

KOMPAKT MATHE

MEHR
ERFAHREN



Grundlagen der Mathematik

STARK

Inhalt

Vorwort

Zahlen und Größen	1
1 Zahlensystem	1
<i>Zehnersystem (Dezimalsystem) – Stufenzahlen – Stellenwerttafel</i>	
2 Natürliche Zahlen und ganze Zahlen	2
<i>Zahlenstrahl – Zahlengerade – Vorzeichen – Rechenzeichen – Betrag</i>	
3 Brüche und Dezimalbrüche	3
<i>rationale Zahlen – echter Bruch – unechter Bruch – gemischte Zahl – endlicher Dezimalbruch – periodischer Dezimalbruch</i>	
4 Teiler und Vielfache	5
<i>Teilermenge – Vielfachenmenge – größter gemeinsamer Teiler – kleinstes gemeinsames Vielfaches – Teilbarkeitsregeln</i>	
5 Primzahlen	8
<i>Primzahlen zwischen 1 und 100</i>	
6 Römische Zahlen	9
<i>Hauptzeichen – Nebenzeichen – Additionssystem</i>	
7 Größen	10
<i>Längenmaße – Flächenmaße – Raummaße – Hohlmaße – Gewichtsmaße – Geldwerte – Zeitmaße – Geschwindigkeit</i>	
Grundlagen des Rechnens	15
1 Grundrechenarten	15
<i>Addition – Subtraktion – Multiplikation – Division</i>	
2 Rechenregeln und Rechengesetze	17
<i>Klammerregel – Punkt vor Strich – Kommutativgesetz – Assoziativgesetz – Distributivgesetz</i>	
3 Rechnen mit Brüchen	19
<i>erweitern – kürzen – addieren – subtrahieren – multiplizieren – dividieren</i>	
4 Rechnen mit Dezimalbrüchen	21
<i>addieren – subtrahieren – multiplizieren – dividieren – Multiplikation und Division mit Stufenzahlen</i>	

Fortsetzung siehe nächste Seite

5	Rechnen mit ganzen Zahlen <i>addieren – subtrahieren – multiplizieren – dividieren</i>	23
6	Rundungsregeln und Überschlagsrechnung <i>aufrunden – abrunden – Ergebnisse überschlagen</i>	25
7	Potenzen und Wurzeln <i>Quadratzahlen – Potenzen – Zehnerpotenzen – Quadratwurzel – Kubikwurzel</i>	26
8	Terme und Gleichungen <i>Termumformungen – Äquivalenzumformungen – Lösungsplan für Sachaufgaben</i>	29

Funktionaler Zusammenhang 33

1	Zuordnungen <i>Pfeilbild – Wertetabelle – Koordinatensystem</i>	33
2	Funktionsbegriff <i>Funktionsgleichung – Funktionswert</i>	34
3	Lineare Funktionen <i>Steigung – Steigungsdreieck – y-Achsenabschnitt – Schnittpunkte</i>	35
4	Proportionale Zuordnungen <i>direktes Verhältnis – Proportionalitätsfaktor – Quotientengleichheit</i>	37
5	Antiproportionale Zuordnungen <i>indirektes Verhältnis – Produktgleichheit</i>	38
6	Dreisatzverfahren <i>Dreisatz – Schlussrechnung</i>	39
7	Quadratische Funktionen <i>Normalparabel – Verschiebung – Streckung – Stauchung</i>	40

Prozent- und Zinsrechnung 43

1	Prozentbegriff <i>Prozentsatz – Hundertstel</i>	43
2	Prozentrechnung <i>Grundwert – Prozentwert – Prozentsatz – Formel – Dreisatz – Faktor</i>	43
3	Vermehrter und verminderter Grundwert <i>Preiserhöhung – Rabatt – Skonto</i>	45
4	Zinsrechnung <i>Kapital – Zinssatz – Zeitfaktor – Jahres-, Monats-, Tageszinsen</i>	46

