



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Holztechnik

Peschel · Hornhardt · Nennewitz · Nutsch · Schulzig · Seifert · Strehel

Tabellenbuch Holztechnik

Tabellen – Formeln – Regeln – Bestimmungen

Bearbeitet von Lehrern an berufsbildenden Schulen
und von Ingenieuren

Lektorat: Peter Peschel

10. Auflage 2017

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 41814

Grundlagen
Holz und Holzwerkstoffe
Werkstoffe
Technisches Zeichnen
Konstruktionen
Bauphysik
Fertigungs-
mittel
Betriebs-
organisation

Autoren des Tabellenbuches Holztechnik

Peschel, Peter	Oberstudiendirektor a.D.	Göttingen
Hornhardt, Eva	Dipl.-Ing., Freie Architektin	Wuppertal
Nennewitz, Ingo	Tischlermeister, Lehrmeister	Bremerhaven
Nutsch, Wolfgang	Dipl.-Ing (FH), Studiendirektor a.D.	Stuttgart
Schulz, Sven	Oberstudienrat	Kassel
Seifert, Gerhard	Dipl.-Ing (FH), Studiendirektor a.D.	Ehingen
Strechel, Tim	Studienrat	Bremerhaven

Lektorat

Peter Peschel

Bildbearbeitung

Verlag Europa-Lehrmittel, Bildbearbeitung, 73760 Ostfildern

Diesem Buch wurden die neuesten Ausgaben der DIN-Blätter sowie anderer Bestimmungen und Richtlinien zugrunde gelegt (Redaktionsschluss 31.12.2016). Verbindlich sind jedoch nur die DIN-Blätter und jene Bestimmungen selbst.

Die DIN-Blätter können von der Beuth-Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

10. Auflage 2017

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-4190-6

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2017 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: rkt, 42799 Leichlingen, www.rktypo.com

Umschlag: Blick Kick Kreativ KG, 42653 Solingen

Druck: M.P. Media-Print Informationstechnologie GmbH, 33100 Paderborn

Vorwort

Das „Tabellenbuch Holztechnik“ erweitert die bewährte Europa-Fachbuchreihe für Holzberufe. Es kann jedoch seines eigenständigen Charakters wegen sowohl alleine als auch in Verbindung mit anderen Lehrbüchern in der Aus- und Weiterbildung wie in der beruflichen Praxis verwendet werden. Es enthält sowohl Tabellen, Formeln, DIN-Normen, Regeln und Bestimmungen von Behörden und Institutionen als auch viele Stoffwerte und Konstruktionsgrößen. Die Auswahl der technologischen, mathematischen, zeichnerischen und arbeitsplanerischen Inhalte dieser Sammlung erfolgte unter weitgehender Berücksichtigung der Rahmenlehrpläne der Bundesländer für die Berufe im Berufsfeld Holztechnik und der Inhalte der bewährten Lehrbücher. Gleichfalls wurde an die Erfordernisse der Praxis und Weiterbildung gedacht. Das Tabellenbuch eignet sich als Nachschlagewerk für Auszubildende, Schülerinnen und Schüler der Berufsschule, der Berufsfachschule, der Fachoberschule und der Berufsoberschule. Es ist darüber hinaus auch als Informationsquelle bei praktischen Ausbildungsmaßnahmen, bei der Fortbildung in Meister- und Technikerschulen und der Berufspraxis geeignet.

Das Tabellenbuch ist eingeteilt in die Abschnitte

Mathematische und naturwissenschaftliche Grundlagen	1
Holz und Holzwerkstoffe	2
Werkstoffe	3
Technisches Zeichnen	4
Konstruktionen	5
Bauphysik	6
Fertigungsmittel	7
Betriebsorganisation	8

Ein schneller Zugriff wurde durch das Daumen-Griffregister ermöglicht. Großer Wert wurde auf die Übersichtlichkeit der Darstellung gelegt. Das Inhaltsverzeichnis am Anfang des Tabellenbuches wird durch Teilinhaltsverzeichnisse vor dem jeweiligen Hauptkapitel ergänzt. Die wichtigsten Normen und Regelwerke sowie eine Auswahl der einschlägigen Literatur sind jeweils vor den Hauptkapiteln benannt. Das Sachwortverzeichnis am Schluss ist besonders ausführlich gehalten und enthält neben den deutschen auch die wichtigsten englischen Bezeichnungen.

Die jetzige 10. überarbeitete Auflage entspricht in der Abfolge der Themen der vorherigen. Die neusten Normen auf europäischer Ebene (DIN EN, DIN EN ISO), die dazugehörigen Nationalen Anhänge (NA), aber auch die nationalen Normen (DIN), sowie die Vorschriften der aktuellen Energie-Einspar-Verordnung (EnEV) wurden berücksichtigt.

Das vorliegende Werk wurde mit der gebotenen Sorgfalt erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Lektor und Verlag für die Richtigkeit von Fakten, Hinweisen und Vorschlägen sowie evtl. Druck- und Satzfehlern keine Haftung.

Allen, die durch ihre Anregungen zur Entwicklung des Tabellenbuches beigetragen haben – insbesondere den im Quellenverzeichnis genannten Firmen, Institutionen und Verlagen – sei an dieser Stelle herzlich gedankt. Für Anregungen zur Weiterentwicklung, Verbesserungsvorschläge und Fehlerhinweise sind wir jederzeit dankbar. Sie können dafür unsere Adresse lektorat@europa-lehrmittel.de nutzen.

Göttingen, im Herbst 2017

Autoren und Verlag

Inhaltsverzeichnis

1	Mathematische und naturwissenschaftliche Grundlagen	7	3	Werkstoffe	127
1.1	Größen und Einheiten	8	3.1	Mineralische Plattenwerkstoffe	129
1.2	Mathematische Grundlagen	11	3.1.1	Gipskartonplatten und Gipsplatten	129
1.3	Gleichungen	13	3.1.2	Faserzementplatten	130
1.4	Dreisatzrechnen und Mischungsrechnen	15	3.1.3	Gipsfaserplatten	130
1.5	Prozentrechnen und Zinsrechnen	16	3.1.4	Holzwolleplatten	130
1.6	Längen	17	3.2	Glas	131
1.7	Flächen	18	3.2.1	Glasarten und Glaserzeugnisse	131
1.8	Dreiecksberechnung und Winkelfunktionen	23	3.2.2	Flachglas	132
1.9	Körper	26	3.2.3	Mehrscheiben-Isolierglas	133
1.10	Funktionen und grafische Darstellungen	28	3.3	Metalle	135
1.11	Kohäsion und Adhäsion	32	3.3.1	Bezeichnungssysteme für Stähle durch Werkstoffnummern	135
1.12	Masse, Dichte, Kräfte	33	3.3.2	Bezeichnungssysteme für Stähle durch Kurznamen	135
1.13	Gleichförmige und beschleunigte Bewegung	36	3.3.3	Einteilung der Stähle	136
1.14	Arbeit, Energie, Leistung, Wirkungsgrad	37	3.3.4	Eisen-Gusswerkstoffe	137
1.15	Einfache Maschinen und Antriebe	38	3.3.5	Stahl-Fertigerzeugnisse	138
1.16	Grundlagen der Statik und Festigkeitslehre	41	3.3.6	Nichteisenmetalle	139
1.17	Flüssigkeiten und Gase	47	3.3.7	Hartmetalle	140
1.18	Elektrotechnik	48	3.3.8	Korrosion und Korrosionsschutz	141
1.19	Wärm 技nik	54	3.4	Verbindungsmitte	142
1.20	Grundlagen der Akustik	55	3.4.1	Drahtstifte und Klammern	142
1.21	Chemische Grundlagen	56	3.4.2	Holzschrauben	143
2	Holz und Holzwerkstoffe	61	3.4.3	Gewindeschrauben	146
2.1	Aufbau und Schnitte	63	3.4.4	Muttern und Unterlegscheiben	147
2.2	Holzarten	65	3.4.5	Gewinde, Bohrung, Senkung	148
2.2.1	Nadelholz	65	3.4.6	Blechschrauben, Bohrschrauben und Blindniete	149
2.2.2	Laubholz	66	3.4.7	Holzdübel, Federn und Einschraubmuttern	150
2.2.3	Kennwerte	70	3.4.8	Befestigungsmitte Dübel	151
2.3	Holzfehler	76	3.5	Kunststoffe	156
2.4	Holzschutz	78	3.6	Klebstoffe	164
2.4.1	Schutz vor Insekten und Pilzen	78	3.7	Oberflächenmittel	167
2.4.2	Brandschutz für Holzbauteile	80	3.7.1	Mittel zur Vorbehandlung	167
2.5	Holzfeuchte	81	3.7.2	Beizmittel und Färbemittel	168
2.6	Holz als Handelsware	86	3.7.3	Beschichtungsstoffe	169
2.7	Furniere	111	3.7.4	Auftragstechnik	174
2.8	Parkett	113	3.7.5	Haftungsprüfung und Beanspruchungsgruppen	175
2.9	Holzwerkstoffe	115	3.8	Schleifmittel	177
2.9.1	Sperrholz	116	3.9	Umwelt- und Arbeitsschutz	181
2.9.2	Holzspanwerkstoffe	119	3.9.1	Vorschriften und Begriffe	181
2.9.3	Holzfaserwerkstoffe	122	3.9.2	Gefahrstoffe in der Holztechnik	182
2.9.4	Melaminbeschichtete Platten	124	3.9.3	Löse- und Verdünnungsmittel	184
2.9.5	Leichtbau-Verbundwerkstoffe	125	3.9.4	Holzstaub	185

Inhaltsverzeichnis

3.9.5	Arbeitsplatzgrenzwerte, TRGS 900	187	5.3 Fenster	261
3.9.6	Betriebsanweisung	188	5.3.1 Öffnungsarten, Konstruktionen und Fensterprofile	261
3.9.7	Sicherheitsdatenblätter, H-Sätze und P-Sätze	189	Fenstersysteme	263
3.9.8	Werte von ausgewählten Stoffen	191	Profilquerschnitte	264
3.9.9	Kennzeichnung von Gefahrstoffen	192	5.3.2 Beanspruchung	266
3.9.10	Sicherheitskennzeichnung	193	5.3.3 Bemessung von Rahmenquerschnitten	268
4	Technisches Zeichnen	195	5.3.4 Befestigungen	271
4.1	Zeichengeräte und Materialien	196	5.3.5 Maße am Fenster	272
4.2	Normschrift	198	5.3.6 Anschlussbildung Fenster – Baukörper	273
4.3	Maßstäbe	198	5.3.7 Windlasten	276
4.4	Grundkonstruktionen	199	5.3.8 Wärmedämmung, Schallschutz, Einbruchschutz	281
4.4.1	Geometrische Grundkonstruktionen	199	5.3.9 Beschlag	281
4.4.2	Rechtwinklige Parallelprojektion	207	5.3.10 Oberflächenbeschichtung	282
4.4.3	Austragungen und wahre Größen	209	5.3.11 Verglasung	284
4.4.4	Parallelprojektionen	212	5.3.12 Gebrauchsklassen für Holzfenster	289
4.5	Perspektive	213	5.4 Innenausbau	290
4.5.1	Übereck-Perspektive	214	5.4.1 Einbauschränke	290
4.5.2	Zentralperspektive	215	5.4.2 Wände – Nichttragende Trennwände	292
4.6	Grundlagen der Gestaltung	216	5.4.3 Wandverkleidungen	295
4.7	Linienarten	219	5.4.4 Deckenverkleidungen	296
4.8	Bemaßung	222	5.4.5 Holzfußböden	297
4.9	Toleranzen und Passungen	226	5.5 Treppen	298
4.9.1	Holz-Toleranzreihen (HT)	227	5.5.1 Treppenarten	298
4.9.2	Eintragen von Toleranzen	227	5.5.2 Maßbegriffe und Bezeichnungen	299
4.9.3	Maßänderungen durch Quellen und Schwinden	228	5.5.3 Maßliche Anforderungen	300
4.9.4	Passungen	230	5.5.4 Verziehen von gewendelten Treppen	306
4.9.5	Passsysteme	231	5.6 Küchen	307
4.10	Darstellung von Werkstoffen und Beschlägen	232	6 Bauphysik	311
4.11	Oberflächenzeichen	235	6.1 Dämm-, Dichtungs- und Sperrstoffe	312
4.12	Schraffuren von Baustoffen und Bauteilen	235	Bemessungswerte	313
4.13	Maßordnung im Hochbau	236	6.2 Wärmeschutz	316
4.14	Symbole in Ausführungszeichnungen	238	6.2.1 Physikalische Grundlagen	316
5	Konstruktionen	239	6.2.2 Wärmetechnische Mindestanforderungen	317
5.1	Möbel	241	6.2.3 Wärmebrücken	322
5.1.1	Möbelarten und Gestaltung	241	6.2.4 Anforderungen an den Wärmeschutz im Sommer	323
5.1.2	Möbelteile und Möbelbeschläge	243	6.2.5 Energieeinsparverordnung	324

Inhaltsverzeichnis

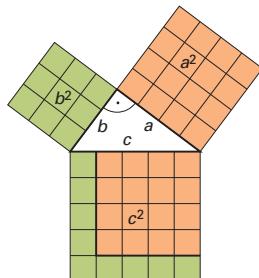
6.3 Feuchteschutz und Tauwasserschutz	333	8.3 Kalkulation	408	
6.3.1 Klimabedingter Feuchtigkeitsschutz	333	Lohnarten	410	
6.3.2 Schutzmaßnahmen gegen Tauwasserbildung	335	Lohn- und Materialkosten	411	
6.3.3 Feuchteschutztechnische Berechnungen	336	8.4 Vergabe- und Vertragsordnung für Bauleistungen (VOB)	414	
6.4 Schallschutz	343	8.5 Bauregelliste	417	
6.5 Brandschutz	348	8.6 Präsentationstechniken	420	
6.6 Bauen im Bestand	355	Internetverzeichnis	423	
7 Fertigungsmittel		359	Sachwortverzeichnis	425 ... 440
7.1 Hobelbank und Bankwerkzeuge	361	In den Umschlaginnenseiten		
7.2 Maschinen	366	vorne:	SI-Basiseinheiten	
7.2.1 Standmaschinen einschl. Musterbetriebsanweisung	366		Abgeleitete physikalische Größen	
7.2.2 CNC-Bearbeitungszentren	369		SI-Vorsätze	
7.2.3 Handmaschinen	370		Griechisches Alphabet	
7.2.4 Elektromotoren	371	hinten:	Physikalische Größen, Formelzeichen,	
7.3 Maschinenwerkzeuge	372		SI-Einheiten, besondere Einheiten und Namen	
7.3.1 Schneidstoffe	372			
7.3.2 Schnittrichtungen	372			
7.3.3 Werkzeugbegriffe und Schneiden-geometrie, Berechnungen	373			
7.3.4 Kreissägeblätter	376			
7.3.5 Fräswerkzeuge	378			
7.3.6 Maschinenbohrer	379			
7.3.7 Bandsägen, Streifenhobelmesser und Fräsketten	379			
7.4 Pneumatik und Hydraulik	380			
7.5 Grafcat (Funktionspläne)	384			
7.6 CNC-Technik	386			
Programmaufbau	387			
Programmsschlüssel	388			
Werkstattorientierte Programmierung (WOP)	392			
7.7 Informationstechnik	394			
Struktur des Mikrocomputers	395			
Schnittstellen, Steckverbinder	396			
Vernetzung, Internet	397			
Software, Betriebssysteme	398			
8 Betriebsorganisation	399			
8.1 Tischlerei-Betrieb als Dienstleister	400			
Aufgaben und Ausführung	400			
Qualitätssicherung	402			
Ablauf- und Terminplanung	403			
8.2 Begriffe der Auftrags- und Belegungszeiten	406			

1 Mathematische und naturwissenschaftliche Grundlagen

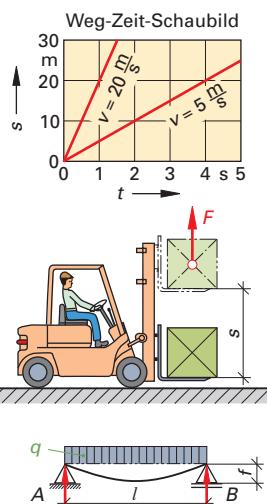
Inhaltsverzeichnis

Mathematik

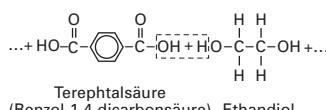
Grad	0° ... 45°	sin	tan	↑
0	0,0000	0,0000		90
1	0,0175	0,0175		89
2	0,0349	0,0349		88
3	0,0523	0,0523		87



Technische Physik



Chemie



1.1	Größen und Einheiten	8
1.2	Mathematische Grundlagen	11
	■ Rechenarten, Bruchrechnung, Klammerrechnung	11
	■ Potenzen, Wurzeln, Binomische Formeln	12
1.3	Gleichungen	13
1.4	Dreisatz und Mischungsrechnen	15
1.5	Prozentrechnen und Zinsrechnen	16
1.6	Längen	17
1.7	Flächen	18
	■ Flächeninhalt, Umfang, Schwerpunkte	21
1.8	Dreiecksberechnungen und Winkelfunktionen	23
	■ Lehrsatz des Pythagoras	23
	■ Lehrsatz des Euklid, Winkelfunktionen	23
	■ Trigonometrische Funktionen	24
	■ Schiefwinkelige Dreiecke	25
1.9	Körper	26
1.10	Funktionen und grafische Darstellungen	28
	■ Diagramme	29
	■ Nomogramme	30
	■ Taschenrechner	31

1.11	Kohäsion und Adhäsion	32
1.12	Masse, Dichte, Kräfte	33
1.13	Gleichförmige und beschleunigte Bewegung	36
1.14	Arbeit, Energie, Leistung, Wirkungsgrad	37
1.15	Einfache Maschinen und Antriebe	38
	■ Drehmoment und Hebel	38
	■ Riementriebe, Zahnrädertriebe, Kettentriebe	39
1.16	Grundlagen der Statik und Festigkeitslehre	41
	■ Statische Systeme	41
	■ Gleichgewichtsbedingungen	41
	■ Aktionskräfte und Reaktionskräfte	41
	■ Belastungsfälle	42
	■ Beanspruchungsarten	43
	■ Knickung von Stäben	43
	■ Einwirkungen auf Tragwerke	45
	■ Tragwerksplanung	45
	■ Statische Festigkeit	46
	■ Sicherheitskonzept	46
1.17	Flüssigkeiten und Gase	47
1.18	Elektrotechnik	48
	■ Ohmsches Gesetz	48
	■ Elektrische Leistung und Arbeit	49
	■ Schutzmaßnahmen	51
	■ Hausanschlussraum	53
1.19	Wärmetechnik	54
1.20	Grundlagen der Akustik	55

1.21	Chemische Grundlagen	56
	■ Periodensystem	56
	■ Atomaufbau, Elemente, Chemische Bindungen	57
	■ Organische und makromolekulare Verbindungen	58
	■ Oxide, Chemie des Wassers	59
	■ Säuren, Laugen, Salze	60

1.1 Größen und Einheiten

Im Internationalen Einheitenystem (SI) sind die Einheiten im Messwesen festgelegt. Von den sieben Grundeinheiten (Basiseinheiten) sind weitere Einheiten abgeleitet.

Basisgrößen und Basiseinheiten

Größe	Länge	Masse	Zeit	Elektrische Stromstärke	Temperatur	Stoffmenge	Lichtstärke
Einheit	Meter	Kilogramm	Sekunde	Ampere	Kelvin	Mol	Candela
Zeichen	m	kg	s	A	K	mol	cd
Abgeleitete Einheiten	Einheiten, die aus den Grundeinheiten mit dem Faktor 1 oder mit Potenzen abgeleitet werden, z.B. 1 N = 1 kg m/s ²						
Nicht abgeleitete Einheiten	Einheiten, die durch einen anderen Faktor umgerechnet wurden, z.B. 1 min = 60 s						

Vorsätze

Faktor	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
Vorsatz	Tera	Giga	Mega	Kilo	Hekto	Deka	Dezi	Zenti	Milli	Mikro	Nano	Piko
Zeichen	T	G	M	k	h	da	d	c	m	μ	n	p

vergrößernd \longleftrightarrow verkleinernd

Zehnerpotenzen

Werte über 1 mit **positiven** Exponenten, Werte unter 1 mit **negativen** Exponenten

Wert	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1000	10000	100000	1000000
Potenz	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6

Aufrunden und Abrunden

	Vorgang	Beispiel
Aufrunden	wenn die nächste Stelle eine 5 oder größer ist	3,1415 \rightarrow 3,142
Abrunden	wenn die nächste Stelle eine 4 oder kleiner ist	3,1415 \rightarrow 3,14 (auf Hundertstel)

Länge, Fläche, Volumen, Winkel

Größe	Formel-zeichen DIN 1304	Einheit		Beziehungen zwischen den Einheiten
		Zeichen	Bedeutung	
Länge	l	m	Meter	$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm}$ $1 \text{ mm} = 1000 \mu\text{m}$ $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$ $1 \text{ inch} = 1 \text{ Zoll} = 25,4 \text{ mm}$
Fläche	A, S	m^2 a ha	Quadratmeter Ar Hektar	$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10000 \text{ cm}^2 = 1000000 \text{ mm}^2$ $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$ (für Grundstücksflächen) $1 \text{ ha} = 100 \text{ a} = 10000 \text{ m}^2$ $1 \text{ km}^2 = 100 \text{ ha}$
Volumen	V	m^3 l	Kubikmeter Liter	$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000000 \text{ cm}^3$ $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$ $1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$
Winkel, eben	$\alpha, \beta, \gamma, \dots$	$^\circ$,"	Grad Minute Sekunde Radiant	$1^\circ = 60'$ $1' = 60''$ $1''$ $1 \text{ rad} = 1 \text{ m/m} = (180/\pi)^\circ = 57,2957^\circ$ $1^\circ = \pi/180 \text{ rad} = 60'$

Zeiteinheiten

(Jahr)	1 a = 365 d	(Monat)	1 m = (1/12) a	(Tag)	1 d = 24 h
(Stunde)	1 h = 60'	(Minute)	1' = 60''	(Sekunde)	1'' = (1/60)'

1.1 Größen und Einheiten

Größe	Formelzeichen DIN 1304	Einheit Zeichen	Einheit Bedeutung	Beziehungen zwischen den Einheiten
Zeitgrößen				
Zeit	t	min h d	s Minute Stunde Tag	Sekunde 1 min = 60 s 1 h = 60 min = 3600 s 1 d = 24 h
Geschwindigkeit Winkelgeschwindigkeit	v ω	m/s 1/s	Meter/Sekunde 1/Sekunde	1m/s = 60 m/min = 3,6 km/h
Beschleunigung g	a	m/s^2	Meter/Sekunde ²	Fallbeschleunigung $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
Frequenz	f	Hz	Hertz	1 Hz = 1/s 1 Hz = 1 Schwingung/s
Drehzahl	n	1/min 1/s	1/Minute 1/Sekunde	1/min = 1 min ⁻¹ 1/s = 60/min = 60 min ⁻¹
Mechanische Größen				
Masse	m	kg g t	Kilogramm Gramm Tonne	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg 1 t = 1000 kg
Dichte	ρ	kg/m ³	Kilogramm/ Meter ³	1000 kg/m ³ = 1 kg/dm ³ = 1 t/m ³
Kraft Gewichtskraft	F G, F_g	N	Newton	1 N = 1 kg m/s ² = 1 J/m
Drehmoment	M	Nm	Newtonmeter	1 kNm = 100 daNm = 1000 Nm
Druck	p	Pa	Pascal	1 Pa = 1 N/m ² 1 bar = 100000 Pa = 10^5 bar = 10 N/cm ² 1 mbar = 1 hPa
Mechanische Spannung	σ τ	N/m ²	Newton/Meter ²	1 MN/m ² = 1 N/mm ² = 1 MPa
Trägheitsmoment	I	cm ⁴	Zentimeter ⁴	Flächenmoment 2. Grades
Temperatur und Wärme				
Temperatur thermodynamisch	T t, ϑ	K °C	Kelvin Grad Celsius	0 K = -273 °C 0 °C = 273 K Temperaturdifferenz 1 K = 1 °C
Wärmemenge	Q	J	Joule	1 J = 1 Nm = 1 Ws 3600 kJ = 1 kWh
Spezifischer Heizwert	H	J/kg	Joule/ Kilogramm	
Elektrische Größen				
Stromstärke Spannung Widerstand	I U R	A V Ω	Ampere Volt Ohm	1 Ω = 1 V/A
Spezifischer Widerstand Leitfähigkeit	ρ κ	Ωm S/m	Ohmmeter Siemens/Meter	$\rho = 1/\kappa$
Arbeit	W	Ws	Wattsekunde	1 Ws = 1 J, 1 kWh = $3,6 \cdot 10^6$ Ws
Leistung	P	W	Watt	1 W = 1 Nm/s = 1 J/s = 1 VA

1.1 Größen und Einheiten

Mathematische Symbole				Griechische Buchstaben	
Zeichen	Bedeutung	Zeichen	Bedeutung	groß/klein	Name
=	gleich	AB	Strecke AB	A, α	Alpha
\neq	ungleich	(), []	Klammern	B, β	Beta
\triangleq	entspricht			Γ, γ	Gamma
\approx	ungefähr, etwa			Δ, δ	Delta
<	kleiner als		parallel	E, ε	Epsilon
>	größer als		gleichsinnig parallel	Z, ζ	Zeta
\leq	kleiner oder gleich		gegensinnig parallel	H, η	Eta
\geq	größer oder gleich	\perp	senkrecht auf	Θ, ϑ	Theta
...	und so weiter bis	\square	rechter Winkel	I, ι	Jota
+	plus	\wp	Winkel	K, \varkappa	Kappa
-	minus	\triangle	Dreieck	Λ, λ	Lambda
\pm	plus-minus	\odot	Kreis	M, μ	My
\times, \cdot	multipliziert, mal	\cong	kongruent zu	N, ν	Ny
$/, :, -$	dividiert, Bruchstrich	Δx	Delta x (Differenz)	Ξ, ξ	Xi
Σ	Summe von ...	In	natürlicher Logarithmus	O, o	Omkron
π	$\pi = 3,141...$	log	Logarithmus	Π, π	Pi
\sim	proportional	lg	dekadischer Logarithmus	P, ϱ	Rho
a^n	potenziert			Σ, σ	Sigma
$\sqrt[n]{\cdot}$	Quadratwurzel	%	Prozent, von Hundert	T, τ	Tau
	n-te Wurzel	$\%$	Promille, von Tausend	Y, ν	Ypsilon
l	Länge	sin	Sinus	Φ, φ	Phi
A	Fläche	cos	Kosinus	X, χ	Chi
V	Volumen	tan	Tangens	Ψ, ψ	Psi
		cot	Kotangens	Ω, ω	Omega

Zahlensysteme

Art	Basis	Zeichenvorrat
Dualzahlen	2	0 1
Dezimalzahlen	10	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
Hexadezimalzahlen (Sedezimalzahlen)	16	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

Darstellung und Umwandlung der Zahlensysteme

Dezimalsystem				Dualsystem			
Dezimalzahl z_{10} 350				Dualzahl z_2 1101			
Stelle	$10^2 = 100$	$10^1 = 10$	$10^0 = 1$	Stelle	$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$
Wert	$3 \cdot 100$	$5 \cdot 10$	$0 \cdot 1$	Wert	$1 \cdot 8 = 8$	$1 \cdot 4 = 4$	$0 \cdot 2 = 0$
Gesamt- wert, dezimal	300	+	50	+	0	=	$1 \cdot 1 = 1$

Hexadezimalsystem

Dezimalzahl			Umwandlung in				Dualzahl			
B3E							B3E			
Stelle	$16^2 = 256$	$16^1 = 16$	$16^0 = 1$	Ziffernwert	11	3	14			
Wert	$11 \cdot 256$	$3 \cdot 16$	$14 \cdot 1$	Gruppe von 4 Bit	1011	0011	1110			
Gesamt- wert:	2816	+	48	+	14	=	2878	Dualzahl:	1011 0011 1110	

1.2 Mathematische Grundlagen

Rechenarten

Art	Bezeichnung	Art	Bezeichnung
Addition $a + b = c$	a, b Summand c Summenwert	Potenzierung $a^b = c$	a Basis b Exponent c Potenzwert
Subtraktion $a - b = c$	a Minuend, b Subtrahend c Differenzwert	Radizierung $\sqrt[b]{a} = c$	a Radikand b Wurzelexponent c Wurzelwert
Multipikation $a \cdot b = c$	a, b Faktor c Produktwert	Logarithmierung $\log_b a = c$	a Logarithmand, b Basis c Logarithmuswert
Division $a : b = c$	a Dividend, b Divisor c Quotientwert		

Bruchrechnung

Begriffe	Bruchart	Kennzeichen	Beispiel
Brüche sind Teile eines Ganzen	Positive Brüche	> 0	3/4
	Negative Brüche	< 0	- 2/5
	Echte Brüche	< 1 , Zähler < Nenner	4/15
	Unechte Brüche	> 1 , Zähler > Nenner	7/3
	Gleichnamige Brüche	gleiche Nenner	3/8, 5/8, 7/8
	Ungleichnamige Brüche	ungleiche Nenner	3/12, 4/5, 2/9
Scheinbruch	Nenner = 1		6/1
Rechenoperation	Regel	Beispiel	
Erweitern	Zähler und Nenner werden mit der gleichen Zahl multipliziert	$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$	$\frac{x}{y} = \frac{x \cdot z}{y \cdot z} = \frac{xz}{yz}$
Kürzen	Zähler und Nenner werden mit der gleichen Zahl dividiert	$\frac{24}{42} = \frac{12}{21}$	
Addieren, Subtrahieren	Brüche müssen gleichnamig sein	$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{5 + 6}{10} = \frac{11}{10} = 1 \frac{1}{10}$	
Multiplizieren	Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multiplizieren	$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{35}$	
Dividieren	Bruch mit Kehrwert des anderen Bruches multiplizieren	$\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$	

Vorzeichenregel

Regel	Beispiel	Regel	Beispiel
Zwei Faktoren mit gleichen Vorzeichen ergeben ein positives Ergebnis	$3 \cdot 6 = 18$ $(-x) (-y) = xy$	Dividend und Divisor mit gleichen Vorzeichen ergeben einen positiven Quotienten	$10/2 = 5$ $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$
Zwei Faktoren mit ungleichen Vorzeichen ergeben ein negatives Ergebnis	$(-4) \cdot 7 = -28$ $x \cdot (-y) = -xy$	Dividend und Divisor mit ungleichen Vorzeichen ergeben einen negativen Quotienten	$16/-4 = -4$ $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$

Punktrechnungen müssen vor Strichrechnungen erfolgen

Klammerrechnung

Regel	Beispiel
Auflösen einer Klammer mit Plus vor der Klammer: - Klammer kann entfallen	$x + (y - z) = x + y - z$
Auflösen einer Klammer mit Minus vor der Klammer: - Klammer kann entfallen, Vorzeichen in der Klammer werden umgekehrt	$5 - (10 - 4) = 5 - 10 + 4 = -1$
Faktor vor einem Klammerausdruck: - jedes Glied der Klammer wird mit dem Faktor multipliziert	$4 (x - y + z) = 4x - 4y + 4z$

1.2 Mathematische Grundlagen

Klammerrechnung (Fortsetzung)

Regel	Beispiel
Multiplizieren von Klammerausdrücken: – jedes Glied der einen Klammer wird mit jedem Glied der anderen Klammer multipliziert	$(a+b) \cdot (c-d) = ac - ad + bc - bd$
Klammerausdruck durch Divisor : – jedes Glied der Klammer wird durch den Divisor dividiert – Ein Bruchstrich ersetzt eine Klammer	$\frac{18a - 12b}{3} = \frac{18a}{3} - \frac{12b}{3} = 6a - 4b$
Auflösen von Klammern: – Bei Klammern von innen nach außen auflösen – Bei gemischten Punkt- und Strichrechnungen zuerst Klammer auflösen, danach Punkt- vor Strichrechnung	$6x - [x + y(y-a) + y^2] = 6x - [x + y^2 - ay + y^2] = 6x - x - 2y^2 + ay = 5x - 2y^2 + ay$
Gemeinsamer Faktor : – ein gemeinsamer Faktor in einem Term wird vor die Klammer gesetzt	$bx - 2ax + 3x + cx = x(b - 2a + 3 + c)$

Potenzen

Regel	Beispiel
Potenzen mit dem Exponenten Null haben den Wert 1	$10^0 = 1, (x+y)^0 = 1$
Multiplizieren von Potenzen mit gleicher Basis: – Exponenten werden addiert	$a^2 \cdot a^3 = a^5, a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
Dividieren von Potenzen mit gleicher Basis: – Exponenten werden subtrahiert	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
Potenzen mit negativen Exponenten sind gleich dem reziproken Wert der gleichen Potenz	$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$

Wurzeln

Regel	Beispiel
Wurzeln können als Potenzen geschrieben werden.	$\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}, \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$
Radikant als Produkt: Wurzel kann entweder aus dem Produkt oder aus jedem Faktor gezogen werden.	$\sqrt{5 \cdot 5} = \sqrt{25} = 5$ $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
Radikand als Summe oder Differenz: (Wurzel kann nur aus dem Ergebnis gezogen werden)	$\sqrt{20 + 16} = \sqrt{36} = 6, \sqrt{x-y} = \sqrt{(x-y)}$

Binomische Formeln	Logarithmen
$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$	$\log_a b = c$, wenn $a^c = b$ für $a > 0$ und $b > 0$
$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2$	Dekadischer Logarithmus $\lg a = \log_{10} a$
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	Natürlicher Logarithmus $\ln a = \log_e a$ $e = 2,711828\dots$
Höhere Potenzen	Sonderfälle $\lg 1 = 0, \ln 1 = 0$ $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$ $\lg 10 = 1, \ln e = 1$
$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$	Gesetze $\log(ab) = \log a + \log b$ $\log a/b = \log a - \log b$ $\log(b^n) = n \log b$ $\log \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log b$
$(a \pm b)^4 = a^4 \pm 4a^3b + 6a^2b^2 \pm 4ab^3 + b^4$	
Sonderfälle	Umrechnungen $\ln a = \ln 10 \cdot \lg a$ $\lg a = \lg e \cdot \ln a$ $\lg e = M = 0,4343\dots$ $\ln 10 = \frac{1}{M} = 2,3026\dots$
$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$	
$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$	
$a^4 - b^4 = (a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$	

1.3 Gleichungen

Definitionen	Bestimmungsgleichungen																		
<ul style="list-style-type: none"> Terme T_1, T_2, \dots sind Zahlen (Konstanten), Variablen und Verknüpfungen derselben nach den Rechenregeln. 	<ul style="list-style-type: none"> Bestimmungsgleichungen sind Zahlen-gleichungen mit einer Variablen. Sie sind entweder algebraisch oder transzendent (z.B. $y = \sin x$). 																		
Beispiele $7, x, 4 - 3, x + 3, y - x,$ $4 \cdot x, 4x, 4a + 3b^2 - 2ab + 5$	<ul style="list-style-type: none"> Algebraische Gleichungen haben die Form $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n = 0$ für natürliche Zahlen n ($n \in \mathbb{N}^*$). Sie heißen Gleichungen n-ten Grades für $a_n \neq 0$. a_0, a_1, \dots, a_n heißen Koeffizienten 																		
Beispiele $6 - x = 4 + x^2, \quad x = 4 + y, \quad x^2 - 4x + 9 = 5$	Ungleichungen <ul style="list-style-type: none"> Ungleichungen sind Aussageformen, die durch Verbindung zweier Terme mit einem Gleichheitszeichen entstehen: $T_1 = T_2$ Ungleichungen sind Aussageformen, die durch Verbindung zweier Terme mit einem der nachstehend aufgeführten Zeichen entstehen: $>, \geq, +, \leq, <$ Ungleichungen, die nur Konstanten enthalten, sind Aussagen. 																		
Beispiele $3 = 7 - 4$ (wahr), $5 \cdot (7 + 2) \cdot (8 - 6) = 55$ (falsch)	Beispiel für eine Aussage $\begin{aligned} 7 + 3 \cdot 6 &> 4 \\ \Leftrightarrow 25 &> 4 \quad (\text{wahr}) \end{aligned}$ Beispiel für eine lineare Ungleichung $\begin{aligned} 5x - 4 &\leq 2x + 2 & +4 \\ 5x &\leq 2x + 6 & -2x \\ 3x &\leq 6 & :3 \\ x &\leq 2 \end{aligned}$ Lösung Lösungsmenge $\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\}$																		
Äquivalenzumformungen <p>Äquivalenzumformung heißt jede Umformung einer Gleichung (Ungleichung) in eine andere Gleichung (Ungleichung) mit gleicher Lösungsmenge.</p> <p>Hierfür gelten folgende Regeln:</p> <ol style="list-style-type: none"> Einsetzen äquivalenter Terme (Klammerauflösung, Zusammenfassung usw.): $4(x+2) = 7 - 5 \Leftrightarrow 4x + 8 = 2$ Addition oder Subtraktion gleicher Terme auf beiden Seiten einer Gleichung (Ungleichung): $4x + 2y = 3y + 2 \Leftrightarrow 4x + 2y + z = 3y + 2 + z$ Multiplikation oder Division gleicher positiver Terme auf beiden Seiten einer Gleichung (Ungleichung): Multiplikation oder Division gleicher negativer Terme auf beiden Seiten einer Gleichung (Ungleichung) bei gleichzeitiger Änderung des Verbindungszeichens: $> \text{ in } <, \geq \text{ in } \leq, < \text{ in } >, \leq \text{ in } \geq,$ $= \text{ bleibt } =, \neq \text{ bleibt } \neq$ Vertauschung der Terme auf beiden Seiten einer Gleichung (Ungleichung) bei gleichzeitiger Änderung der Verbindungszeichen wie in Regel ④. 	Umwandlung einfacher Gleichungen <table border="1"> <thead> <tr> <th>Beispiele</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$a = \frac{b}{c} \Rightarrow b = a \cdot c \Rightarrow c = \frac{b}{a}$</td> </tr> <tr> <td>$a = b + c \Rightarrow b = a - c \Rightarrow c = a - b$</td> </tr> <tr> <td>$\varrho = \frac{m}{V}$ Dichte ϱ</td> <td>$m = V \cdot \varrho$ Masse m</td> <td>$V = \frac{m}{\varrho}$ Volumen V</td> </tr> <tr> <td>$2s + a = 63 \text{ cm}$ Schrittmaßregel</td> <td>$a = 63 \text{ cm} - 2s$ Auftritt a</td> <td>$s = \frac{63 \text{ cm} - a}{2}$ Steigung s</td> </tr> <tr> <td>$a + s = 46 \text{ cm}$ Sicherheitsregel</td> <td>$a = 46 \text{ cm} - s$ Auftritt a</td> <td>$s = 46 \text{ cm} - a$ Steigung s</td> </tr> <tr> <td>$a - s = 12 \text{ cm}$ Bequemlichkeitsregel</td> <td>$a = 12 \text{ cm} + s$ Auftritt a</td> <td>$s = a - 12 \text{ cm}$ Steigung s</td> </tr> <tr> <td>$A = \pi \cdot r^2$ Kreisfläche A</td> <td>$r^2 = \frac{A}{\pi}$</td> <td>$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$ Radius r</td> </tr> </tbody> </table>	Beispiele	$a = \frac{b}{c} \Rightarrow b = a \cdot c \Rightarrow c = \frac{b}{a}$	$a = b + c \Rightarrow b = a - c \Rightarrow c = a - b$	$\varrho = \frac{m}{V}$ Dichte ϱ	$m = V \cdot \varrho$ Masse m	$V = \frac{m}{\varrho}$ Volumen V	$2s + a = 63 \text{ cm}$ Schrittmaßregel	$a = 63 \text{ cm} - 2s$ Auftritt a	$s = \frac{63 \text{ cm} - a}{2}$ Steigung s	$a + s = 46 \text{ cm}$ Sicherheitsregel	$a = 46 \text{ cm} - s$ Auftritt a	$s = 46 \text{ cm} - a$ Steigung s	$a - s = 12 \text{ cm}$ Bequemlichkeitsregel	$a = 12 \text{ cm} + s$ Auftritt a	$s = a - 12 \text{ cm}$ Steigung s	$A = \pi \cdot r^2$ Kreisfläche A	$r^2 = \frac{A}{\pi}$	$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$ Radius r
Beispiele																			
$a = \frac{b}{c} \Rightarrow b = a \cdot c \Rightarrow c = \frac{b}{a}$																			
$a = b + c \Rightarrow b = a - c \Rightarrow c = a - b$																			
$\varrho = \frac{m}{V}$ Dichte ϱ	$m = V \cdot \varrho$ Masse m	$V = \frac{m}{\varrho}$ Volumen V																	
$2s + a = 63 \text{ cm}$ Schrittmaßregel	$a = 63 \text{ cm} - 2s$ Auftritt a	$s = \frac{63 \text{ cm} - a}{2}$ Steigung s																	
$a + s = 46 \text{ cm}$ Sicherheitsregel	$a = 46 \text{ cm} - s$ Auftritt a	$s = 46 \text{ cm} - a$ Steigung s																	
$a - s = 12 \text{ cm}$ Bequemlichkeitsregel	$a = 12 \text{ cm} + s$ Auftritt a	$s = a - 12 \text{ cm}$ Steigung s																	
$A = \pi \cdot r^2$ Kreisfläche A	$r^2 = \frac{A}{\pi}$	$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$ Radius r																	

1.3 Gleichungen

Verhältnisgleichung, Proportionen

Zwei Verhältnisse mit gleichen Werten können gleichgesetzt werden und als Gleichung geschrieben werden. Das Verhältnis (eine Proportion) kann auch als Bruchgleichung oder als Produkten-gleichung geschrieben werden.

Außenglieder

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{4} \quad \text{oder} \quad \frac{a}{b} = \frac{3}{4}$$

Innenglieder Bruchgleichung

Eine Verhältnisgleichung kann als Produkten-gleichung geschrieben werden.

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$$

$$3b = 4a$$

$$\text{Innenglied} \times \text{Innenglied} = \text{Außenglied} \times \text{Außenglied}$$

Beispiel Die Schrankenhöhe H verhält sich zur Schrankenbreite B nach dem Goldenen Schnitt \rightarrow S. 200, 216. Die Breite soll 65 cm sein.

$$B : H = 1 : 1,618$$

$$H = 1,618 \cdot 65 \text{ cm} = 105,2 \text{ cm}$$

Gleichungen 1. Grades (lineare Gleichungen)

► S. 28

Normalform: $ax + b = 0$

Konstanten: a, b mit $a \neq 0$

Variable: x

$$\text{Lösung: } x = -\frac{b}{a}$$

$$\text{Lösungsmenge: } \mathbb{L} = \left\{ -\frac{b}{a} \right\}$$

Lineare Gleichungen haben genau eine Lösung.

Beispiel

$$\begin{aligned} 4(x+1) - 1 &= 15 + 8x && \text{Klammer lösen} \\ 4x + 4 - 1 &= 15 + 8x && -8x \\ 4x + 4 - 1 - 8x &= 15 && -15 \\ 4x + 4 - 1 - 8x - 15 &= 0 && \text{Zusammenfassen} \\ -4x - 12 &= 0 && \cdot(-1) \\ 4x + 12 &= 0 && \end{aligned}$$

$$\text{Lösung: } x = -3$$

$$\text{Lösungsmenge: } \mathbb{L} = \{-3\}$$

Gleichungen 2. Grades (quadratische Gleichungen)

► S. 28

Normierte Form: $x^2 + px + q = 0$

Konstanten: p, q

Variable: x

$$\text{Diskriminante: } D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$D > 0$ zwei reelle Lösungen

$D = 0$ eine reelle Lösung (Doppellösung)

$D < 0$ keine reelle Lösung

Lösungen (p, q -Formel):

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Beispiel

$$(3x-2)(x+2) = 5 - 2x \quad \text{Klammer lösen}$$

$$3x^2 + 4x - 4 = 5 - 2x \quad +2x - 5$$

$$3x^2 + 6x - 9 = 0 \quad :3$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \quad \text{Normierte Form}$$

$$x_1 = -\frac{2}{2} + \sqrt{\frac{4}{4} - 1} = 1 \quad x_2 = -\frac{2}{2} - \sqrt{\frac{4}{4} - 1} = -3$$

Gleichungssysteme – Lineare Gleichungen mit 2 Variablen

Ein lineares Gleichungssystem (LGS) ist ein System von zwei oder mehreren linearen Gleichungen mit mindestens zwei Variablen. $a_{11}x + a_{12}y = b_1$ und $a_{21}x + a_{22}y = b_2$

$a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ sind Konstanten mit Doppelindizes, die die Stellung der Konstanten im System beschreiben: 11 → 1. Zeile, 1. Spalte 22 → 2. Zeile, 2. Spalte
 x und y sind die Variablen (Unbekannten)

Beispiel Gleichsetzungsmethode

$$\begin{aligned} 3x + 7y &= 7 & \text{und} & 3y + 5x = -36 \\ 7y &= -3x + 7 & 3y &= -5x - 36 \end{aligned}$$

→ durch Einsetzen in die Gleichung

$$y = 1/7 \cdot (-3x + 7) \quad y = 1/3 \cdot (-5x - 36)$$

$$\rightarrow x = -10,5 \quad \text{und} \quad y = 5,5$$

Beispiel Additionsmethode

$$\begin{aligned} 3x + 7y &= 7 & \text{und} & 3y + 5x = 36 \\ 9x + 21y &= 21 & -21y - 35x &= 252 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow 9x + 21y &= 21 \\ -35x - 21y &= 252 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \oplus \\ \hline \end{array} \right. \quad \begin{aligned} -26x &= 273 \\ x &= -10,5 \end{aligned}$$

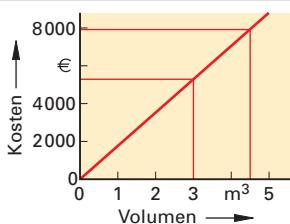
$$\rightarrow x = -10,5 \quad \text{und} \quad y = 5,5$$

1.4 Dreisatzrechnen und Mischungsrechnen

Verhältnisse beim Dreisatz

Satz	direkt	indirekt
1. Aussagesatz	$x \Rightarrow y$	$x \Rightarrow y$
2. Einheitsatz	$1 \Rightarrow \frac{y}{x}$	$1 \Rightarrow y \cdot x$
3. Schlussatz	$x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x_1}{x}$	$x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x}{x_1}$

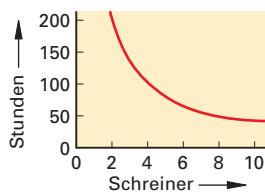
Dreisatz mit geradem Verhältnis (direkt)



Beispiel 4,50 m³ Eichenholz kosten 7875,00 €. Wieviel kosten 3,00 m³?

1. 4,50 m³ Eichenholz kosten 7875 €
2. 1,00 m³ Eichenholz kosten $\frac{7875,00 \text{ €}}{4,50}$
3. 3,00 m³ Eichenholz kosten $\frac{7875,00 \text{ €} \cdot 3,00}{4,50}$
= 5250,00 €

Dreisatz mit umgekehrtem Verhältnis (indirekt)



Beispiel 5 Schreiner benötigen für eine Montagearbeit 80 Stunden. Wie lange dauert die Montage, wenn 8 Schreiner zur Verfügung stehen?

1. 5 Schreiner benötigen 80 h
2. 1 Schreiner benötigt $5 \cdot 80 \text{ h}$
3. 8 Schreiner benötigen $\frac{5 \cdot 80 \text{ h}}{8} = 50 \text{ h}$

Zusammengesetzter (doppelter) Dreisatz

Es werden 3 Größen gegenübergestellt. Die gesuchte Größe wird stufenweise errechnet. In jeder Stufe wird nur eine Größe verändert.

- Beispiel** 6 Parkettlegger verlegen bei 8-stündiger Arbeitszeit pro Tag 210 m² Parkett. Wie viel m² Parkett verlegen 5 Parkettlegger bei einer Arbeitszeit von 9 h/Tag?
1. Dreisatz: 6 Parkettlegger verlegen in 8 h 210 m²
1 Parkettleger verlegt in 8 h $\frac{210 \text{ m}^2}{6}$
5 Parkettlegger verlegen in 8 h $\frac{210 \text{ m}^2 \cdot 5}{6}$
 2. Dreisatz: 5 Parkettlegger verlegen in 1 h $\frac{210 \text{ m}^2 \cdot 5}{6 \cdot 8}$
5 Parkettlegger verlegen in 9 h $\frac{210 \text{ m}^2 \cdot 5 \cdot 9}{6 \cdot 8} = 196,875 \text{ m}^2$

Mischungsrechnen

Regel	nach Massenteilen	nach Raumteilen	nach Prozent
Mischungsverhältnis = A : B : C : ...	Beispiel 5 kg Leimpulver zu Streckmittel, wie 15 : 3. Streckmittel = $\frac{5 \text{ kg} \cdot 3}{15} = 1 \text{ kg}$	Beispiel 2 l Mischung aus Stoff A und B im Verhältnis 2 : 3. GM = $\frac{2 \text{ l}}{2 + 3} = 0,4 \text{ l}$	Beispiel 10%ige Lösung aus Säure und 2 l Wasser. Säure:Wasser = 10 : 100
Gesamtmenge = A + B + C + ...	GM = $\frac{(5 + 1) \text{ kg}}{15 + 3} = 0,33 \text{ kg}$	A = 2 · 0,4 l = 0,8 l B = 3 · 0,4 l = 1,2 l	Säure = $\frac{2 \text{ l} \cdot 10}{90} = 0,222 \text{ l}$
Grundmenge GM (Teil 1) = <u>Gesamtmenge</u> Teile			

1.5 Prozentrechnen und Zinsrechnen

Prozentrechnen

Rechnen mit reinem Grundwert

- Prozent % $\leq 1/100$
- Grundwert G
- Prozentwert PW
- Prozentsatz p (%)

$$G = \frac{PW \cdot 100 \%}{p}$$

$$PW = \frac{G \cdot p}{100 \%}$$

$$p = \frac{PW \cdot 100 \%}{G}$$

Beispiel

Eiche hat einen tangentialen Schwindverlust von 8,9 %. Um wie viel mm schwindet ein Seitenbrett mit einer Breite $b = 320$ mm?

Lösung

$$PW = \frac{320 \text{ mm} \cdot 8,9 \%}{100 \%} = 28,48 \text{ mm}$$

Rechnen mit vermindertem Grundwert

- Verminderter Grundwert G_{\min}

Verminderter Grundwert	Prozentwert (PW)
$100 \% - p \%$	$p \%$
$100 \% = \text{Grundwert } (G)$	

$$G_{\min} = G - PW$$

$$G = \frac{G_{\min} \cdot 100 \%}{100 \% - p \%}$$

Beispiel

Ein Kunde bezahlt wegen mangelhafter Arbeit 10 % weniger vom Bruttopreis und überweist 16500,00 €. Wie hoch war der Bruttopreis?

Lösung

$$G = \frac{16500,00 \text{ €} \cdot 100 \%}{100 \% - 10 \%}$$

$$G = 18333,33 \text{ €}$$

Rechnen mit vermehrtem Grundwert

- Vermehrter Grundwert G_{mehr}

Grundwert (G)	Prozentwert (PW)
100%	$p \%$
$100 \% + p \% = \text{vermehrter Grundwert}$	

$$G_{\text{mehr}} = G + PW$$

$$G = \frac{G_{\text{mehr}} \cdot 100 \%}{100 \% + p \%}$$

Beispiel

Ein Arbeiter erhält nach der Lohn erhöhung von 3,5 % einen Stundenlohn von 13,40 €. Errechnen Sie den vorherigen Lohn?

Lösung

$$G = \frac{13,40 \text{ €} \cdot 100 \%}{100 \% + 3,5 \%} = 12,95 \text{ €}$$

Zinsrechnen

- Kapital K (€)
- Zinsen Z (€)
- Zinssatz p (%/Jahr)
- Laufzeit t (Jahre)
- 1 Zinsjahr 360 Tage
- 1 Zinsmonat 30 Tage

Mit dem Zinssatz werden die Zinsen für ein Jahr berechnet.

Kapitalwert (K)	(Z)

$$K = \frac{Z \cdot 100 \%}{p \cdot t}$$

$$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \%}$$

$$p = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot t}$$

$$t = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot p}$$

Beispiel

Ein Betrieb erhält einen Kredit über 40000,00 € mit einem Zinssatz von 8,5 %.

a) Berechnen Sie die Zinsen für 2 Jahre.

b) Wie hoch wäre der Zinssatz, wenn bei gleicher Laufzeit 7400,00 € Zinsen anfallen würden?

Lösung (Berechnung für ein Jahr)

$$Z = \frac{40000,00 \text{ €} \cdot 8,5 \% \cdot 2}{100 \%}$$

$$Z = 6800,00 \text{ €}$$

$$p = \frac{7400,00 \text{ €} \cdot 100 \%}{40000,00 \text{ €} \cdot 2} = 9,25 \%$$

Zinseszinsrechnung

Die Zinsen werden dem Kapital am Jahresende zugerechnet und mitverzinst.

- Anzahl der Jahre n

Kapital nach n Jahren:

$$K_n = K \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Beispiel Ein Schreiner legt bei einer Bank 5000,00 € festverzinslich an. Wie hoch ist sein Kapital nach 10 Jahren?

Lösung

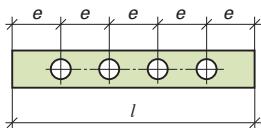
$$K_{10} = 5000,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{4,5 \%}{100 \%}\right)^{10}$$

$$K_{10} = 7764,85 \text{ €}$$

1.6 Längen

Längenteilung

Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände

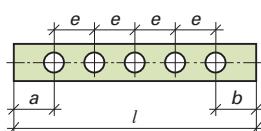


$$e = \frac{l}{n+1}$$

$$z = n + 1$$

l Gesamtlänge, Teilungsstrecke
 e Länge der Abstände
 n Anzahl der Teilungselemente
 z Anzahl der Abstände

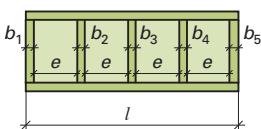
Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände mit Randabstand



$$e = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

a, b Randabstände

Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände mit Unterbrechungen ► S. 199

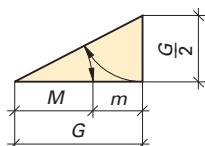


$$e = \frac{l - (b_1 + \dots + b_n)}{n - 1}$$

b_1, \dots, b_n Unterbrechungen
 e Abstand
 n gleiche Abstände

Goldener Schnitt

► S. 200



$$M = \frac{G}{2} (\sqrt{5} - 1)$$

$$M = G \cdot 0,618$$

$$m = M \cdot 0,618$$

$$m = G \cdot 0,382$$

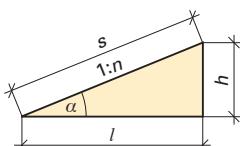
G Gesamtstrecke

M Major

m minor

► Kapitel 4.4

Steigung



$$m = \frac{h}{l} = \tan \alpha$$

$$m\% = \frac{h \cdot 100\%}{l}$$

$$n = \frac{1}{m} = \frac{l}{h}$$

m Steigungsverhältnis

h Höhe

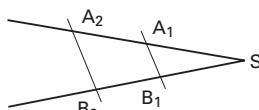
l Länge

a Steigungswinkel

$m\%$ Steigung in Prozent

n Verhältniszahl der Steigung

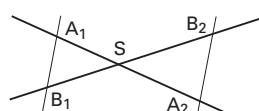
Strahlensätze



$$\frac{\overline{SA_1}}{\overline{SA_2}} = \frac{\overline{SB_1}}{\overline{SB_2}}$$

$$\frac{\overline{SA_1}}{\overline{A_1A_2}} = \frac{\overline{SB_1}}{\overline{B_1B_2}}$$

Werden zwei Strahlen von Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Abschnitte auf dem einen Strahl wie die gleichliegenden Abschnitte auf dem anderen Strahl.

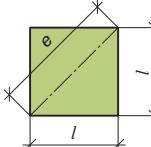
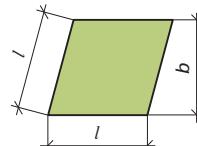
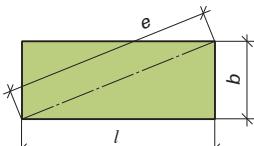
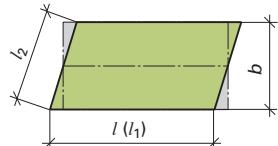
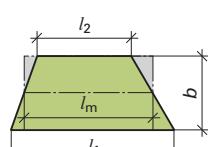
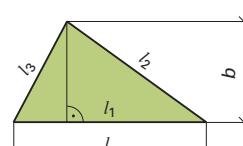


$$\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{A_2B_2}} = \frac{\overline{SA_1}}{\overline{SA_2}}$$

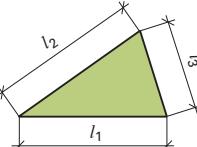
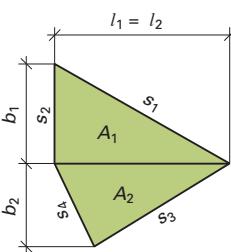
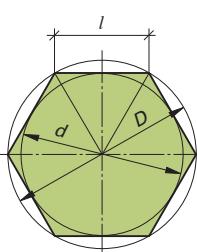
$$\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{A_2B_2}} = \frac{\overline{SB_1}}{\overline{SB_2}}$$

Werden zwei Strahlen von Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Abschnitte auf den Parallelen zueinander, wie die vom Scheitel aus gemessenen zugehörigen Strahlenabschnitte.

1.7 Flächen

Quadrat 	$A = l^2$ $U = 4 \cdot l$ $e = \sqrt{2} \cdot l$	A Fläche U Umfang l Seitenlänge e Diagonale Beispiel $l = 75 \text{ cm}$ $A = l^2 = (75 \text{ cm})^2 = 5625 \text{ cm}^2$ $e = \sqrt{2} \cdot l = \sqrt{2} \cdot 75 \text{ cm} = 106,07 \text{ cm}$
Raute (Rhombus) 	$A = l \cdot b$ $U = 4 \cdot l$	A Fläche U Umfang l Seitenlänge b Breite Beispiel $l = 4,5 \text{ m}; b = 3,0 \text{ m}$ $A = l \cdot b = 4,5 \text{ m} \cdot 3,0 \text{ m} = 13,5 \text{ m}^2$
Rechteck 	$A = l \cdot b$ $U = 2 \cdot (l + b)$ $e = \sqrt{l^2 + b^2}$	A Fläche l Länge U Umfang b Breite e Diagonale Beispiel $l = 120 \text{ mm}; b = 80 \text{ mm}$ $A = l \cdot b = 120 \text{ mm} \cdot 80 \text{ mm} = 9600 \text{ mm}^2$ $e = \sqrt{l^2 + b^2} = \sqrt{(120 \text{ mm})^2 + (80 \text{ mm})^2} = 144,2 \text{ mm}$
Parallelogramm (Rhomboïd) 	$A = l \cdot b$ $U = 2 \cdot (l_1 + l_2)$	A Fläche U Umfang l (l_1) Länge l_2 Seitenlänge b Breite Beispiel $l = 80 \text{ cm}; b = 65 \text{ cm}$ $A = l \cdot b = 80 \text{ cm} \cdot 65 \text{ cm} = 5200 \text{ cm}^2$
Trapez 	$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$ $U = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$ $l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$	A Fläche l_1 große Länge U Umfang l_2 kleine Länge b Breite l_3, l_4 Seitenlänge Beispiel $l_1 = 2,6 \text{ m}; l_2 = 2,0 \text{ m}; b = 1,8 \text{ m}$ $A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b = \frac{2,6 \text{ m} + 2,0 \text{ m}}{2} \cdot 1,8 \text{ m} = 4,14 \text{ m}^2$
Dreieck 	$A = \frac{l \cdot b}{2}$ $U = l_1 + l_2 + l_3$	A Fläche l Länge U Umfang b Breite (Höhe) l_1, l_2, l_3 Seitenlängen Beispiel $l = 72 \text{ mm}; b = 31 \text{ mm}$ $A = \frac{l \cdot b}{2} = \frac{72 \text{ mm} \cdot 31 \text{ mm}}{2} = 1116 \text{ mm}^2$ ► Rechtwinklige Dreiecke S. 23

