick in die Präzision astronomischer Bestimmungen um ca. 100 v. u. Z. liefert der schon vor gut hundert Jahren gefundene, aber erst kürzlich verstandene Antikythera-Mechanismus.

Rumpf sieht. Bei Sonne und Mond legt schon das Erscheinungsbild nahe, dass sie Kugeln sind, und von den Planeten und Fixsternen glaubte man es, weil die Kugel als die symmetrischste und vollkommenste körperliche Form galt. Ebenso war der Kreis die vollkommenste ebene Form, und man nahm an, dass alle Himmelskörper sich auf *Kreisen* bewegen, weil im himmlischen Bereich – in allem, was sich »supralunar« oder »über dem Mond« befindet – alles vollkommen ist. Die *Kreisbewegungen* mussten darüber hinaus gleichförmig sein, d. h. mit konstanter Umlaufgeschwindigkeit. Dieser Grundsatz findet sich schon bei Platon und bestimmte die Astronomie bis ins 17. Jahrhundert hinein.

Die komplizierte Bewegung der Planeten war mit konzentrischen Sphären aber nur ungenau zu erfassen. Ptolemäus arbeitete deswegen mit Hilfsmitteln, die in der Astronomie lange unbestritten bleiben sollten: mit Exzentern und Epizyklen. *Exzenter* (von Hipparch im 2. Jahrhundert v. u. Z. konzipiert) sind Kreise um ein vom Weltmittelpunkt  $Z$  (damals die Erde) leicht verschiedenes Zentrum  $M$  (Abb. 1.1).

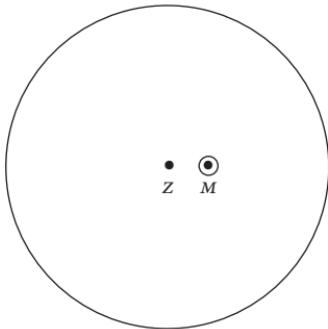


Abb. 1.1: *Exzenter*

Ein *Epizykel* (seit Polonius im 3. Jahrhundert v. u. Z. benutzt) ist ein Kreis, dessen Mittelpunkt  $E$  selbst auf einem Kreis umläuft, dem »Deferenten« (Abb. 1.2).

Von diesen beiden Mitteln machte Ptolemäus reichlich Gebrauch, und sie blieben in Gebrauch bis ins 17. Jahrhundert, als Kepler sie endlich entbehrlich machte.

Ptolemäus bemühte noch ein drittes Hilfsmittel, die so genannten *Äquanten* (Abb. 1.3)

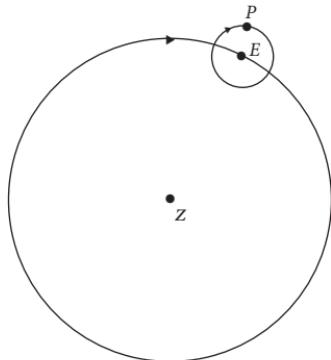


Abb. 1.2: *Epizykel*

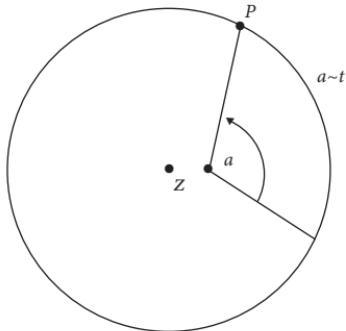


Abb. 1.3: *Äquant*

Der Planet  $P$  bewegt sich so um  $Z$ , dass er von einem von  $Z$  verschiedenen Punkt aus sich gleichförmig zu bewegen scheint; der Winkel  $a$  ist proportional zur Zeit  $t$ . Die Äquanten dienten dazu, die Umläufe auf den Kreisen wirklich gleichförmig zu machen. Ohne Äquanten gelang ihm das nicht gut. Kopernikus, sehr viel später, nahm Anstoß an diesem Hilfsmittel und verhinderte es in seiner Konstruktion. Allerdings musste er dafür zusätzliche Epizykeln einführen, so dass sein System, das zunächst mit weniger Epizykeln auskam, nicht wirklich einfacher wurde als das des Ptolemäus, wie er gehofft hatte.

Der Astronomie stand also ein ganzes Arsenal von Hilfsmitteln zur Verfügung, um die ungleichmäßigen Planetenbewegungen auf gleichförmige Kreisbewegungen zurückzuführen. Sehr bald schon merkte man, dass es oft mehrere Wege gibt, dieses Ziel zu erreichen, weil nämlich die Hilfsmittel teilweise gegeneinander austauschbar sind, z. B. Epizykeln gegen Exzenter oder umgekehrt (Abb. 1.4).

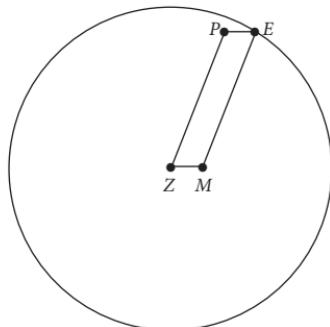


Abb. 1.4: *Epizykel/Exzenter*

( $P$  bewegt sich um  $E$  in dem Sinne und mit derselben Winkelgeschwindigkeit wie  $E$  um  $Z$ , so dass die Gerade  $PE$  immer der Geraden  $ZM$  parallel ist.) Die Gleichwertigkeit dieses Epizykels mit diesem Exzenter warf die Frage auf, welche Sicht den tatsächlichen Bewegungen am Himmel entspricht. Es setzte sich schon früh (ab dem 1. Jahrhundert v. u. Z.) eine Art Arbeitsteilung durch: Die *Mathematiker* hatten nur die Aufgabe, die Bewegungen möglichst exakt darzustellen, so dass verlässliche Vorhersagen möglich wurden, ohne dabei Anspruch auf Abbildung der wirklichen Bewegungen zu erheben. Diesem Anspruch zu genügen, war Sache der *Physiker*, und das hieß damals: der Naturphilosophen. Auf eine solche Trennung der Bereiche zielte auch die Formel »Rettung der Phänomene« als Aufgabenbeschreibung für die Mathematiker: Die Phänomene sind »gerettet«, wenn man sie berechnen kann. Nicht jeder Mathematiker hielt sich genau an diese Begrenzung seiner Tätigkeit. Ptolemäus trägt zwar sein Modell der Planetenbewegungen im *Almagest* mathematisch vor, entwickelt aber seine darüber hinausgehenden physikalischen Vorstellungen in einem anderen Werk, den »*Planetenhypthesen*«.<sup>6</sup> Beispielsweise kann in der mathematischen Astronomie die Reihenfolge der Planeten von innen nach außen nicht entschieden werden. Der bloßen mathematischen Darstellung kann man das nicht entnehmen. Die Bewegungsdaten, die dargestellt werden sollen, sind ja lediglich die Bahnen der Planeten so, wie sie uns am Himmel *erscheinen*, bestimmt durch Himmelsrichtung und Höhe über dem Horizont, also als zweidimensionale Projektionen »am Himmel«. Es hatte sich aber eingebürgert, Planeten nach ihren Umlaufzeiten anzutragen. Danach ist, von den damals bekannten Planeten, Saturn (Umlaufzeit 30 Jahre) am weitesten entfernt, gefolgt von Jupiter (12 Jahre) und Mars (2 Jahre). Bei Merkur und Venus versagt dieses Kriterium aber, denn, gemeinsam mit der Sonne, haben sie, von der Erde aus gesehen, eine durchschnittliche Umlaufzeit von einem Jahr. In der Tat gab es verschiedene Vorschläge, diese drei Himmelskörper anzutragen. Ptolemäus wählte,