5	Darstellung von Prozentsätzen durch Diagramme	48
	<i>Kreisdiagramm – Säulendiagramm – Streifendiagramm</i>	
6	Promille	48
	<i>Tausendstel</i>	
 Ebene Geometrie		49
1	Grundbegriffe	49
	<i>Strecke – Halbgerade – Gerade – Parallele – Senkrechte</i>	
2	Winkel	50
	<i>spitzer Winkel – rechter Winkel – stumpfer Winkel – gestreckter Winkel – überstumpfer Winkel – Vollwinkel – Nebenwinkel – Scheitelpunkt – Stufenwinkel – Wechselwinkel</i>	
3	Koordinatensystem	52
	<i>Rechtsachse – Hochachse</i>	
4	Mittelsenkrechte, Lot und Winkelhalbierende	53
	<i>Grundkonstruktionen</i>	
5	Symmetrie und Kongruenz	55
	<i>Achsen Spiegelung – Parallelverschiebung – Drehung – Punktspiegelung</i>	
6	Ähnlichkeit und Maßstab	59
	<i>maßstäbliches Vergrößern und Verkleinern</i>	
7	Dreiecke	60
	<i>Flächeninhalt – Umfang – Winkelsumme – allgemeines Dreieck – gleichschenkliges Dreieck – gleichseitiges Dreieck – spitzwinkliges Dreieck – stumpfwinkliges Dreieck – rechtwinkliges Dreieck – Satz des Pythagoras – Winkelfunktionen</i>	
8	Kongruenzsätze und Dreieckskonstruktionen	63
	<i>sss – sws – wsw – Ssw</i>	
9	Vierecke	65
	<i>Flächeninhalt – Umfang – Winkelsumme – allgemeines Viereck – Rechteck – Quadrat – Parallelogramm – Raute (Rhombus) – Drachenviereck – Trapez</i>	
10	Kreise	68
	<i>Kreisfläche – Kreisumfang – Kreisbogen – Kreisausschnitt (-sektor) – Kreisring – Radius – Durchmesser – Sehne – Sekante – Tangente – Passante</i>	
11	Regelmäßige Vielecke	70
	<i>n-Eck – Bestimmungsdreieck – Umkreis – Flächeninhalt – Umfang</i>	

Fortsetzung siehe nächste Seite

Räumliche Geometrie	73
1 Prisma	73
<i>Volumen – Mantelfläche – Oberfläche – gerades Prisma – Würfel – Quader</i>	
2 Kreiszylinder	76
<i>Volumen – Mantelfläche – Oberfläche – gerader Kreiszylinder – Kreisringzylinder (Hohlzylinder)</i>	
3 Pyramide	77
<i>Volumen – Oberfläche – quadratische Pyramide</i>	
4 Kreiskegel	79
<i>Volumen</i>	
5 Kugel	80
<i>Volumen – Oberfläche</i>	
6 Masse eines Körpers	80
<i>Stoffdichte</i>	
7 Darstellung von Körpern	81
<i>Netz – Zweitafelprojektion – Schrägbild</i>	
Daten und Zufall	85
1 Statistische Erhebungen	85
<i>quantitative Merkmale – qualitative Merkmale</i>	
2 Absolute und relative Häufigkeit	85
<i>Häufigkeitsverteilung – Diagramme</i>	
3 Mittelwert	87
<i>arithmetisches Mittel – Durchschnitt</i>	
4 Zentralwert	87
<i>Median</i>	
5 Spannweite	88
<i>Streuung</i>	
6 Modalwert	89
7 Zufallsversuche und Wahrscheinlichkeit	90
<i>Ereignis – Ergebnis – Ergebnismenge</i>	
8 Mehrstufige Zufallsversuche	91
<i>Baumdiagramm – Pfad</i>	
Stichwortverzeichnis	93

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dieses Nachschlagewerk aus der Reihe „Kompakt-Wissen“ ist dein Begleiter im Schulalltag von der **5. bis zur 10. Klasse**.

Es umfasst alle wichtigen Themenbereiche der Mathematik und bietet das für den Hauptschulabschluss notwendige Wissen in komprimierter Form.

- Der gesamte Unterrichtsstoff wird **klar strukturiert** und **verständlich erklärt**.
- Wichtige **Definitionen, Merksätze** und **Formeln** sind kompakt zusammengefasst und hervorgehoben.
- Charakteristische und prägnante **Beispiele** aus der Schulpraxis verdeutlichen die jeweiligen Stoffinhalte.
- Viele **Schaubilder und Grafiken** veranschaulichen den Stoff zusätzlich.
- Das **Stichwortverzeichnis** führt schnell und treffsicher zum jeweiligen Stoffinhalt.

Dieses Buch ist somit ideal geeignet zum schnellen Nachschlagen von Begriffen, zur zeitsparenden Wiederholung und Festigung des Unterrichtsstoffs sowie zur Vorbereitung auf Klassenarbeiten und auf die Abschlussprüfung.