1.7 Flächen

Dreieck 	Heronische Dreiecks-Formel $s = \frac{1}{2} (l_1 + l_2 + l_3)$ $A = \sqrt{s \cdot (s - l_1) \cdot (s - l_2) \cdot (s - l_3)}$ $U = l_1 + l_2 + l_3$	A Fläche s halber Umfang l_1, l_2, l_3 Seitenlängen Beispiel $l_1 = 72 \text{ cm}, l_2 = 50 \text{ cm}, l_3 = 42 \text{ cm}$ $s = \frac{1}{2} (72 + 50 + 42) \text{ cm} = 82 \text{ cm}$ $A = 1024,5 \text{ cm}^2$
Unregelmäßiges Vieleck 	$A = \Sigma \text{ aller Teilflächen}$ $A = A_1 + A_2 + \dots + A_n$ $U = s_1 + s_2 + \dots + s_n$ $U = \Sigma \text{ aller Seitenlängen}$	A Gesamtfläche A_1, A_2, \dots, A_n Teilflächen l_1, l_2, \dots Länge b_1, b_2, \dots Breite Beispiel $l_1 = l_2 = 110 \text{ cm}$ $b_1 = 50 \text{ cm}, b_2 = 45 \text{ cm}$ $A_1 = \frac{l_1 \cdot b_1}{2} = 2750 \text{ cm}^2$ $A_2 = \frac{l_2 \cdot b_2}{2} = 2475 \text{ cm}^2$ $A = A_1 + A_2 = 5225 \text{ cm}^2$
Regelmäßiges Vieleck 		
Achtung Die untenstehende Tabelle wird auch mit R (Umkreisradius) und r (Inkreisradius) angeboten.	$A = n \cdot \frac{l \cdot d}{4}$ $l = D \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$ $d = \sqrt{D^2 - l^2}$	A Fläche n Anzahl der Ecken l Seitenlänge d Inkreisdurchmesser D Umkreisdurchmesser Beispiel Achteck mit $D = 60 \text{ cm}$ $l = 60 \text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{8}\right) = 22,96 \text{ cm}$ $d = \sqrt{(60 \text{ cm})^2 - (22,96 \text{ cm})^2} = 55,43 \text{ cm}$ $A = 8 \cdot \frac{22,96 \text{ cm} \cdot 55,43 \text{ cm}}{4} = 2545,3 \text{ cm}^2$

Berechnung regelmäßiger Vielecke

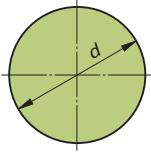
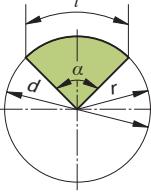
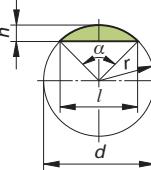
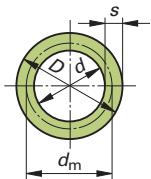
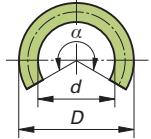
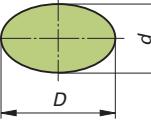
Anzahl der Ecken	Fläche			Seitenlänge		Inkreis-durchmesser		Umkreis-durchmesser	
	aus l	aus d	aus D	aus d	l aus D	aus l	aus D	aus l	aus d
	$l_2 \text{ mal}$	$d^2 \text{ mal}$	$D^2 \text{ mal}$	$d \text{ mal}$	$D \text{ mal}$	$l \text{ mal}$	$D \text{ mal}$	$l \text{ mal}$	$d \text{ mal}$
3	0,433	1,299	0,325	1,732	0,867	0,578	0,500	1,154	2,000
4	1,000	1,000	0,500	1,000	0,707	1,000	0,707	1,414	1,414
5	1,721	0,908	0,595	0,727	0,588	1,376	0,809	1,702	1,236
6	2,598	0,866	0,649	0,577	0,500	1,732	0,866	2,000	1,155
8	4,828	0,829	0,707	0,414	0,383	2,414	0,924	2,614	1,082
10	7,694	0,812	0,735	0,325	0,309	3,078	0,951	3,236	1,052
12	11,196	0,804	0,750	0,268	0,259	3,732	0,966	3,864	1,035

Beispiel Achteck mit $D = 60 \text{ cm}$

$$A = D^2 \cdot 0,707 = (60 \text{ cm})^2 \cdot 0,707 = 2545,2 \text{ cm}^2, \quad d = D \cdot 0,924 = 60 \text{ cm} \cdot 0,924 = 55,44 \text{ cm}$$

$$l = D \cdot 0,383 = 60 \text{ cm} \cdot 0,383 = 22,98 \text{ cm}$$

1.7 Flächen

Kreis 	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \pi \cdot r^2$ $U = \pi \cdot d = \pi \cdot 2 \cdot r$ $\frac{\pi}{4} = 0,785$	A Fläche U Umfang d Durchmesser r Radius Beispiel $d = 80 \text{ mm}$ $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (80 \text{ mm})^2}{4} = 5026,5 \text{ mm}^2$ $U = \pi \cdot d = \pi \cdot 80 \text{ mm} = 251,3 \text{ mm}$
Kreisausschnitt 	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$ $A = \frac{l \cdot r}{2}$ $l = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$	A Fläche d Durchmesser α Mittelpunktwinkel r Radius \hat{l} Bogenlänge Beispiel $d = 52 \text{ mm}$, $\alpha = 80^\circ$ $\hat{l} = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 52 \text{ mm} \cdot 80^\circ}{360^\circ}$ $\hat{l} = 36,3 \text{ mm}$ $A = \frac{\hat{l} \cdot r}{2} = \frac{36,3 \text{ mm} \cdot 26 \text{ mm}}{2}$ $A = 471,9 \text{ mm}^2$
Kreisabschnitt 	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} - \frac{l \cdot (r - h)}{2}$ Näherungsformel: $A \approx \frac{2}{3} \cdot l \cdot h$ $l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$ $l = 2 \cdot \sqrt{h(2 \cdot r - h)}$	A Fläche d Durchmesser α Mittelpunktwinkel r Radius l Sehnenlänge h Höhe Beispiel $l = 52 \text{ mm}$, $h = 15,1 \text{ mm}$ $A \approx \frac{2}{3} \cdot l \cdot h = \frac{2}{3} \cdot 52 \text{ mm} \cdot 15,1 \text{ mm}$ $A = 523,5 \text{ mm}^2$
Kreisring 	$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$ $A = \pi \cdot d_m \cdot s$	A Fläche D großer Durchmesser d kleiner Durchmesser d_m mittlerer Durchmesser s Breite Beispiel $D = 75 \text{ cm}$, $d = 20 \text{ cm}$ $A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} \cdot ((75 \text{ cm})^2 - (20 \text{ cm})^2)$ $A = 4103,7 \text{ cm}^2$
Kreisringausschnitt 	$A = \frac{\pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ} \cdot (D^2 - d^2)$ $U = \frac{\pi \cdot \alpha}{360^\circ} \cdot (D + d) + (D - d)$	A Fläche D großer Durchmesser U Umfang d kleiner Durchmesser α Mittelpunktwinkel Beispiel $D = 75 \text{ cm}$, $d = 20 \text{ cm}$, $\alpha = 230^\circ$ $A = \frac{\pi \cdot 230^\circ}{4 \cdot 360^\circ} (75^2 - 20^2) \text{ cm}^2 = 2621,8 \text{ cm}^2$
Ellipse 	$A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4}$ $U \approx \frac{\pi}{2} (D + d)$	A Fläche D großer Durchmesser d kleiner Durchmesser U Umfang Beispiel $D = 65 \text{ cm}$, $d = 40 \text{ cm}$ $A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4} = \frac{\pi \cdot 65 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm}}{4}$ $A = 2042 \text{ cm}^2$