<sup>6</sup> Die im Original verschollenen, entscheidenden Teile der *Planetenhypthesen* wurden von Bernard R. Goldstein nach einer arabischen Version rekonstruiert: »The Arabic Version of Ptolemy's *Planetary Hypotheses*«, American Philosophical Society, *Transactions* 57, part 4, 1967.

aber nur in seinem »physikalischen« Werk, die Anordnung, die wir heute noch für richtig halten: »über« dem Mond kommt als nächstes der Merkur, dann Venus, Sonne, Mars, Jupiter und Saturn.

Zurück zum antiken Weltbild. Nach aristotelischen »physikalischen« Vorstellungen gibt es eine kosmologische Hierarchie von Bewegungen von außen nach innen. Die Fixsternsphäre wird von einem »unbewegten Bewegern« bewegt, sie rotiert einmal in 24 Stunden von Ost nach West. Innerhalb der Fixsternsphäre liegen konzentrisch die Sphären der Planeten, dicht gepackt, so dass die äußerste Sphäre die nächst innere (die des Saturn) mitnimmt, aber nicht ohne Verlust: Ein wenig bleibt die Saturnsphäre hinter der Fixsternsphäre zurück. Der Saturn bewegt sich (in der Regel) im Laufe der Zeit langsam von West nach Ost, so dass seine Ost-West-Bewegung etwas langsamer wird als die der Fixsterne. Analog drehen sich die Sphären der anderen Planeten jeweils etwas langsamer von Ost nach West als der nächstäußere Planet, bis hinunter zum Mond, der Nacht für Nacht, zu derselben Zeit, ein ganzes Stück weiter östlich steht. – Es gibt also eine klare Bewegungs-Kausalität von außen nach innen.

Bisher habe ich einen Umstand nicht betont, der für das Umdenken bei Kepler besonders wichtig werden sollte: In antiker Sicht bewegen sich die Planeten nicht selbst, sondern nur die Sphären, an denen sie haften. Die Sphären sind »kristallin«, das heißt durchsichtig und für uns nicht sichtbar.

Die Sonne ist für die antiken Denker, fast einheitlich, einfach ein Planet unter anderen. Natürlich sieht dieser Planet ganz anders aus als die anderen, und es gab immer wieder Autoren, die der Sonne einen besonderen Rang zusprachen, zum Beispiel den, sich »in der Mitte« der Planeten zu bewegen, nämlich zwischen einerseits den äußeren Planeten Saturn, Jupiter und Mars und andererseits den inneren Planeten Venus, Merkur und Mond.

Die aristotelische Kosmologie war in sich so stimmig, dass konkurrierende Vorstellungen kaum eine Chance hatten.<sup>7</sup> Es wurden jedoch einige Alternativen tradiert, zum Beispiel Aristarchs heliozentrische Theorie, an die erst Kopernikus' Theorie wieder anknüpfte.

<sup>7</sup> Dies hat Thomas Kuhn schon 1957 in *The Copernican Revolution* eindrucksvoll belegt.

Die Astronomie des Ptolemäus und die damit verbundenen aristotelischen Vorstellungen des Weltbaus verblassten im Westen mit dem Ende des römischen Reiches im 5. Jahrhundert; der wissenschaftliche Kontakt mit dem oströmischen Reich, das noch etwa weitere tausend Jahre Bestand hatte, war nur sehr spärlich. In Westeuropa »vergaß« man größtenteils die antiken Errungenschaften. Es gab nur einige Klöster, die einen kleinen Teil des antiken Erbes tradierten, große Teile gingen jedoch zunächst verloren und wurden erst viel später auf dem Umweg über den Islam wieder bekannt.

Im islamischen Reich (ab dem 7. Jahrhundert) entwickelte sich schnell eine lebendige Kultur, die sich auch die großen Leistungen der Antike aneignete und kommentierte. Zum Beispiel gab es von Ptolemäus' astronomischem Hauptwerk, dem *Almagest*, eine arabische Übersetzung<sup>8</sup>, die gründlich studiert und verbreitet wurde. Im Toledo des 12. Jahrhunderts, im damals gerade rechristianisierten Teil Spaniens, entstand ein Kontakt mit der inzwischen langsam wieder erwachenden westlichen Kultur und eine Übersetzung des *Almagest* ins Lateinische von Gerhard von Cremona. Latein war die Sprache des Klerus und damit einer noch spärlichen neuen wissenschaftlichen Kultur in den Klöstern. Diese Sprache war damals eine »lingua franca«, vergleichbar dem Englischen in der heutigen wissenschaftlichen Welt. Jeder Gelehrte verstand sie, jeder Schüler musste sie lernen. Latein und die kirchliche Organisation waren also das großen Teilen Europas gemeinsame Band. Man kann das für die in Westeuropa allmählich einsetzende kulturelle Entwicklung kaum überschätzen. Das gilt insbesondere für die seit dem 13. Jahrhundert in vielen Ländern Europas gegründeten Universitäten. Diese hatten – aus heutiger Sicht überraschend – einen gemeinsamen Lehrplan. Das erleichterte den Wechsel von Dozenten und Studenten von einer Universität zu einer anderen. Alle Studenten hatten zunächst die so genannten freien Künste zu studieren, darunter auch Mathematik, inklusive Astronomie. (Die Mathematik war zu der Zeit freilich noch sehr elementar.) Erst danach konnten sie eine der drei Fakultäten wählen: Theologie, Medizin oder Jurisprudenz. Diese Disziplinen waren allesamt von alten, kanonisierten Schriften geprägt.

<sup>8</sup> Von dieser wurde später der geläufige Titel »Almagest« abgeleitet.

In den 200 bis 300 Jahren vor Kopernikus finden wir eine langsame Entwicklung westlicher Wissenschaft zu mehr Eigenständigkeit, die ich hier nur sehr kurz skizziere. Schon 1230 schrieb Johannes von Sacrobosco<sup>9</sup> seine noch lange wirksame Schrift *Sphaera*, in der er Theorien des Ptolemäus und arabischer Autoren zusammenstellte. Im 14. Jahrhundert lehrten in Paris sehr selbstständige Denker wie Buridan und sein Schüler Oresme; sie verstanden es, Alternativmodelle zu Ptolemäus, darunter auch solche mit einer Erdbewegung, jedenfalls zu erwägen und in ihren Konsequenzen zu erörtern. Im 15. Jahrhundert wurde der Buchdruck erfunden und trug erheblich zur Verbreitung auch wissenschaftlicher Literatur bei. Das Werk *Theoricae novae planetarum* des in Wien lehrenden Georg Peuerbach, ein sehr geschätztes neueres Lehrbuch, konnte so bereits im Druck erscheinen (1473).

Mitte des 15. Jahrhunderts ging das oströmische Reich mit dem Fall Konstantinopels zugrunde, begleitet von einer gewissen Drift von Forschern und wichtigen Werken nach Westen, vor allem Italien, unterstützt durch den einflussreichen Kardinal Cusanus. Dadurch fanden einige Dialoge Platons im Westen wieder Verbreitung und sorgten für ein Gegengewicht zur vorherrschenden aristotelischen Philosophie, vor allem in einigen norditalienischen Universitäten, in Wien und in Krakau.

1492 wurde bekanntlich Amerika »entdeckt«, was zwar zunächst keine großen Auswirkungen auf die Wissenschaft hatte, aber eine beachtliche Rolle für das europäische Selbstwertgefühl spielte. Daselbe Jahr sah auch die Publikation der (nach einem spanischen König benannten) *Alphonsinischen Tafeln* der Gestirnsbewegungen.

In diese Zeit hinein wurde in Thorn Kopernikus geboren (1473).<sup>10</sup> Er lebte hauptsächlich im Ermland, einem nordöstlichen Grenzland des kirchlichen Reiches, zwischen einerseits Gebieten des Deut-

<sup>9</sup> Latinisierung des englischen Namens »Holywood«.

<sup>10</sup> Neuerdings liegt mit Robert Westmans Studie *The Copernican Question. Prognostication, Skepticism, and Celestial Order* (2011) eine detaillierte Auseinandersetzung mit Kopernikus' ursprünglichem Anliegen und dessen Auswirkungen im 16. Jahrhundert vor. Westman vertritt die These, dass Kopernikus von Problemen ausging, vor die sich die Astrologen durch die scharfe Kritik in Pico della Mirandolas *Disputationes* von 1496 gestellt sahen; dabei spielte die in der herkömmlichen Astronomie zweifelhafte Anordnung von

schen Ordens und Preußens, andererseits dem Königreich Polen. Er stammte aus einer wohlhabenden Familie, aus der etliche Mitglieder hohe Ämter in der Kirche innehatten. Dazu zählte der Bischof von Ermland, sein Onkel, der ihn schon früh mit kirchlichen Pfründen versorgte und Einfluss auf seine Karriere nahm. 1491 ging Kopernikus an die angesehene Universität Krakau, die bestimmt war von einer humanistischen Tradition und an der er auch gut in Mathematik und Astronomie eingeführt wurde. 1495 wurde er zum Kanonikus und Domherrn ernannt, aber sehr schnell beurlaubt, um ab 1496 in Norditalien seine eigentlichen Studien aufzunehmen.

In Bologna und Padua studierte Kopernikus Jura (Kirchenrecht), Medizin und auch weiter Astronomie. Es liegen fast keine Quellen vor, welche Gegenstände ihn besonders fesselten. Man kann nur annehmen, dass die dort diskutierte neuere und leicht anti-aristotelische Philosophie des Buridan dazu gehörte. Auch kennen wir Kopernikus' Handexemplar des Peuerbachschen Werkes. 1503 wurde Kopernikus in Ferrara zum Doktor des kanonischen (Kirchen-) Rechts promoviert und ging danach zurück ins Ermland.

Es war nun keineswegs so, dass Kopernikus im Ermland vor allem an seinem astronomischen Werk arbeitete. Man weiß zwar, dass er schon in den frühen Jahren des 16. Jahrhunderts einen Entwurf dafür schrieb, aber zunächst einmal war er damit beschäftigt, seinen bischöflichen Onkel als Arzt zu versorgen. Auch der Kirchendienst erforderte allerhand Tätigkeiten. Insgesamt wissen wir wenig, wann und wie er sein astronomisches Werk zustande brachte. Lediglich der *Commentariolus* genannte Entwurf von etwa 1510 ist bekannt. Kopernikus hatte ihn handschriftlich an einige Freunde und Gelehrte geschickt und so eine gewisse Bekanntschaft seiner Ideen erzeugt. Im *Commentariolus* ist ausgedrückt, dass die Erde sich doppelt bewegt, nämlich einmal um die eigene Achse rotiert und so den Eindruck erweckt, der gesamte Himmel drehe sich täglich um die Erde, und zum anderen einen jährlichen Umlauf um die Sonne vollführt. Auch nahm Kopernikus bereits die Himmelskugel – oder die Entfernung der Fixsterne – als wesentlich größer an als seine ptolemäischen Vorgänger. Die Be-

Merkur und Venus eine wichtige Rolle. – Für eine etwas ältere Studie zu Kopernikus siehe Martin Carrier, *Nikolaus Kopernikus*, München: Beck 2001.

gründung dafür ist überzeugend, aber schwierig einzusehen. Es handelt sich bei Kopernikus' sehr viel größeren Dimensionen des Kosmos also nicht um eine Ad-hoc-Annahme, um das Fehlen einer Parallaxe zu erklären, die sich bei einem Umlauf der Erde um die Sonne eigentlich ergeben müsste (Abb. 1.5): Von verschiedenen Punkten der Erdumlaufbahn aus erscheint derselbe Fixstern in verschiedenen, um den Winkel  $j$  differierenden Richtungen.

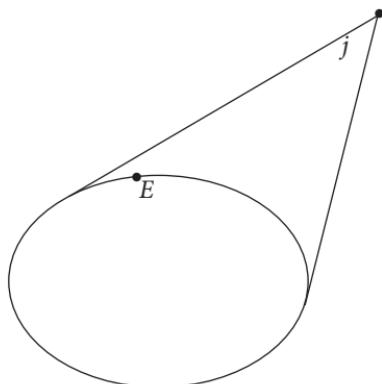


Abb. 1.5: *Parallaxe*

Tatsächlich sind die Fixsterne noch viel weiter entfernt von unserem Planetensystem, als Kopernikus annahm. Entsprechend ist die Parallaxe sehr klein und konnte erst 1837 mit sehr viel feineren Beobachtungsverfahren festgestellt werden.

Der Commentariolus wurde wohlwollend aufgenommen. Das zeigt sich zum Beispiel daran, dass Kopernikus gebeten wurde, bei der Kalenderreform mitzuwirken, die damals von der Kirche angestrebt wurde. Die Kalenderreform sollte auf dem Konzil 1512–1517 beschlossen werden. Kopernikus aber gab zu bedenken, dass die damals vorliegenden Daten noch nicht genau genug seien. Tatsächlich wurde eine Kalenderreform erst 1582 verabschiedet, also lange nach Kopernikus' Tod.<sup>11</sup>

<sup>11</sup> In der Kalenderreform wurde unter anderem beschlossen, 10 Tage ausfallen zu lassen, weil sich die bis dahin angenommene Länge des Jahres als zu groß herausgestellt hatte. In den darauffolgenden Jahrzehnten sieht man oft zwei Daten für ein Ereignis angegeben, eines nach dem älteren Kalender, das

Kopernikus' Hauptwerk, *De revolutionibus orbium coelestium*<sup>12</sup>, wurde erst 1543, im Jahr seines Todes, publiziert. Wann er es geschrieben hat, wissen wir nicht genau. Jedenfalls muss das Grundgerüst lange vor Erscheinen des Werks bestanden haben. Die Kunde, dass Kopernikus eine ungewöhnliche Astronomie entworfen habe, hatte schon vor dem Erscheinen von *De revolutionibus* etliche Gelehrte erreicht, darunter Joachim *Rheticus*, einen Schüler Melanchthons und jungen Mathematiker an der soeben erst gegründeten Universität Wittenberg. Wittenberg war Ausgangspunkt der lutherischen Reformation (1517) gewesen, die sich schnell verbreitete und sich bald in vielen Ländern Mittel- und Nordeuropas durchsetzte. Schon vor Luther hatte es Reformbewegungen an mehreren Orten gegeben, aber erst Luthers Reformation hatte einen nachhaltigen Einfluss.

Kopernikus' Ermland blieb katholisch, vor allem wohl wegen seiner Verbundenheit mit dem katholischen Polen. Ein Austausch zwischen katholischen und protestantischen Ländern war noch möglich, und *Rheticus*, der sich von Kopernikus' Weltsicht sehr angezogen fühlte, machte sich auf den Weg ins Ermland, um von Kopernikus selbst Näheres zu erfahren. *Rheticus* blieb eine längere Zeit dort und setzte viel daran, Kopernikus zur Publikation seines Werkes zu bewegen. Der war aber sehr zögerlich, und es kam 1539 zunächst nur zur Veröffentlichung einer *Narratio prima* unter *Rheticus'* Namen, gleichsam als Testballon. Schließlich aber konnte *Rheticus* Kopernikus überzeugen und bekam den Auftrag, Kopernikus' Werk drucken zu lassen. Die Drucklegung erfolgte in Nürnberg in einer für wissenschaftliche Publikationen anerkannten Druckerei. Das Drucken eines Werkes wie das des Kopernikus war damals noch besonders aufwändig und erforderte die Aufsicht

andere nach dem neuen. – Eine ganz hübsche Darstellung der praktischen Folgen der Kalenderreform hat Abner Shimony 1998 mit seinem *Tibaldo and the Hole in the calendar* vorgelegt, deutsch unter dem Titel *Der Kampf um den verlorenen Tag: Eine Geschichte aus der Renaissance*, Basel: Birkhäuser 1998.

<sup>12</sup> Den Ausdruck *orbis*, verwandt dem englischen ›orbit‹, verwendet Kopernikus sowohl für die Kreisbahn eines Planeten als auch für die Kugelschale, die den Planeten trägt. – Die *revolutiones* haben nichts mit Revolutionen zu tun, sondern sind einfach als Umläufe zu verstehen.

## 8. Das Hauptwerk: *Harmonice Mundi* (1619)

Ich gehe zunächst auf Vorstellungen ein, die vor Kepler über die Harmonie der Welt gepflegt wurden (8.0).<sup>128</sup> Sodann, in 8.1, diskutiere ich Keplers geometrische Grundlegung von Harmonien in seinen Büchern I und II, deren zentraler Begriff der »Kongruenz« in 8.2 für zwei- und dreidimensionale Objekte aufgefächert wird, was bei der Musik (Keplers Buch III, hier 8.3) bzw. Astrologie (Keplers Buch IV, hier 8.4) zum Tragen kommt. Die kosmologischen Harmonien etabliert Kepler im V. Buch, dem wir ab 8.5 nachgehen; für die feinere Gliederung vgl. das Ende von 8.5.

8.0 Schon bei den *Pythagoräern*, so berichtet uns Aristoteles, gab es die Vorstellung einer Weltharmonik: Die die Planeten tragenden Sphären machten durch Reibung Geräusche, die allerdings unhörbar seien, weil wir von Geburt an daran gewöhnt seien. Aristoteles dagegen, ganz »aufklärerisch«: Sie seien in der Tat unhörbar, aber nur, weil sie nicht existierten.

Wie wir schon im vorigen Kapitel gesehen haben, nimmt Platon im *Timaios* die mathematische Begründung der Harmonien bei den Pythagoräern auf und differenziert sie. Ebenfalls im *Timaios*<sup>129</sup>, in Abschnitten, auf die ich bisher nicht eingegangen bin, beschreibt Platon den kosmologischen Prozess so: Ein in den harmonischen Proportionen geteilter Streifen wird längs geteilt, und die entstehenden beiden Streifen werden kreuzweise übereinander gelegt und deren freie Enden zu kreisförmigen Bändern verbunden. Diese drehen sich gegensinnig, und zwar das äußere, dem Himmelsäquator entsprechend, »rechts herum«, d. h. westwärts. Das innere Band entspricht der Ekliptik und ist in kreisförmige Bänder unterteilt, die sich verschieden schnell drehen, nach den aus 2 und 3 gebilde-

<sup>128</sup> Vgl. Bruce Stephenson 1994, ch. 2, und für einen Überblick mein Kap. 7.

<sup>129</sup> *Timaios* 35a – 38d.

ten Proportionen. Die einzelnen Bänder entsprechen den Planeten, wobei die der Sonne, der Venus und dem Merkur entsprechenden Bänder sich gleich schnell drehen, die dem Mond, dem Mars, dem Jupiter und dem Saturn entsprechenden Bänder unterschiedlich schnell.

Historisch ist anzumerken: Es wurde angenommen, dass weiter innen positionierte Planeten schneller umlaufen als weiter außen befindliche. Allerdings haben Merkur und Venus im geozentrischen Weltbild im Schnitt dieselbe Umlaufzeit wie die Sonne, sind also durch gleichschnelle Bänder repräsentiert. Entsprechend konnte nicht zweifelsfrei entschieden werden, welcher dieser beiden Planeten dem Zentrum näher ist. Diese Frage findet erst bei Kopernikus eine befriedigende Lösung: Merkur ist der Sonne am nächsten.

Durch die Zuschreibung harmonischer Zahlen (Platons 2er- und 3er-Potenzen) werden den Planetenpaaren Intervalle gemäß der Abb. 8.1 zugeschrieben.

Maße zur Erde:

|         |    |   |                  |
|---------|----|---|------------------|
| Mond    | 1  | } | Oktav            |
| Sonne   | 2  |   | Quint            |
| Venus   | 3  | } | Quart            |
| Merkur  | 4  |   | Oktav            |
| Mars    | 8  | } | Grenzton         |
| Jupiter | 9  |   | Oktav plus Quint |
| Saturn  | 27 |   |                  |

Abb. 8.1

In der hellenistischen Zeit verschiebt sich die Begründung der Harmonien. Hatten die Pythagoräer die Harmonien noch auf Zahlen reduziert, so sieht Aristoxenos im 4. Jahrhundert v. u. Z. Töne oder

Noten als das Primäre an. Plinius im 1. Jahrhundert u.Z. gibt als den Pythagoräern zugeschriebene Tonfolge der Planeten die Werte der Abb. 8.2 an:

| Planeten: |   | entsprechend: |
|-----------|---|---------------|
| Erde      | { | c             |
| Mond      | { | d             |
| Merkur    | { | es            |
| Venus     | { | e             |
| Sonne     | { | g             |
| Mars      | { | a             |
| Jupiter   | { | b             |
| Saturn    | { | h             |
| Zodiac    | { | d             |

Abb 8.2

Ein Irrtum wird von Censorius (238) korrigiert: Der Zodiac ist nur einen halben Ton über Saturn gelegen.

Soweit zur Zuordnung von Intervallen zu den Planetenabständen, nun zur Zuordnung einer *Skala* von Tonwerten. Eine solche Zuordnung ist in der Tradition weniger ausgeprägt. Dabei wird die Sonne zunächst, wie im *Timaios*, gleich über dem Mond angeordnet, später, ab Nicomachus (2. Jahrhundert) »in der Mitte«. Boethius (ca. 480–524) wurde besonders wichtig für die Musiktheorie des Mittelalters. Seine Einteilung der Musik in *musica mundana*, *humana* und *instrumentalis* hielt sich bis ins 16. Jahrhundert. Die *musica mundana* wurde allerdings in der Renaissance, schon ab dem 15. Jahrhundert, auch kritisch gesehen. Eine bedeutende Entwicklung der Musiktheorie finden wir bei Gioseffo Zarlino (1517–

1590), besonders in seinen »Le istitutioni harmonice« (1558, in ital. Sprache). Zarlino behandelt alle drei der von Boethius genannten Sparten der Musik. Anders als viele Vorgänger bezieht er Terzen und Sexten mit ein und geht bei deren mathematischer Charakterisierung über die Zahlen 1 bis 4 hinaus, wie wir im vorigen Kapitel gesehen haben. Zarlino steht für die »moderne Musik«, auf die Kepler sich bezieht. Auch Vincenzo Galilei (gest. 1591), der Vater Galileos, war ein geachteter Musiktheoretiker des ausgehenden 16. Jahrhunderts. In seinem »Dialogo della musica antica e della moderna« (1581) verteidigt er die alte Musik gegen Zarlino. Und er löst die »eigentliche Musik« aus Boethius' umfassenderem Konzept von Musik.

**8.1** Wir sind damit in Keplers Zeit angelangt. Schon gegen Ende des 16. Jahrhunderts trug er sich mit dem Gedanken, eine Weltharmonik zu schreiben. Was er dann schließlich 1619 vorlegt, stimmt in Grundgedanken noch mit seinen früheren Plänen überein, geht aber weit über diese hinaus. Die ersten beiden der fünf Bücher der *Harmonice Mundi* (im folgenden *HM*) enthalten die mathematischen Grundlagen seiner Harmonietheorie, die drei weiteren deren Anwendung auf Musik (im üblichen »irdischen« Sinn), auf Astrologie und auf Kosmologie. Ich beginne mit den mathematischen Grundlagen.

Eine für Kepler sehr zentrale Besonderheit seiner Harmonietheorie ist deren *geometrische* Grundlegung. Zwar drückten sich Harmonien mathematisch in Zahlenverhältnissen aus, aber es sind letzten Endes bestimmte Eigenschaften geometrischer Figuren, die die Harmonik begründen. Kepler war also keineswegs ein Zahlenmystiker, wie ihm oft unterstellt wird. Die Priorität liegt eindeutig bei der Geometrie, und Kepler weiß das auch theologisch zu begründen.

In Zahlen ausgedrückte Harmonien werden gerne auf einer Zahlengeraden dargestellt, also linear veranschaulicht. Kepler benutzt stattdessen einen Kreis und betrachtet die Verhältnisse, in denen der Umfang des Kreises durch gewisse Punkte geteilt wird, z. B. durch ein dem Kreis einbeschriebenes gleichseitiges Dreieck (Abb. 8.3).

Eine Dreiecksseite markiert ein Drittel des Umfangs und insfern das Verhältnis 1:3 oder auch 2:3. Von der Mitte aus gesehen erscheint eine Dreieckseite unter dem Winkel  $120^\circ$ . Wenn wir zwei

Gestirne unter diesem Winkel sehen, sagen wir auch, sie stehen im *Trigon*, und meinen damit, dass diese Stellung eben das ausdrückt, was wir uns vorgestellt haben: Die beiden Gestirne bilden die Seite eines gleichseitigen Dreiecks in einem »Himmelskreis«. Die Astrologen verbinden mit einer solchen Stellung eine gewisse Wirksamkeit.

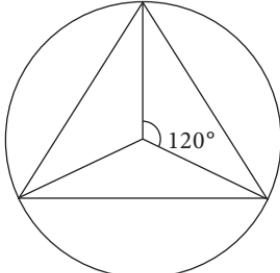


Abb. 8.3

Die Methode, regelmäßige Polygone in einen Kreis einzuschreiben, hilft allerdings noch nicht viel weiter, da wir sie im Prinzip immer weiter treiben können: Wir können auch Quadrate, regelmäßige Fünfecke, Sechsecke usw. einbeschreiben und erhalten so beliebig viele Zahlenverhältnisse auf dem Kreisumfang. Was wir benötigen, ist ein plausibles Kriterium für die Auswahl *endlich* vieler Polygone. Kepler verwendet als Richtschnur zunächst die *Konstruierbarkeit* der Polygone (»mit Zirkel und Lineal«). Habe ich nur den Kreis mit seinem Mittelpunkt, so kann ich von einem Punkt der Peripherie einen Kreis mit dem Radius des Ausgangskreises zeichnen, der die Peripherie in zwei weiteren Punkten trifft. Von den beiden neuen Punkten aus führt dieselbe Konstruktion zu noch zwei weiteren, also insgesamt fünf Punkten. Nehme ich noch den Punkt direkt gegenüber dem Ausgangspunkt dazu, so habe ich auf dem Umfang sechs äquidistante Punkte, also ein regelmäßiges Sechseck. Ein reguläres Dreieck erhalte ich dann, wenn ich jeden zweiten Eckpunkt auslasse und die anderen verbinde. Wir haben so mit einfachen Mitteln die Konstruierbarkeit des regulären Dreiecks gezeigt, und zwar über die des regulären Sechsecks. Kepler sagt auch, das Sechseck sei direkter konstruierbar als das Dreieck.

Das reguläre Dreieck – ich spreche im Folgenden nur von regulären Polygone und lasse das Adjektiv einfach weg – ist also kons-

truierbar, oder »wissbar«, wie Caspar »scibilis« übersetzt.<sup>130</sup> Ebenso ist das Viereck (Quadrat) konstruierbar (einfach über seine Diagonale). Die Eigenschaft, konstruierbar zu sein, ist für Kepler zentral. Da zu einem konstruierbaren  $n$ -Eck auch das  $2n$ -Eck, das  $4n$ -Eck usw. konstruierbar sind, zeichnet die Konstruierbarkeit noch nicht endlich viele Polygone aus. Aber gibt es jedenfalls nur endlich viele konstruierbare Primzahl-Ecke? Kepler glaubte das. Auch das Fünfeck ist konstruierbar; die Konstruktion ist aufwendiger, wurde aber schon von Euklid gefunden. Primzahl-Ecke mit höherer Eckenzahl schienen nicht konstruierbar zu sein. So galt z. B. das Siebeneck als nicht konstruierbar. Zwar gelang es Kepler nicht, dessen Nichtkonstruierbarkeit zu zeigen, aber sie folgt aus einem allgemeinen mathematischen Theorem, das Gauß gegen Ende des 18. Jahrhunderts bewies.<sup>131</sup> Das Siebeneck erweist sich nach Gauß also als nicht konstruierbar, wohl aber das 17-Eck. Das wusste Kepler nicht, hätte ihn aber sehr interessieren müssen, denn er betrachtet durchaus Polygone mit so hoher Eckenzahl. Kepler meinte also, das Pentagon wäre das konstruierbare Primzahlen-Polygon mit der höchsten Eckenzahl.

**8.2** Im II. Buch der *HM* entwickelt Kepler ein weiteres Kriterium zur Beurteilung von Polygonen, nämlich: wann Polygone »kongruent« sind. Damit meint er, dass sie sich nahtlos aneinanderfügen und so die Ebene ausfüllen (sog. *Tesselationen*) oder aber, bei räumlichem Aneinanderfügen, die Oberfläche eines Polyeders bilden. Besonders ausgezeichnet sind jene Polygone, die das mit ihresgleichen zu leisten vermögen. So sind z. B. Dreiecke für Tesselationen geeignet: Lasse ich sechs von ihnen in einem Punkt zusammen treten (Abb. 8.4), so bilden sie ein Sechseck, und solche Sechsecke pflastern die Ebene.

Nehme ich fünf, vier oder drei Dreiecke, so formen sie einen Teil der Oberfläche eines Ikosaeders, eines Oktaeders bzw. eines Tetraeders. Das Dreieck ist also höchst »kongruent«. Auch das Vierseck (Quadrat) ist kongruent: Vier davon ergänzen sich zu einem

<sup>130</sup> *HM* dt. S. 20.

<sup>131</sup> [Dem Theorem von Gauß zufolge ist auch das 257-Eck konstruierbar, und das nächste konstruierbare Primzahleck hat schon 65537 Ecken.]

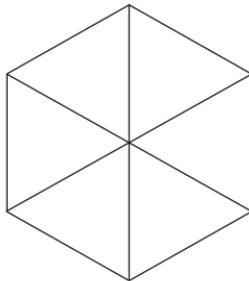


Abb. 8.4

Stück der Ebene und drei bilden die Ecke eines Würfels. Mit Fünfecken kann ich keine Ebene pflastern, wenn ich aber drei davon zusammenfüge, entsteht die Ecke eines Dodekaeders. Damit sind alle Möglichkeiten, mit jeweils *einer* Sorte von Polygonen auszukommen, erschöpft, wie man leicht einsieht. Zugleich ist damit implizit die Idee des Beweises angedeutet, dass es nicht mehr als die fünf regulären Polyeder gibt.<sup>132</sup>

Auffällig ist, dass Kepler die ebenen Tesselationen und das räumliche Zusammensetzen von Polygonen zu Polyedern unter dem einen Begriff der *Kongruenz* zusammenfasst. Wir sind wohl eher geneigt, Polyeder als *Körper* aufzufassen und, wenn wir einen aus kleineren Stücken zusammensetzen wollen, eher an räumliche Teile, an »Bauklötz« zu denken. Das kommt bei Kepler zwar auch vor, aber bei der Konstruktion der Polyeder geht er von der Oberfläche aus.<sup>133</sup>

Warum legt Kepler Wert auf die Analyse *zweier* Eigenschaften von Polygonen, Konstruierbarkeit und Kongruenz? Der Grund ist der, dass er im Laufe der Zeit hat einsehen müssen, dass die Harmonien in den drei Bereichen Musik, Astrologie und Kosmologie sich nicht unter ein und demselben geometrischen Begriff behandeln lassen. Vgl. dazu die Ausführungen zu den Büchern III–V. Das System der *HM* verzweigt sich also in den Anwendungsfeldern.

<sup>132</sup> Vgl. Buch XIII der *Elemente* des Euklid.

<sup>133</sup> Kepler betrachtet auch »Kongruenzen« von Vielecken *verschiedener* Art miteinander. Auf diese Weise zeigt sich z. B. auch das Fünfeck als in der Ebene »kongruent«.

**8.3** Bei der Anwendung auf die *Musik* (Buch III der HM) gelingt es Kepler, das harmonische System Zarlinos, das er sich zu eigen macht (vgl. Kap. 7), mithilfe seines Begriffs der Konstruierbarkeit zu begründen. Damit ist ihm eine *geometrische* Fundierung gelungen, während sonst anscheinend nur numerologische Grundlagen vorgeschlagen wurden. Ich will auf diesen musiktheoretischen Teil hier nicht weiter eingehen, aber hier schon einmal den entscheidenden Schritt ankündigen: Das System der musikalischen Harmonien wird sich als deckungsgleich mit dem System der kosmologischen Harmonien erweisen.

**8.4** Das *Buch IV* der HM begründet die *Astrologie*. Ursprünglich hatte Kepler damit gerechnet, dass die Astrologie dieselben Harmonien aufweist wie die Musik und die Kosmologie. Dann hat er aber erfahren müssen, dass das System der astrologisch wirksamen *Aspekte*, d. h. der Winkel, den die Sehstrahlen zweier Planeten von der Erde aus miteinander bilden, anderen Gesetzen gehorcht als denen, die der Musik und der Kosmologie zugrunde liegen. Lange Zeit hindurch war er davon ausgegangen, dass er mit einer einheitlichen Harmonik auskommt.<sup>134</sup> Seine über Jahrzehnte durchgeführten Wetterbeobachtungen zeigten ihm jedoch, dass die wirksamen Aspekte sich in anderen Zahlen ausdrücken als die Harmonien der Musik und der Kosmologie. Das hat ihn veranlasst, den unabhängigen Weg geometrischer Grundlegung einzuschlagen, den er in Buch II der HM vorträgt und der jetzt bei der Astrologie zum Tragen kommt.

Abb. 8.5 aus HM<sup>135</sup> zeigt sehr schön, wie kongruente Vielecke mit den wirksamen Aspekten, dargestellt jeweils durch kleine Sternchen, zusammenhängen.

**8.5** Das V. Buch der HM trägt den Titel »*Die vollkommenste Harmonie in den himmlischen Bewegungen und die daher rührende Entstehung der Exzentrizitäten, Bahnhalbmesser und Umlaufszeiten*«.<sup>136</sup> Kepler

<sup>134</sup> Außerdem gibt es für den späteren Kepler den fundamentalen Unterschied, dass die kosmologischen Harmonien von der Sonne aus »gesehen« werden, nicht wie die der Astrologie von der Erde aus; vgl. dazu später.

<sup>135</sup> HM dt. S. 233, obere Hälfte von Keplers Abbildung.

<sup>136</sup> HM, dt. S. 277, engl. p. 387.

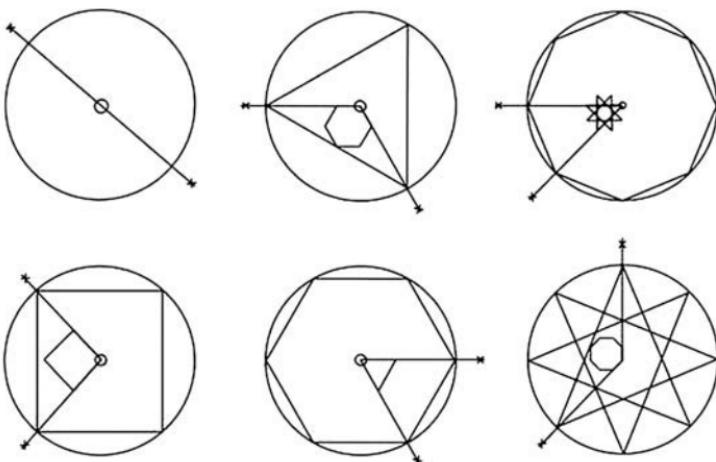


Abb. 8.5

will also zeigen, wie die wichtigsten Bestimmungstücke seiner Astronomie in der umfassenden Harmonie der Welt gründen. Das Buch beginnt mit einer Vorrede, die ich hier stark gekürzt wiedergebe:

»Was ich vor 25 Jahren vorausgeahnt habe, ehe ich noch die fünf regulären Körper zwischen den Himmelsbahnen entdeckt hatte [...], was mich veranlaßt hat, den besten Teil meines Lebens astronomischen Studien zu widmen [...], das habe ich mit Gottes Hilfe [...] nach Erledigung meiner astronomischen Aufgabe [...] endlich ans Licht gebracht. In einem höheren Maße als ich je hoffen konnte, habe ich als durchaus wahr und richtig erkannt, daß sich die ganze Welt der Harmonik [...] bei den himmlischen Bewegungen findet, zwar nicht in der Art, wie ich mir vorgestellt hatte [...], sondern in einer ganz anderen, zugleich höchst ausgezeichneten und vollkommenen Weise. [...] Jetzt, nachdem [...] vor ganz wenigen Tagen [...] die volle Sonne einer höchst wunderbaren Schau aufgegangen ist, hält mich nichts zurück. Jawohl, ich überlasse mich heiliger Raserei. [...] Verzeiht ihr mir, so freue ich mich. Zürnt ihr mir, so ertrage ich es. Wohlan ich werfe den Würfel und schreibe ein Buch für die Gegenwart oder die Nachwelt. Mir ist es gleich. Es mag hundert Jahre seines Lesers harren, hat doch auch Gott sechstausend Jahre auf den Beschauer gewartet.«<sup>137</sup>

<sup>137</sup> HM dt. S. 279/280, engl. p. 389–391.

Dieser Beschauer ist er natürlich selbst. Das, was ihn »vor ganz wenigen Tagen« zu »heiliger Raserei« getrieben hat, ist offenbar die Entdeckung des Gesetzes über den Zusammenhang der Umlaufzeiten  $T$  der Planeten mit ihren mittleren Abständen  $r$  von der Sonne, also das später so genannte 3. *Keplersche Gesetz*:  $T^2 \sim \square r^3$ . Nach einem Zusammenhang der Umlaufzeiten und Abstände hatte Kepler viele Jahre gesucht, ohne einen finden zu können. Schon im *Mysterium Cosmographicum* (vgl. hier Kap. 3) setzte er sich die Aufgabe, eine solche Verbindung zu finden. – Wir werden sehen, dass Kepler bei seinen Berechnungen in *HM V* wieder und wieder auf dieses Gesetz zurückgreift. Das wäre kaum zu glauben, wenn er es tatsächlich erst wenige Tage zuvor gefunden hätte. Er datiert die Entdeckung auf den 8. März bzw. 15. Mai 1618, also knapp vor der Vollendung seines Werkes am 17./27. Mai 1618, wie er am Ende des V. Buches angibt. Dort vermerkt er aber auch, dass er das V. Buch während des Druckes »bis zum 9./19. Februar 1619 noch einmal überprüft« habe.<sup>138</sup> Und erst bei dieser Überprüfung kann er die sehr direkte Relevanz des 3. Gesetzes für die Harmonien ausgemacht haben, die er in der schon vorab gedruckten Vorrede<sup>139</sup> erwartet und so überschwänglich gepriesen hat.

Das V. Buch der *HM* entfaltet also die Harmonien des Kosmos in allen Einzelheiten und erweist diese als deckungsgleich mit den musikalischen Harmonien. Dies ist die große und schwierige Leistung dieses abschließenden Buches. Der entscheidende Schritt erfolgt erst in dem sehr differenzierten 9. Kapitel mit der Überschrift »Daß die Exzentrizitäten bei den einzelnen Planeten ihren Ursprung in der Vorsorge für die Harmonien zwischen ihren Bewegungen haben«.<sup>140</sup> Schon in diesem Titel kommt zum Ausdruck, dass die von Kepler herausgearbeiteten Exzentrizitäten der einzelnen Planeten-ellipsen, und damit die Abweichungen von Kreisbahnen, der eigentliche Schlüssel für die Harmonien sind. Außerdem deutet die Überschrift an, dass nicht irgendwelche *räumlichen* Abmessungen, sondern die *Geschwindigkeiten* der Planeten die Harmonien bilden,

<sup>138</sup> *HM* dt. S. 356, engl. p. 498. – Die doppelten Daten sind der Kalenderreform von 1582 geschuldet, die nicht überall akzeptiert wurde.

<sup>139</sup> Vgl. Stephenson 1994, p. 129.

<sup>140</sup> Deutsche Übersetzung von Max Caspar; so auch im Folgenden, wenn nicht anders vermerkt.

und zwar die Winkel-, nicht die Bahngeschwindigkeiten. Dabei ist zu beachten, dass, wie Kepler bereits in der *Astronomia Nova* dargetan hat, sich jeder Planet mit variabler Geschwindigkeit bewegt, nämlich schneller in Sonnennähe und langsamer in Sonnenferne.

Das 9. Kapitel ist das weitaus längste; schon an Keplers Stil wird deutlich, dass er hier ungeheure Mühe gehabt hat. Das hängt offenbar zusammen mit seiner Entdeckung des 3. *Gesetzes*. Es stellte sich heraus, dass das 3. Gesetz eine erhebliche Überarbeitung der letzten Kapitel erforderte und zu langen und äußerst mühsamen Überlegungen führte.

Doch zunächst einige Bemerkungen zu den Vorbereitungsschritten der ersten acht Kapitel, ohne die die Anstrengungen des 9. Kapitels nicht recht zu würdigen sind. Dies geschieht

- in 8.6 für die Kapitel 1–3,
- in 8.7 für Kapitel 4, in dem bestimmt wird, welche Größen harmonieren,
- in 8.8 für die z. T. kurzen Kapitel 5–8 und
- in 8.9 für das sehr lange Kapitel 9.

**8.6** Zu beachten ist, dass Kepler bereits auf der Titelseite des Buches V angibt, dass seine Überlegungen sowohl für das Kopernikanische Weltbild als auch für das des Tycho Brahe gelten. (Rein kinematisch sind die beiden Systeme sowieso gleichwertig.) Dass Kepler seine Gedanken in dieser Parallelität vorträgt, hat seinen Grund vielleicht in der Besorgnis, dass angesichts der inzwischen erfolgten römischen Zensur der »Revolutionen« des Kopernikus die Verbreitung seines eigenen Werkes in Südeuropa sonst Schwierigkeiten hätte.<sup>141</sup>

Im *Kapitel 1* werden nochmal die fünf Platonischen Polyeder vorgestellt, die, so Kepler, »von den Platonikern kosmische Körper genannt worden sind«.<sup>142</sup> Kepler stellt sie in der Reihenfolge vor, in der sie nach seinem Modell zwischen den Planetensphären zu liegen kommen, nämlich von außen nach innen: Würfel, Tetraeder, Dodekaeder, Ikosaeder und Oktaeder.<sup>143</sup> Dabei kommentiert er die Größen-

<sup>141</sup> Vgl. dazu Caspar in einer Bemerkung zu S. 286 (engl. p. 403).

<sup>142</sup> dt. S. 281, engl. p. 395.

<sup>143</sup> Die ersten drei nennt Kepler die primären Polyeder, weil in ihren Ecken nur jeweils drei Kanten zusammenstoßen.

verhältnisse der Polyeder geometrisch, in Zahlenverhältnissen sowie durch Zuordnung von Geschlechtern (wobei sich das Tetraeder als »Zwitter« erweist); diese Deutungen übergehe ich hier. Ebenso überspringe ich seine Bemerkungen im 2. *Kapitel* über die »harmonischen Proportionen«, die sich an den regulären Polyedern ablesen lassen.<sup>144</sup>

*Kapitel 3* ist, als ein didaktisches Manöver für seine heterogene Leserschaft, eine Art Repetitorium der kopernikanischen Astronomie. Zu Beginn unternimmt Kepler den Versuch, die Leser, die Kopernikus ablehnen, bei der Stange zu halten, indem er die kinematische Äquivalenz mit Tychos System darlegt, so dass alle, die an der kopernikanischen Lehre »Anstoß nehmen, wissen, dass die folgenden harmonischen Spekulationen auch für die Hypothesen von Tycho Brahe Geltung haben. Denn dieser Meister hat alles, was die Anordnung der Himmelskörper und die Erklärungen der Bewegungen anlangt, mit Kopernikus gemein, nur dass er die jährliche Erdbewegung des Kopernikus auf das ganze System der Planetenbahnen und auf die Sonne überträgt, die nach der übereinstimmenden Ansicht beider Meister dessen Mitte einnimmt.«<sup>145</sup>

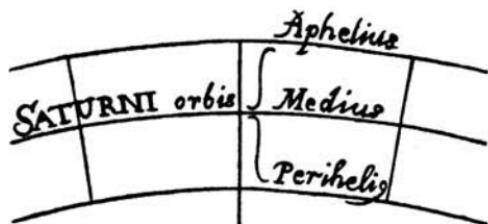
Es folgt eine suggestive Anleitung, sich dessen auf einem Stück Papier zeichnerisch zu vergewissern.<sup>146</sup> Eine Äquivalenz gilt auch für den von Kepler eingeschlagenen Weg, die Harmonien der Planetenbewegungen, wie sie von der Sonne, also seinem Zentralkörper, aus zu sehen sind, auszumachen. Keplers Übertragungshilfen für Anhänger des Tycho Brahe finden sich auch in seiner Skizze der Planetenbahnen, die er seinem Werk beigibt (Abb. 8.6).<sup>147</sup>

<sup>144</sup> Zu Details vgl. Stephenson, a. a.O., p. 131–133.

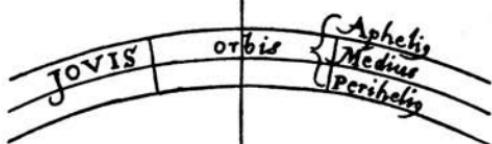
<sup>145</sup> HM dt. S. 286, engl. p. 403.

<sup>146</sup> Keplers didaktische Anstrengung hängt offenbar auch damit zusammen, dass er die Verbreitung seines Werks in katholischen Ländern sicherstellen wollte. Man beachte auch, dass Keplers Besorgnis in Bezug auf die katholische Kirche sich am 10. Mai 1619, als der erste Teil seiner *Epitome* auf den Index gesetzt wurde, als allzu berechtigt herausstellte (vgl. HM engl. p. 403 und n. 32).

<sup>147</sup> HM dt. S. 287. Genau genommen gibt Kepler für fast alle Planeten nur drei Kreise an, deren Radien die größte, mittlere und kleinste Entfernung des Planeten von der Sonne darstellen. Die Bahnen selbst sind in der Regel nicht dargestellt, aber die des Mars ist mit einer punktierten Linie angedeutet: eine leicht exzentrische Bahn um die Sonne.



# CUBUS



# TETRAHEDRON



Abb. 8.6