Viel Freude beim Einsatz dieses Buches und viel Erfolg auf deiner gesamten Schullaufbahn!

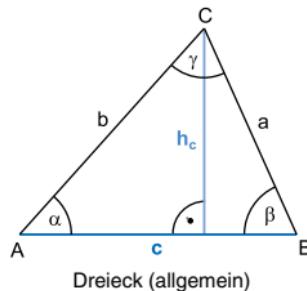
Stark Verlag

7 Dreiecke

Dreiecke lassen sich **nach Seiten** (unregelmäßig, gleichschenklig, gleichseitig) oder **nach Winkeln** (spitzwinklig, stumpfwinklig, rechtwinklig) einteilen.

Einteilung der Dreiecke nach Seiten

Ein **unregelmäßiges** Dreieck ABC hat verschiedene lange Seiten a , b , c . Die Grundseite wird meist mit c bezeichnet, die zugehörige Höhe mit h_c . Dem Eckpunkt A liegt die Seite a gegenüber, den Eckpunkten B bzw. C die Seiten b bzw. c . Die Winkel mit den Scheiteln A, B, C heißen nacheinander α , β , γ .



Dreieck

- **Flächeninhalt** eines beliebigen Dreiecks:

$$A = \frac{\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}}{2}$$

$$A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

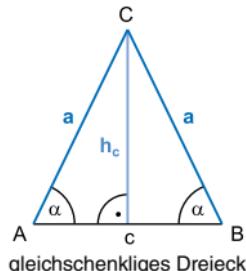
- **Umfang** eines beliebigen Dreiecks:

$$u = a + b + c$$

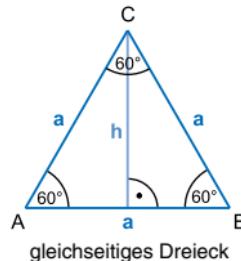
- **Winkelsumme** im Dreieck:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Ein **gleichschenkliges** Dreieck hat zwei gleich lange Seiten („Schenkel“ genannt) und zwei gleich große Winkel.

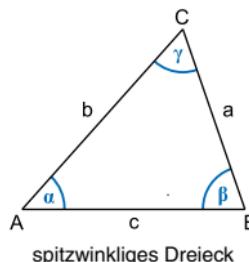


Im **gleichseitigen** Dreieck sind alle Seiten gleich lang und alle Winkel gleich groß.

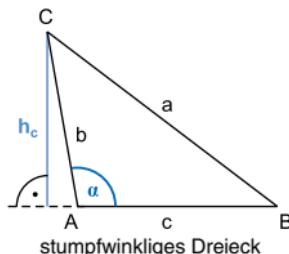


Einteilung der Dreiecke nach Winkeln

Ein Dreieck heißt **spitzwinklig**, wenn jeder Winkel kleiner als 90° ist.

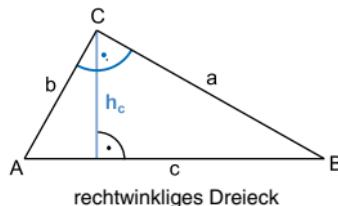


Im **stumpfwinkligen** Dreieck ist ein Winkel größer als 90° .



Beim **rechtwinkligen** Dreieck ist ein Winkel gleich 90° .

Die beiden Seiten a und b , die den rechten Winkel einschließen, heißen **Katheten**. Die **Hypotenuse** c liegt dem rechten Winkel gegenüber.



Bei rechtwinkligen Dreiecken kann der Flächeninhalt auch mit Hilfe der beiden Katheten a und b berechnet werden:

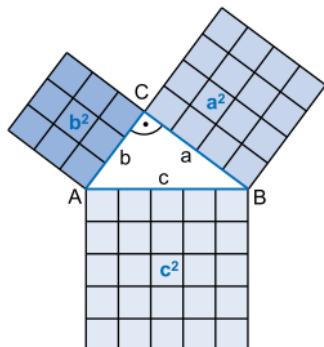
$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$

Für die Seiten im rechtwinkligen Dreieck gilt folgender Satz:

Satz des Pythagoras

Die Quadrate über den Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks haben zusammen den gleichen Flächeninhalt wie das Quadrat über der Hypotenuse.

$$a^2 + b^2 = c^2$$



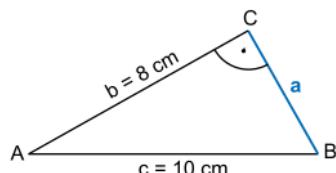
Beispiel: Wie lang ist die Seite a?

Lösung:

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$a^2 = (10 \text{ cm})^2 - (8 \text{ cm})^2$$

$$a^2 = 36 \text{ cm}^2 \Rightarrow \mathbf{a = 6 \text{ cm}}$$



Für einen Winkel im rechtwinkligen Dreieck gilt Folgendes:

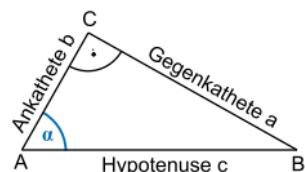
Winkelfunktionen

Sinus:

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$$

Kosinus:

$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c}$$



Tangens:

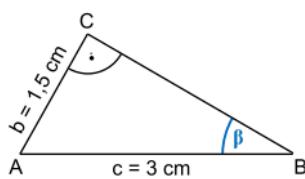
$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{a}{b}$$

Beispiel: Wie groß ist der Winkel β ?

Lösung:

$$\sin \beta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\sin \beta = \frac{1,5 \text{ cm}}{3 \text{ cm}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \mathbf{\beta = 30^\circ}$$



8 Kongruenzsätze und Dreieckskonstruktionen

Um ein Dreieck eindeutig konstruieren zu können, müssen bestimmte Angaben bekannt sein. Die **Kongruenzsätze** zeigen, welche **drei Angaben** jeweils notwendig sind.

Kongruenzsatz sss

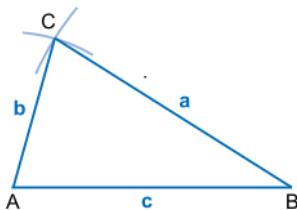
Zwei Dreiecke sind kongruent (deckungsgleich), wenn sie in **drei Seiten** übereinstimmen.

Konstruiere ein Dreieck nach **sss**.

Gegeben sind die Längen der **Seiten a, b, c** des Dreiecks ABC.

Lösung:

- (1) Seite $c = \overline{AB}$ zeichnen
- (2) Kreis um A mit Radius b zeichnen
- (3) Kreis um B mit Radius a zeichnen
- (4) Schnittpunkt C mit A und B verbinden



Beispiel

Kongruenzsatz sws

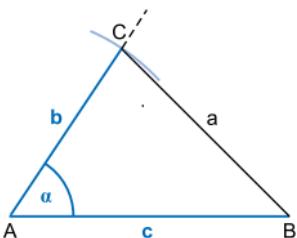
Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in **zwei Seiten** und dem von den Seiten eingeschlossenen **Zwischenwinkel** übereinstimmen.

Konstruiere ein Dreieck nach **sws**.

Gegeben sind die **Seiten b** und **c** sowie der **Winkel α** .

Lösung:

- (1) Seite $c = \overline{AB}$ zeichnen
- (2) Winkel α an A antragen
- (3) Kreis um A mit Radius b zeichnen
- (4) Schnittpunkt C mit B verbinden



Beispiel

Kongruenzsatz wsw

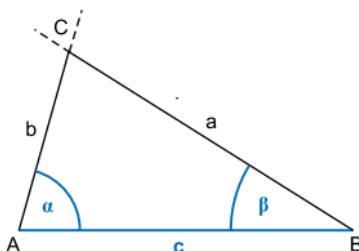
Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in **einer Seite** und den **beiden anliegenden Winkeln** übereinstimmen.

Beispiel Konstruiere ein Dreieck nach **wsw**.

Gegeben sind die **Seite c** und die **Winkel α und β** .

Lösung:

- (1) Seite $c = \overline{AB}$ zeichnen
- (2) Winkel α an A antragen
- (3) Winkel β an B antragen
- (4) \Rightarrow Schnittpunkt C

**Kongruenzsatz Ssw**

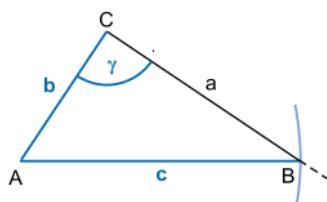
Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in **zwei Seiten** und dem der **längereren Seite gegenüberliegenden Winkel** übereinstimmen.

Beispiel Konstruiere ein Dreieck nach **Ssw**.

Gegeben sind die **Seiten b** und **c** sowie der **Winkel γ** .

Lösung:

- (1) Die **kleinere** Seite $b = \overline{AC}$ zeichnen
- (2) Winkel γ an C antragen
- (3) Kreis um A mit Radius c zeichnen
- (4) Schnittpunkt B mit C verbinden



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK