



EUROPA-FACHBUCHREIHE  
für Holztechnik

Peschel · Hornhardt · Nennewitz · Nutsch · Schulzig · Seifert · Strechel

# Tabellenbuch Holztechnik

**Tabellen – Formeln – Regeln – Bestimmungen**

Bearbeitet von Lehrern an berufsbildenden Schulen  
und von Ingenieuren

Lektorat: Peter Peschel

10. Auflage 2017

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsseldorfer Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Europa-Nr.: 41814**

Grundlagen

Holz und  
Holzwerkstoffe

Werkstoffe

Technisches  
Zeichnen

Konstruktionen

Bauphysik

Fertigungs-  
mittel

Betriebs-  
organisation

## Autoren des Tabellenbuches Holztechnik

Peschel, Peter	Oberstudiendirektor a.D.	Göttingen
Hornhardt, Eva	Dipl.-Ing., Freie Architektin	Wuppertal
Nennewitz, Ingo	Tischlermeister, Lehrmeister	Bremerhaven
Nutsch, Wolfgang	Dipl.-Ing (FH), Studiendirektor a.D.	Stuttgart
Schulzig, Sven	Oberstudienrat	Kassel
Seifert, Gerhard	Dipl.-Ing (FH), Studiendirektor a.D.	Ehingen
Strechel, Tim	Studienrat	Bremerhaven

## Lektorat

Peter Peschel

## Bildbearbeitung

Verlag Europa-Lehrmittel, Bildbearbeitung, 73760 Ostfildern

Diesem Buch wurden die neuesten Ausgaben der DIN-Blätter sowie anderer Bestimmungen und Richtlinien zugrunde gelegt (Redaktionsschluss 31.12.2016). Verbindlich sind jedoch nur die DIN-Blätter und jene Bestimmungen selbst.

Die DIN-Blätter können von der Beuth-Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

10. Auflage 2017

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-4190-6

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2017 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: rkt, 42799 Leichlingen, [www.rktypo.com](http://www.rktypo.com)

Umschlag: Blick Kick Kreativ KG, 42653 Solingen

Druck: M.P. Media-Print Informationstechnologie GmbH, 33100 Paderborn

## Vorwort

Das „Tabellenbuch Holztechnik“ erweitert die bewährte Europa-Fachbuchreihe für Holzberufe. Es kann jedoch seines eigenständigen Charakters wegen sowohl alleine als auch in Verbindung mit anderen Lehrbüchern in der Aus- und Weiterbildung wie in der beruflichen Praxis verwendet werden. Es enthält sowohl Tabellen, Formeln, DIN-Normen, Regeln und Bestimmungen von Behörden und Institutionen als auch viele Stoffwerte und Konstruktionsgrößen. Die Auswahl der technologischen, mathematischen, zeichnerischen und arbeitsplanerischen Inhalte dieser Sammlung erfolgte unter weitgehender Berücksichtigung der Rahmenlehrpläne der Bundesländer für die Berufe im Berufsfeld Holztechnik und der Inhalte der bewährten Lehrbücher. Gleichfalls wurde an die Erfordernisse der Praxis und Weiterbildung gedacht. Das Tabellenbuch eignet sich als Nachschlagewerk für Auszubildende, Schülerinnen und Schüler der Berufsschule, der Berufsfachschule, der Fachoberschule und der Berufsoberschule. Es ist darüber hinaus auch als Informationsquelle bei praktischen Ausbildungsmaßnahmen, bei der Fortbildung in Meister- und Technikerschulen und der Berufspraxis geeignet.

Das Tabellenbuch ist eingeteilt in die Abschnitte

<b>Mathematische und naturwissenschaftliche Grundlagen</b>	<b>1</b>
<b>Holz und Holzwerkstoffe</b>	<b>2</b>
<b>Werkstoffe</b>	<b>3</b>
<b>Technisches Zeichnen</b>	<b>4</b>
<b>Konstruktionen</b>	<b>5</b>
<b>Bauphysik</b>	<b>6</b>
<b>Fertigungsmittel</b>	<b>7</b>
<b>Betriebsorganisation</b>	<b>8</b>

Ein schneller Zugriff wurde durch das Daumen-Griffregister ermöglicht. Großer Wert wurde auf die Übersichtlichkeit der Darstellung gelegt. Das Inhaltsverzeichnis am Anfang des Tabellenbuches wird durch Teilinhaltsverzeichnisse vor dem jeweiligen Hauptkapitel ergänzt. Die wichtigsten Normen und Regelwerke sowie eine Auswahl der einschlägigen Literatur sind jeweils vor den Hauptkapiteln benannt. Das Sachwortverzeichnis am Schluss ist besonders ausführlich gehalten und enthält neben den deutschen auch die wichtigsten englischen Bezeichnungen.

Die jetzige 10. überarbeitete Auflage entspricht in der Abfolge der Themen der vorherigen. Die neusten Normen auf europäischer Ebene (DIN EN, DIN EN ISO), die dazugehörigen Nationalen Anhänge (NA), aber auch die nationalen Normen (DIN), sowie die Vorschriften der aktuellen Energie-Einspar-Verordnung (EnEV) wurden berücksichtigt.

Das vorliegende Werk wurde mit der gebotenen Sorgfalt erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Lektor und Verlag für die Richtigkeit von Fakten, Hinweisen und Vorschlägen sowie evtl. Druck- und Satzfehlern keine Haftung.

Allen, die durch ihre Anregungen zur Entwicklung des Tabellenbuches beigetragen haben – insbesondere den im Quellenverzeichnis genannten Firmen, Institutionen und Verlagen – sei an dieser Stelle herzlich gedankt. Für Anregungen zur Weiterentwicklung, Verbesserungsvorschläge und Fehlerhinweise sind wir jederzeit dankbar. Sie können dafür unsere Adresse [lektorat@europa-lehrmittel.de](mailto:lektorat@europa-lehrmittel.de) nutzen.

Göttingen, im Herbst 2017

Autoren und Verlag

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Mathematische und naturwissenschaftliche Grundlagen . . . . .</b>	<b>7</b>	<b>3</b>	<b>Werkstoffe . . . . .</b>	<b>127</b>
1.1	Größen und Einheiten . . . . .	8	3.1	Mineralische Plattenwerkstoffe . . . . .	129
1.2	Mathematische Grundlagen . . . . .	11	3.1.1	Gipskartonplatten und Gipsplatten . . . . .	129
1.3	Gleichungen . . . . .	13	3.1.2	Faserzementplatten . . . . .	130
1.4	Dreisatzrechnen und Mischungsrechnen . . . . .	15	3.1.3	Gipsfaserplatten . . . . .	130
1.5	Prozentrechnen und Zinsrechnen . . . . .	16	3.1.4	Holzwoleplatten . . . . .	130
1.6	Längen . . . . .	17	3.2	Glas . . . . .	131
1.7	Flächen . . . . .	18	3.2.1	Glasarten und Glaserzeugnisse . . . . .	131
1.8	Dreiecksberechnung und Winkelfunktionen . . . . .	23	3.2.2	Flachglas . . . . .	132
1.9	Körper . . . . .	26	3.2.3	Mehrscheiben-Isolierglas . . . . .	133
1.10	Funktionen und grafische Darstellungen . . . . .	28	3.3	Metalle . . . . .	135
1.11	Kohäsion und Adhäsion . . . . .	32	3.3.1	Bezeichnungssysteme für Stähle durch Werkstoffnummern . . . . .	135
1.12	Masse, Dichte, Kräfte . . . . .	33	3.3.2	Bezeichnungssysteme für Stähle durch Kurznamen . . . . .	135
1.13	Gleichförmige und beschleunigte Bewegung . . . . .	36	3.3.3	Einteilung der Stähle . . . . .	136
1.14	Arbeit, Energie, Leistung, Wirkungsgrad . . . . .	37	3.3.4	Eisen-Gusswerkstoffe . . . . .	137
1.15	Einfache Maschinen und Antriebe . . . . .	38	3.3.5	Stahl-Fertigerzeugnisse . . . . .	138
1.16	Grundlagen der Statik und Festigkeitslehre . . . . .	41	3.3.6	Nichteisenmetalle . . . . .	139
1.17	Flüssigkeiten und Gase . . . . .	47	3.3.7	Hartmetalle . . . . .	140
1.18	Elektrotechnik . . . . .	48	3.3.8	Korrosion und Korrosionsschutz . . . . .	141
1.19	Wärmetechnik . . . . .	54	3.4	Verbindungsmittel . . . . .	142
1.20	Grundlagen der Akustik . . . . .	55	3.4.1	Drahtstifte und Klammern . . . . .	142
1.21	Chemische Grundlagen . . . . .	56	3.4.2	Holzschrauben . . . . .	143
			3.4.3	Gewindeschrauben . . . . .	146
			3.4.4	Muttern und Unterlegscheiben . . . . .	147
			3.4.5	Gewinde, Bohrung, Senkung . . . . .	148
			3.4.6	Blechschraben, Bohrschrauben und Blindniete . . . . .	149
<b>2</b>	<b>Holz und Holzwerkstoffe . . . . .</b>	<b>61</b>	3.4.7	Holzdübel, Federn und Einschraubmuttern . . . . .	150
2.1	Aufbau und Schnitte . . . . .	63	3.4.8	Befestigungsmittel Dübel . . . . .	151
2.2	Holzarten . . . . .	65	3.5	Kunststoffe . . . . .	156
2.2.1	Nadelholz . . . . .	65	3.6	Klebstoffe . . . . .	164
2.2.2	Laubholz . . . . .	66	3.7	Oberflächenmittel . . . . .	167
2.2.3	Kennwerte . . . . .	70	3.7.1	Mittel zur Vorbehandlung . . . . .	167
2.3	Holzfehler . . . . .	76	3.7.2	Beizmittel und Färbemittel . . . . .	168
2.4	Holzschutz . . . . .	78	3.7.3	Beschichtungsstoffe . . . . .	169
2.4.1	Schutz vor Insekten und Pilzen . . . . .	78	3.7.4	Auftragstechnik . . . . .	174
2.4.2	Brandschutz für Holzbauteile . . . . .	80	3.7.5	Haftungsprüfung und Beanspruchungsgruppen . . . . .	175
2.5	Holzfeuchte . . . . .	81	3.8	Schleifmittel . . . . .	177
2.6	Holz als Handelsware . . . . .	86	3.9	Umwelt- und Arbeitsschutz . . . . .	181
2.7	Furniere . . . . .	111	3.9.1	Vorschriften und Begriffe . . . . .	181
2.8	Parkett . . . . .	113	3.9.2	Gefahrstoffe in der Holztechnik . . . . .	182
2.9	Holzwerkstoffe . . . . .	115	3.9.3	Löse- und Verdünnungsmittel . . . . .	184
2.9.1	Sperrholz . . . . .	116	3.9.4	Holzstaub . . . . .	185
2.9.2	Holzspanwerkstoffe . . . . .	119			
2.9.3	Holzfaserverwerkstoffe . . . . .	122			
2.9.4	Melaminbeschichtete Platten . . . . .	124			
2.9.5	Leichtbau-Verbundwerkstoffe . . . . .	125			

# Inhaltsverzeichnis

3.9.5	Arbeitsplatzgrenzwerte, TRGS 900	187
3.9.6	Betriebsanweisung	188
3.9.7	Sicherheitsdatenblätter, H-Sätze und P-Sätze	189
3.9.8	Werte von ausgewählten Stoffen	191
3.9.9	Kennzeichnung von Gefahrstoffen	192
3.9.10	Sicherheitskennzeichnung	193

## 4 Technisches Zeichnen 195

4.1	Zeichengeräte und Materialien	196
4.2	Normschrift	198
4.3	Maßstäbe	198
4.4	Grundkonstruktionen	199
4.4.1	Geometrische Grundkonstruktionen	199
4.4.2	Rechtwinklige Parallelprojektion	207
4.4.3	Austragungen und wahre Größen	209
4.4.4	Parallelprojektionen	212
4.5	Perspektive	213
4.5.1	Übereck-Perspektive	214
4.5.2	Zentralperspektive	215
4.6	Grundlagen der Gestaltung	216
4.7	Linienarten	219
4.8	Bemaßung	222
4.9	Toleranzen und Passungen	226
4.9.1	Holz-Toleranzreihen (HT)	227
4.9.2	Eintragen von Toleranzen	227
4.9.3	Maßänderungen durch Quellen und Schwinden	228
4.9.4	Passungen	230
4.9.5	Passsysteme	231
4.10	Darstellung von Werkstoffen und Beschlägen	232
4.11	Oberflächenzeichen	235
4.12	Schraffuren von Baustoffen und Bauteilen	235
4.13	Maßordnung im Hochbau	236
4.14	Symbole in Ausführungs- zeichnungen	238

## 5 Konstruktionen 239

5.1	Möbel	241
5.1.1	Möbelarten und Gestaltung	241
5.1.2	Möbelteile und Möbelbeschläge	243
5.2	Türen	252
5.2.1	Innentüren	252
5.2.2	Außentüren	258

## 5.3 Fenster 261

5.3.1	Öffnungsarten, Konstruktionen und Fensterprofile	261
	Fenstersysteme	263
	Profilquerschnitte	264
5.3.2	Beanspruchung	266
5.3.3	Bemessung von Rahmen- querschnitten	268
5.3.4	Befestigungen	271
5.3.5	Maße am Fenster	272
5.3.6	Anschlussbildung Fenster – Baukörper	273
5.3.7	Windlasten	276
5.3.8	Wärmedämmung, Schallschutz, Einbruchschutz	281
5.3.9	Beschlag	281
5.3.10	Oberflächenbeschichtung	282
5.3.11	Verglasung	284
5.3.12	Gebrauchsklassen für Holzfenster	289
5.4	Innenausbau	290
5.4.1	Einbauschränke	290
5.4.2	Wände – Nichttragende Trennwände	292
5.4.3	Wandverkleidungen	295
5.4.4	Deckenverkleidungen	296
5.4.5	Holzfußböden	297
5.5	Treppen	298
5.5.1	Treppenarten	298
5.5.2	Maßbegriffe und Bezeichnungen	299
5.5.3	Maßliche Anforderungen	300
5.5.4	Verziehen von gewendelten Treppen	306
5.6	Küchen	307

## 6 Bauphysik 311

6.1	Dämm-, Dichtungs- und Sperrstoffe	312
	Bemessungswerte	313
6.2	Wärmeschutz	316
6.2.1	Physikalische Grundlagen	316
6.2.2	Wärmetechnische Mindestanforderungen	317
6.2.3	Wärmebrücken	322
6.2.4	Anforderungen an den Wärmeschutz im Sommer	323
6.2.5	Energieeinsparverordnung	324

# Inhaltsverzeichnis

<b>6.3 Feuchteschutz und Tauwasserschutz</b>	<b>333</b>	<b>8.3 Kalkulation</b>	<b>408</b>
6.3.1 Klimabedingter Feuchtigkeitsschutz	333	Lohnarten	410
6.3.2 Schutzmaßnahmen gegen Tauwasserbildung	335	Lohn- und Materialkosten	411
6.3.3 Feuchteschutztechnische Berechnungen	336	<b>8.4 Vergabe- und Vertragsordnung für Bauleistungen (VOB)</b>	<b>414</b>
<b>6.4 Schallschutz</b>	<b>343</b>	<b>8.5 Bauregelliste</b>	<b>417</b>
<b>6.5 Brandschutz</b>	<b>348</b>	<b>8.6 Präsentationstechniken</b>	<b>420</b>
<b>6.6 Bauen im Bestand</b>	<b>355</b>	Internetverzeichnis	423
		Sachwortverzeichnis	425 ... 440
<b>7 Fertigungsmittel</b>	<b>359</b>		
<b>7.1 Hobelbank und Bankwerkzeuge</b>	<b>361</b>	<b>In den Umschlaginnenseiten</b>	
<b>7.2 Maschinen</b>	<b>366</b>	<b>vorne:</b>	
7.2.1 Standmaschinen einschl. Musterbetriebsanweisung	366	SI-Basiseinheiten	
7.2.2 CNC-Bearbeitungszentren	369	Abgeleitete physikalische Größen	
7.2.3 Handmaschinen	370	SI-Vorsätze	
7.2.4 Elektromotoren	371	Griechisches Alphabet	
<b>7.3 Maschinenwerkzeuge</b>	<b>372</b>	<b>hinten:</b>	
7.3.1 Schneidstoffe	372	Physikalische Größen, Formelzeichen,	
7.3.2 Schnittrichtungen	372	SI-Einheiten, besondere Einheiten und Namen	
7.3.3 Werkzeugbegriffe und Schneiden- geometrie, Berechnungen	373		
7.3.4 Kreissägeblätter	376		
7.3.5 Fräswerkzeuge	378		
7.3.6 Maschinenbohrer	379		
7.3.7 Bandsägen, Streifenhobelmesser und Fräsketten	379		
<b>7.4 Pneumatik und Hydraulik</b>	<b>380</b>		
<b>7.5 Grafcet (Funktionspläne)</b>	<b>384</b>		
<b>7.6 CNC-Technik</b>	<b>386</b>		
Programmaufbau	387		
Programmschlüssel	388		
Werkstatorientierte Programmierung (WOP)	392		
<b>7.7 Informationstechnik</b>	<b>394</b>		
Struktur des Mikrocomputers	395		
Schnittstellen, Steckverbinder	396		
Vernetzung, Internet	397		
Software, Betriebssysteme	398		
<b>8 Betriebsorganisation</b>	<b>399</b>		
<b>8.1 Tischlerei-Betrieb als Dienstleister</b>	<b>400</b>		
Aufgaben und Ausführung	400		
Qualitätssicherung	402		
Ablauf- und Terminplanung	403		
<b>8.2 Begriffe der Auftrags- und Belegungszeiten</b>	<b>406</b>		

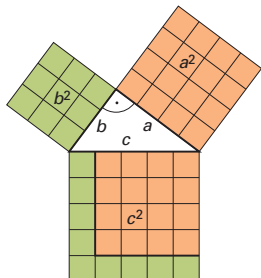
# 1 Mathematische und naturwissenschaftliche Grundlagen

1

## Inhaltsverzeichnis

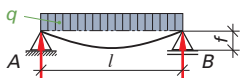
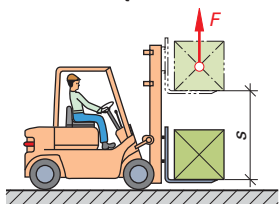
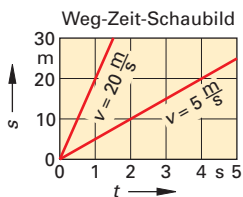
### Mathematik

Grad	0° ... 45°		↑
	sin	tan	
0	0,000 0	0,000 0	90
1	0,017 5	0,017 5	89
2	0,034 9	0,034 9	88
...	...	...	...



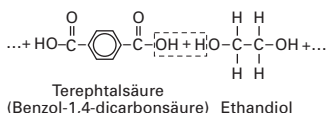
1.1	Größen und Einheiten	8
1.2	Mathematische Grundlagen	11
	■ Rechenarten, Bruchrechnung, Klammerrechnung	11
	■ Potenzen, Wurzeln, Binomische Formeln	12
1.3	Gleichungen	13
1.4	Dreisatz und Mischungsrechnen	15
1.5	Prozentrechnen und Zinsrechnen	16
1.6	Längen	17
1.7	Flächen	18
	■ Flächeninhalt, Umfang, Schwerpunkte	21
1.8	Dreiecksberechnungen und Winkelfunktionen	23
	■ Lehrsatz des Pythagoras	23
	■ Lehrsatz des Euklid, Winkelfunktionen	23
	■ Trigonometrische Funktionen	24
	■ Schiefwinklige Dreiecke	25
1.9	Körper	26
1.10	Funktionen und grafische Darstellungen	28
	■ Diagramme	29
	■ Nomogramme	30
	■ Taschenrechner	31

### Technische Physik



1.11	Kohäsion und Adhäsion	32
1.12	Masse, Dichte, Kräfte	33
1.13	Gleichförmige und beschleunigte Bewegung	36
1.14	Arbeit, Energie, Leistung, Wirkungsgrad	37
1.15	Einfache Maschinen und Antriebe	38
	■ Drehmoment und Hebel	38
	■ Riementriebe, Zahnradtriebe, Kettentriebe	39
1.16	Grundlagen der Statik und Festigkeitslehre	41
	■ Statische Systeme	41
	■ Gleichgewichtsbedingungen	41
	■ Aktionskräfte und Reaktionskräfte	41
	■ Belastungsfälle	42
	■ Beanspruchungsarten	43
	■ Knickung von Stäben	43
	■ Einwirkungen auf Tragwerke	45
	■ Tragwerksplanung	45
	■ Statische Festigkeit	46
	■ Sicherheitskonzept	46
1.17	Flüssigkeiten und Gase	47
1.18	Elektrotechnik	48
	■ Ohmsches Gesetz	48
	■ Elektrische Leistung und Arbeit	49
	■ Schutzmaßnahmen	51
	■ Hausanschlussraum	53
1.19	Wärmetechnik	54
1.20	Grundlagen der Akustik	55

### Chemie



1.21	Chemische Grundlagen	56
	■ Periodensystem	56
	■ Atomaufbau, Elemente, Chemische Bindungen	57
	■ Organische und makromolekulare Verbindungen	58
	■ Oxide, Chemie des Wassers	59
	■ Säuren, Laugen, Salze	60

## 1.1 Größen und Einheiten

Im Internationalen Einheitensystem (SI) sind die Einheiten im Messwesen festgelegt. Von den sieben Grundeinheiten (Basiseinheiten) sind weitere Einheiten abgeleitet.

### Basisgrößen und Basiseinheiten

Größe	Länge	Masse	Zeit	Elektrische Stromstärke	Temperatur	Stoffmenge	Lichtstärke
Einheit	Meter	Kilogramm	Sekunde	Ampere	Kelvin	Mol	Candela
Zeichen	m	kg	s	A	K	mol	cd
Abgeleitete Einheiten	Einheiten, die aus den Grundeinheiten mit dem Faktor 1 oder mit Potenzen abgeleitet werden, z.B. $1 \text{ N} = 1 \text{ kg m/s}^2$						
Nicht abgeleitete Einheiten	Einheiten, die durch einen anderen Faktor umgerechnet wurden, z.B. $1 \text{ min} = 60 \text{ s}$						

### Vorsätze

Faktor	10 <sup>12</sup>	10 <sup>9</sup>	10 <sup>6</sup>	10 <sup>3</sup>	10 <sup>2</sup>	10 <sup>1</sup>	10 <sup>-1</sup>	10 <sup>-2</sup>	10 <sup>-3</sup>	10 <sup>-6</sup>	10 <sup>-9</sup>	10 <sup>-12</sup>	
Vorsatz	Tera	Giga	Mega	Kilo	Hekto	Deka	Dezi	Zenti	Milli	Mikro	Nano	Piko	
Zeichen	T	G	M	k	h	da	d	c	m	μ	n	p	
vergrößernd	←						→						verkleinernd

## 1.1 Größen und Einheiten

Größe	Formel- zeichen DIN 1304	Einheit		Beziehungen zwischen den Einheiten
		Zeichen	Bedeutung	
Zeitgrößen				
Zeit	$t$	min h d	s Minute Stunde Tag	Sekunde 1 min = 60 s 1 h = 60 min = 3600 s 1 d = 24 h
Geschwindigkeit	$v$	m/s	Meter/Sekunde	1m/s = 60 m/min = 3,6 km/h
Winkel- geschwindigkeit	$\omega$	1/s	1/Sekunde	
Beschleunigung $g$	$a$	m/s <sup>2</sup>	Meter/Sekunde <sup>2</sup>	Fallbeschleunigung $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
Frequenz	$f$	Hz	Hertz	1 Hz = 1/s 1 Hz = 1 Schwingung/s
Drehzahl	$n$	1/min 1/s	1/Minute 1/Sekunde	1/min = 1 min <sup>-1</sup> 1/s = 60/min = 60 min <sup>-1</sup>
Mechanische Größen				
Masse	$m$	kg g t	Kilogramm Gramm Tonne	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg 1 t = 1000 kg
Dichte	$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Kilogramm/ Meter <sup>3</sup>	1000 kg/m <sup>3</sup> = 1 kg/dm <sup>3</sup> = 1 t/m <sup>3</sup>
Kraft Gewichtskraft	$F$ $G, F_g$	N	Newton	1 N = 1 kg m/s <sup>2</sup> = 1 J/m
Drehmoment	$M$	Nm	Newtonmeter	1 kNm = 100 daNm = 1000 Nm
Druck	$p$	Pa	Pascal	1 Pa = 1 N/m <sup>2</sup> 1 bar = 100000 Pa = 10 <sup>5</sup> bar = 10 N/cm <sup>2</sup> 1 mbar = 1 hPa
Mechanische Spannung	$\sigma$ $\tau$	N/m <sup>2</sup>	Newton/Meter <sup>2</sup>	1 MN/m <sup>2</sup> = 1 N/mm <sup>2</sup> = 1 MPa
Trägheits- moment	$I$	cm <sup>4</sup>	Zentimeter <sup>4</sup>	Flächenmoment 2. Grades
Temperatur und Wärme				
Temperatur thermodynamisch	$T$ $t, \vartheta$	K °C	Kelvin Grad Celsius	0 K = - 273 °C 0 °C = 273 K Temperaturdifferenz 1 K = 1 °C
Wärmemenge	$Q$	J	Joule	1 J = 1 Nm = 1 Ws 3600 kJ = 1 kWh
Spezifischer Heizwert	$H$	J/kg	Joule/ Kilogramm	
Elektrische Größen				
Stromstärke	$I$	A	Ampere	
Spannung	$U$	V	Volt	
Widerstand	$R$	$\Omega$	Ohm	1 $\Omega$ = 1 V/A
Spezifischer Widerstand	$\rho$	$\Omega\text{m}$	Ohmmeter	$\rho = 1/\kappa$
Leitfähigkeit	$\kappa$	S/m	Siemens/Meter	
Arbeit	$W$	Ws	Wattsekunde	1 Ws = 1 J, 1 kWh = 3,6 · 10 <sup>6</sup> Ws
Leistung	$P$	W	Watt	1 W = 1 Nm/s = 1 J/s = 1 VA

1.1 Größen und Einheiten												
Mathematische Symbole				Griechische Buchstaben								
Zeichen	Bedeutung	Zeichen	Bedeutung	groß/klein	Name							
$=$ $\neq$ $\cong$ $\approx$ $<$ $>$ $\leq$ $\geq$ $\dots$	gleich ungleich entspricht ungefähr, etwa kleiner als größer als kleiner oder gleich größer oder gleich und so weiter bis	$\overline{AB}$	Strecke AB	$A, \alpha$	Alpha							
		$( ), [ ]$ $\{ \}$	Klammern	$B, \beta$	Beta							
		$\parallel$ $\uparrow\uparrow$ $\downarrow\downarrow$	parallel gleichsinnig parallel gegensinnig parallel	$\Gamma, \gamma$	Gamma							
				$\Delta, \delta$	Delta							
				$E, \varepsilon$	Epsilon							
		$\perp$	senkrecht auf	$Z, \zeta$	Zeta							
		$\sphericalangle$	rechter Winkel	$H, \eta$	Eta							
		$\sphericalangle$	Winkel	$\Theta, \theta$	Theta							
		$\triangle$	Dreieck	$I, \iota$	Jota							
		$\odot$	Kreis	$K, \kappa$	Kappa							
		$\equiv$	kongruent zu	$\Lambda, \lambda$	Lambda							
$\Delta x$	Delta x (Differenz)	$M, \mu$	My									
$+$ $-$ $\pm$ $\times, \cdot$ $/, :, -$	plus minus plus-minus multipliziert, mal dividiert, Bruchstrich	ln  log lg	natürlicher Logarithmus Logarithmus dekadischer Logarithmus	$N, \nu$	Ny							
				$\Xi, \xi$	Xi							
				$O, o$	Omikron							
$\Sigma$ $\pi$ $\sim$	Summe von ... pi = 3,141... proportional	$\%$ $\text{‰}$	Prozent, von Hundert Promille, von Tausend	$\Pi, \pi$	Pi							
$a^n$	potenziert			$P, \varrho$	Rho							
$\sqrt{\phantom{x}}$ $\sqrt[n]{\phantom{x}}$	Quadratwurzel n-te Wurzel			$\Sigma, \sigma$	Sigma							
$l$ $A$ $V$	Länge Fläche Volumen	sin cos tan cot	Sinus Kosinus Tangens Kotangens	$T, \tau$	Tau							
				$Y, \nu$	Ypsilon							
				$\Phi, \varphi$	Phi							
				$X, \chi$	Chi							
				$\Psi, \psi$	Psi							
				$\Omega, \omega$	Omega							
Zahlensysteme												
Art		Basis	Zeichenvorrat									
Dualzahlen		2	0 1									
Dezimalzahlen		10	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9									
Hexadezimalzahlen (Sedezimalzahlen)		16	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F									
Darstellung und Umwandlung der Zahlensysteme												
Dezimalsystem				Dualsystem								
Dezimalzahl $z_{10}$ 350				Dualzahl $z_2$ 1101								
Stelle	$10^2 = 100$	$10^1 = 10$	$10^0 = 1$	Stelle	$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$				
Wert	$3 \cdot 100$	$5 \cdot 10$	$0 \cdot 1$	Wert	$1 \cdot 8 = 8$	$1 \cdot 4 = 4$	$0 \cdot 2 = 0$	$1 \cdot 1 = 1$				
Gesamt- wert, dezimal	300	+	50	Gesamt- wert, dezimal	8	+	4	+	0	+	1	= 13
Hexadezimalsystem												
Umwandlung in												
Dezimalzahl				Dualzahl								
B3E				B3E								
Stelle	$16^2 = 256$	$16^1 = 16$	$16^0 = 1$	Ziffernwert	11	3	14					
Wert	$11 \cdot 256$	$3 \cdot 16$	$14 \cdot 1$	Gruppe von 4 Bit	1011	0011	1110					
Gesamt- wert:	2816 + 48 + 14 = 2878			Dualzahl:	1011 0011 1110							

## 1.2 Mathematische Grundlagen

### Rechenarten

Art	Bezeichnung	Art	Bezeichnung
<b>Addition</b> $a + b = c$	a, b Summand c Summenwert	<b>Potenzierung</b> $a^b = c$	a Basis b Exponent c Potenzwert
<b>Subtraktion</b> $a - b = c$	a Minuend, b Subtrahend c Differenzwert	<b>Radizierung</b> $\sqrt[b]{a} = c$	a Radikand b Wurzelexponent c Wurzelwert
<b>Multiplikation</b> $a \cdot b = c$	a, b Faktor c Produktwert	<b>Logarithmierung</b> $\log_b a = c$	a Logarithmand, b Basis c Logarithmuswert
<b>Division</b> $a : b = c$	a Dividend, b Divisor c Quotientwert		

### Bruchrechnung

Begriffe	Bruchart	Kennzeichen	Beispiel
Brüche sind Teile eines Ganzen	Positive Brüche	$> 0$	$\frac{3}{4}$
	Negative Brüche	$< 0$	$-\frac{2}{5}$
	Echte Brüche	$< 1$ , Zähler < Nenner	$\frac{4}{15}$
	Unechte Brüche	$> 1$ , Zähler > Nenner	$\frac{7}{3}$
	Gleichnamige Brüche	gleiche Nenner	$\frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}$
	Ungleichnamige Brüche	ungleiche Nenner	$\frac{3}{12}, \frac{4}{5}, \frac{2}{9}$
	Scheinbruch	Nenner = 1	$\frac{6}{1}$
Rechenoperation	Regel	Beispiel	
<b>Erweitern</b>	Zähler und Nenner werden mit der gleichen Zahl multipliziert	$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$	$\frac{x}{y} = \frac{x \cdot z}{y \cdot z} = \frac{xz}{yz}$
<b>Kürzen</b>	Zähler und Nenner werden mit der gleichen Zahl dividiert	$\frac{24}{42} = \frac{12}{21}$	
<b>Addieren, Subtrahieren</b>	Brüche müssen gleichnamig sein	$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{5+6}{10} = \frac{11}{10} = 1 \frac{1}{10}$	
<b>Multiplizieren</b>	Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multiplizieren	$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{35}$	
<b>Dividieren</b>	Bruch mit Kehrwert des anderen Bruches multiplizieren	$\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$	

### Vorzeichenregel

Regel	Beispiel	Regel	Beispiel
Zwei Faktoren mit gleichen Vorzeichen ergeben ein positives Ergebnis	$3 \cdot 6 = 18$ $(-x) \cdot (-y) = xy$	Dividend und Divisor mit gleichen Vorzeichen ergeben einen positiven Quotienten	$\frac{10}{2} = 5$ $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$
Zwei Faktoren mit ungleichen Vorzeichen ergeben ein negatives Ergebnis	$(-4) \cdot 7 = -28$ $x \cdot (-y) = -xy$	Dividend und Divisor mit ungleichen Vorzeichen ergeben einen negativen Quotienten	$\frac{16}{-4} = -4$ $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$

Punktrechnungen müssen vor Strichrechnungen erfolgen

### Klammerrechnung

Regel	Beispiel
Auflösen einer Klammer mit <b>Plus</b> vor der Klammer: – Klammer kann entfallen	$x + (y - z) = x + y - z$
Auflösen einer Klammer mit <b>Minus</b> vor der Klammer: – Klammer kann entfallen, Vorzeichen in der Klammer werden umgekehrt	$5 - (10 - 4) = 5 - 10 + 4 = -1$
<b>Faktor</b> vor einem Klammersausdruck: – jedes Glied der Klammer wird mit dem Faktor multipliziert	$4(x - y + z) = 4x - 4y + 4z$

## 1.2 Mathematische Grundlagen

### Klammerrechnung (Fortsetzung)

Regel	Beispiel
<b>Multiplizieren</b> von Klammerausdrücken: – jedes Glied der einen Klammer wird mit jedem Glied der anderen Klammer multipliziert	$(a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$
Klammerausdruck durch <b>Divisor</b> : – jedes Glied der Klammer wird durch den Divisor dividiert – Ein Bruchstrich ersetzt eine Klammer	$\frac{18a - 12b}{3} = \frac{18a}{3} - \frac{12b}{3} = 6a - 4b$
<b>Auflösen</b> von Klammern: – Bei Klammern von innen nach außen auflösen – Bei gemischten Punkt- und Strichrechnungen zuerst Klammer auflösen, danach Punkt- vor Strichrechnung	$\begin{aligned} 6x - [x + y(y - a) + y^2] \\ = 6x - [x + y^2 - ay + y^2] \\ = 6x - x - 2y^2 + ay = 5x - 2y^2 + ay \end{aligned}$
<b>Gemeinsamer Faktor</b> : – ein gemeinsamer Faktor in einem Term wird vor die Klammer gesetzt	$\begin{aligned} bx - 2ax + 3x + cx \\ = x(b - 2a + 3 + c) \end{aligned}$

### Potenzen

Regel	Beispiel
Potenzen mit dem Exponenten Null haben den Wert 1	$10^0 = 1, (x + y)^0 = 1$
Multiplizieren von Potenzen mit gleicher Basis: – Exponenten werden addiert	$a^2 \cdot a^3 = a^5, a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
Dividieren von Potenzen mit gleicher Basis: – Exponenten werden subtrahiert	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
Potenzen mit negativen Exponenten sind gleich dem reziproken Wert der gleichen Potenz	$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$

### Wurzeln

Regel	Beispiel
Wurzeln können als Potenzen geschrieben werden.	$\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}, \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$
Radikant als Produkt: Wurzel kann entweder aus dem Produkt oder aus jedem Faktor gezogen werden.	$\begin{aligned} \sqrt{5 \cdot 5} &= \sqrt{25} = 5 \\ \sqrt{a \cdot b} &= \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \end{aligned}$
Radikand als Summe oder Differenz: (Wurzel kann nur aus dem Ergebnis gezogen werden)	$\sqrt{20 + 16} = \sqrt{36} = 6, \sqrt{x - y} = \sqrt{(x - y)}$

### Binomische Formeln

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b)^2 &= (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2 \\ (a + b)(a - b) &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

#### Höhere Potenzen

$$\begin{aligned} (a \pm b)^3 &= a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 \\ (a \pm b)^4 &= a^4 \pm 4a^3b + 6a^2b^2 \pm 4ab^3 + b^4 \end{aligned}$$

#### Sonderfälle

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 &= (a + b)(a^2 - ab + b^2) \\ a^3 - b^3 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) \\ a^4 - b^4 &= (a^2 + b^2)(a^2 - b^2) \end{aligned}$$

### Logarithmen

$$\log_a b = c, \text{ wenn } a^c = b \text{ für } a > 0 \text{ und } b > 0$$

Dekadischer Logarithmus	$\lg a = \log_{10} a$
-------------------------	-----------------------

Natürlicher Logarithmus	$\ln a = \log_e a$ $e = 2,711828\dots$
-------------------------	---

Sonderfälle	$\lg 1 = 0, \quad \ln 1 = 0$ $\log_a 1 = 0, \quad \log_a a = 1$ $\lg 10 = 1, \quad \ln e = 1$
-------------	---

Gesetze	$\log(ab) = \log a + \log b$ $\log a/b = \log a - \log b$ $\log(b^n) = n \log b$ $\log \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log b$
---------	---

Umrechnungen	$\ln a = \ln 10 \cdot \lg a$ $\lg a = \lg e \cdot \ln a$ $\lg e = M = 0,4343\dots$ $\ln 10 = \frac{1}{M} = 2,3026\dots$
--------------	--

## 1.3 Gleichungen

### Definitionen

- Terme  $T_1, T_2, \dots$  sind Zahlen (Konstanten), Variablen und Verknüpfungen derselben nach den Rechenregeln.

#### Beispiele

$$7, x, 4-3, x+3, y-x, \\ 4 \cdot x, 4x, 4a+3b^2-2ab+5$$

- Gleichungen sind Aussageformen, die durch Verbindung zweier Terme mit einem Gleichheitszeichen entstehen:  $T_1 = T_2$

#### Beispiele

$$6 - x = 4 + x^2, \quad x = 4 + y, \quad x^2 - 4x + 9 = 5$$

- Gleichungen, die nur Konstanten enthalten, sind Aussagen. Sie sind entweder wahr (Identitäten) oder falsch.

#### Beispiele

$$3 = 7 - 4 \text{ (wahr)}, \\ 5 \cdot (7 + 2) \cdot (8 - 6) = 55 \text{ (falsch)}$$

- Gleichungen mit Variablen sind nur dann wahr, wenn die Variablen durch Elemente der Lösungsmenge ersetzt werden.

### Äquivalenzumformungen

Äquivalenzumformung heißt jede Umformung einer Gleichung (Ungleichung) in eine andere Gleichung (Ungleichung) mit gleicher Lösungsmenge.

Hierfür gelten folgende Regeln:

- Einsetzen äquivalenter Terme (Klammerauflösung, Zusammenfassung usw.):  
 $4(x+2) = 7-5 \Leftrightarrow 4x+8=2$
- Addition oder Subtraktion gleicher Terme auf beiden Seiten einer Gleichung (Ungleichung):  
 $4x+2y=3y+2 \Leftrightarrow 4x+2y+z=3y+2+z$
- Multiplikation oder Division gleicher positiver Terme auf beiden Seiten einer Gleichung (Ungleichung).
- Multiplikation oder Division gleicher negativer Terme auf beiden Seiten einer Gleichung (Ungleichung) bei gleichzeitiger Änderung des Verbindungszeichens:  
 $> \text{ in } <, \geq \text{ in } \leq, < \text{ in } >, \geq \text{ in } \leq, \\ = \text{ bleibt } =, \neq \text{ bleibt } \neq$
- Vertauschung der Terme auf beiden Seiten einer Gleichung (Ungleichung) bei gleichzeitiger Änderung der Verbindungszeichen wie in Regel ④.

### Bestimmungsgleichungen

- Bestimmungsgleichungen sind Zahlengleichungen mit einer Variablen. Sie sind entweder algebraisch oder transzendent (z.B.  $y = \sin x$ ).
- Algebraische Gleichungen haben die Form  
 $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n = 0$   
für natürliche Zahlen  $n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ). Sie heißen Gleichungen  $n$ -ten Grades für  $a_n \neq 0$ .  
 $a_0, a_1, \dots, a_n$  heißen Koeffizienten

### Ungleichungen

- Ungleichungen sind Aussageformen, die durch Verbindung zweier Terme mit einem der nachstehend aufgeführten Zeichen entstehen:  $>, \geq, \neq, \leq, <$
- Ungleichungen, die nur Konstanten enthalten, sind Aussagen.

#### Beispiel für eine Aussage

$$7 + 3 \cdot 6 > 4 \\ \Leftrightarrow 25 > 4 \quad (\text{wahr})$$

#### Beispiel für eine lineare Ungleichung

$$\begin{array}{l|l} 5x - 4 \leq 2x + 2 & +4 \\ 5x \leq 2x + 6 & -2x \\ 3x \leq 6 & :3 \end{array}$$

#### Lösung

$$x \leq 2 \\ \text{Lösungsmenge } \mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\}$$

### Umwandlung einfacher Gleichungen

#### Beispiele

$a = \frac{b}{c} \Rightarrow$	$b = a \cdot c \Rightarrow$	$c = \frac{b}{a}$
$a = b + c \Rightarrow$	$b = a - c \Rightarrow$	$c = a - b$
$\varrho = \frac{m}{V}$ Dichte $\varrho$	$m = V \cdot \varrho$ Masse $m$	$V = \frac{m}{\varrho}$ Volumen $V$
$2s + a = 63 \text{ cm}$ Schrittmäßregel	$a = 63 \text{ cm} - 2s$ Auftritt $a$	$s = \frac{63 \text{ cm} - a}{2}$ Steigung $s$
$a + s = 46 \text{ cm}$ Sicherheitsregel	$a = 46 \text{ cm} - s$ Auftritt $a$	$s = 46 \text{ cm} - a$ Steigung $s$
$a - s = 12 \text{ cm}$ Bequemlichkeitsregel	$a = 12 \text{ cm} + s$ Auftritt $a$	$s = a - 12 \text{ cm}$ Steigung $s$
$A = \pi \cdot r^2$ Kreisfläche $A$	$r^2 = \frac{A}{\pi}$ $r^2 = r \cdot r$	$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$ Radius $r$

## 1.3 Gleichungen

### Verhältnisgleichung, Proportionen

Zwei Verhältnisse mit gleichen Werten können gleichgesetzt werden und als Gleichung geschrieben werden. Das Verhältnis (eine Proportion) kann auch als Bruchgleichung oder als Produktengleichung geschrieben werden.

**Außenglieder**

$$a : b = 3 : 4$$

**Innenglieder**

oder

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$$

Bruchgleichung

Eine Verhältnisgleichung kann als Produktengleichung geschrieben werden.

$$a : b = 3 : 4$$

$$3b = 4a$$

$$\text{Innenglied} \times \text{Innenglied} =$$

$$\text{Außenglied} \times \text{Außenglied}$$

**Beispiel** Die Schrankenhöhe  $H$  verhält sich zur Schrankenbreite  $B$  nach dem Goldenen Schnitt  
► S. 200, 216. Die Breite soll 65 cm sein.

$$B : H = 1 : 1,618$$

$$H = 1,618 \cdot 65 \text{ cm} = 105,2 \text{ cm}$$

### Gleichungen 1. Grades (lineare Gleichungen)

► S. 28

Normalform:  $ax + b = 0$

Konstanten:  $a, b$  mit  $a \neq 0$

Variable:  $x$

$$\text{Lösung: } x = -\frac{b}{a}$$

$$\text{Lösungsmenge: } \mathbb{L} = \left\{ -\frac{b}{a} \right\}$$

Lineare Gleichungen haben genau eine Lösung.

**Beispiel**

$$\begin{array}{lcl} 4(x+1) - 1 = 15 + 8x & \text{Klammer lösen} & \\ 4x + 4 - 1 = 15 + 8x & -8x & \\ 4x + 4 - 1 - 8x = 15 & -15 & \\ 4x + 4 - 1 - 8x - 15 = 0 & \text{Zusammenfassen} & \\ -4x - 12 = 0 & \cdot (-1) & \\ 4x + 12 = 0 & & \end{array}$$

$$\text{Lösung: } x = -3$$

$$\text{Lösungsmenge: } \mathbb{L} = \{-3\}$$

### Gleichungen 2. Grades (quadratische Gleichungen)

► S. 28

Normierte Form:  $x^2 + px + q = 0$

Konstanten:  $p, q$

Variable:  $x$

$$\text{Diskriminante: } D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$D > 0$  zwei reelle Lösungen

$D = 0$  eine reelle Lösung (Doppellösung)

$D < 0$  keine reelle Lösung

**Lösungen ( $p, q$ -Formel):**

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

**Beispiel**

$$\begin{array}{lcl} (3x-2)(x+2) = 5-2x & \text{Klammer lösen} & \\ 3x^2 + 4x - 4 = 5 - 2x & +2x - 5 & \\ 3x^2 + 6x - 9 = 0 & :3 & \\ x^2 + 2x - 3 = 0 & \text{Normierte Form} & \end{array}$$

$$x_1 = -\frac{2}{2} + \sqrt{4} = 1 \quad x_2 = -\frac{2}{2} - \sqrt{4} = -3$$

### Gleichungssysteme – Lineare Gleichungen mit 2 Variablen

Ein lineares Gleichungssystem (LSG) ist ein System von zwei oder mehreren linearen Gleichungen mit mindestens zwei Variablen.  $a_{11}x + a_{12}y = b_1$  und  $a_{21}x + a_{22}y = b_2$

$a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$  sind Konstanten mit Doppelindizes, die die Stellung der Konstanten im System beschreiben: 11 → 1. Zeile, 1. Spalte 22 → 2. Zeile, 2. Spalte

$x$  und  $y$  sind die Variablen (Unbekannten)

**Beispiel Gleichsetzungsmethode**

$$\begin{array}{lcl} 3x + 7y = 7 & \text{und} & 3y + 5x = -36 \\ 7y = -3x + 7 & & 3y = -5x - 36 \end{array}$$

→ durch Einsetzen in die Gleichung

$$y = 1/7 \cdot (-3x + 7) \quad y = 1/3 \cdot (-5x - 36)$$

$$\rightarrow x = -10,5 \quad \text{und} \quad y = 5,5$$

**Beispiel Additionsmethode**

$$\begin{array}{lcl} 3x + 7y = 7 & \text{und} & 3y + 5x = -36 \\ 9x + 21y = 21 & & -21y - 35x = 252 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \rightarrow 9x + 21y = 21 \\ \rightarrow -35x - 21y = 252 \end{array} \right\} \oplus \quad -26x = 273$$

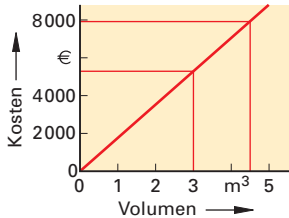
$$\rightarrow x = -10,5 \quad \text{und} \quad y = 5,5$$

## 1.4 Dreisatzrechnen und Mischungsrechnen

### Verhältnisse beim Dreisatz

Satz	direkt	indirekt
1. Aussagesatz	$x \Rightarrow y$	$x \Rightarrow y$
2. Einheitsatz	$1 \Rightarrow \frac{y}{x}$	$1 \Rightarrow y \cdot x$
3. Schlussatz	$x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x_1}{x}$	$x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x}{x_1}$

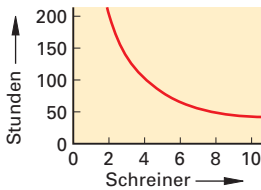
### Dreisatz mit geradem Verhältnis (direkt)



**Beispiel** 4,50 m³ Eichenholz kosten 7875,00 €. Wieviel kosten 3,00 m³?

- 4,50 m³ Eichenholz kosten 7875 €
- 1,00 m³ Eichenholz kosten  $\frac{7875,00 \text{ €}}{4,50}$
- 3,00 m³ Eichenholz kosten  $\frac{7875,00 \text{ €} \cdot 3,00}{4,50}$   
**= 5250,00 €**

### Dreisatz mit umgekehrtem Verhältnis (indirekt)



**Beispiel** 5 Schreiner benötigen für eine Montagearbeit 80 Stunden. Wie lange dauert die Montage, wenn 8 Schreiner zur Verfügung stehen?

- 5 Schreiner benötigen 80 h
- 1 Schreiner benötigt  $5 \cdot 80$  h
- 8 Schreiner benötigen  $\frac{5 \cdot 80 \text{ h}}{8} = 50 \text{ h}$

### Zusammengesetzter (doppelter) Dreisatz

Es werden 3 Größen gegenübergestellt. Die gesuchte Größe wird stufenweise errechnet. In jeder Stufe wird nur eine Größe verändert.

- Beispiel** 6 Parkettleger verlegen bei 8-stündiger Arbeitszeit pro Tag 210 m² Parkett. Wie viel m² Parkett verlegen 5 Parkettleger bei einer Arbeitszeit von 9 h/Tag?
- Dreisatz: 6 Parkettleger verlegen in 8 h  $\frac{210 \text{ m}^2}{6}$   
1 Parkettleger verlegt in 8 h  $\frac{210 \text{ m}^2}{6}$   
5 Parkettleger verlegen in 8 h  $\frac{210 \text{ m}^2 \cdot 5}{6}$
  - Dreisatz: 5 Parkettleger verlegen in 1 h  $\frac{210 \text{ m}^2 \cdot 5}{6 \cdot 8}$   
5 Parkettleger verlegen in 9 h  $\frac{210 \text{ m}^2 \cdot 5 \cdot 9}{6 \cdot 8} = 196,875 \text{ m}^2$

### Mischungsrechnen

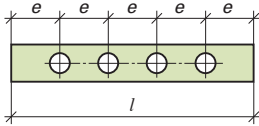
Regel	nach Massanteilen	nach Raumteilen	nach Prozent
Mischungsverhältnis = A : B : C : ... Gesamtmenge = A + B + C + ... Grundmenge GM (Teil 1) $= \frac{\text{Gesamtmenge}}{\text{Teile}}$	<b>Beispiel</b> 5 kg Leimpulver zu Streckmittel, wie 15 : 3. Streck- $= \frac{5 \text{ kg} \cdot 3}{15} = 1 \text{ kg}$ mittel GM = $\frac{(5 + 1) \text{ kg}}{15 + 3}$ = 0,33 kg	<b>Beispiel</b> 2 l Mischung aus Stoff A und B im Verhältnis 2 : 3. GM = $\frac{2 \text{ l}}{2 + 3} = 0,4 \text{ l}$ A = 2 · 0,4 l = 0,8 l B = 3 · 0,4 l = 1,2 l	<b>Beispiel</b> 10%ige Lösung aus Säure und 2 l Wasser. Säure : Wasser = 10 : 100 Säure = $\frac{2 \text{ l} \cdot 10}{90}$ = 0,222 l

1.5 Prozentrechnen und Zinsrechnen								
Prozentrechnen								
Rechnen mit reinem Grundwert								
<ul style="list-style-type: none"><li>Prozent % <math>\cong 1/100</math></li><li>Grundwert <math>G</math></li><li>Prozentwert <math>PW</math></li><li>Prozentsatz <math>p</math> (%)</li></ul>	$G = \frac{PW \cdot 100 \%}{p}$ $PW = \frac{G \cdot p}{100 \%}$ $p = \frac{PW \cdot 100 \%}{G}$	<p><b>Beispiel</b> Eiche hat einen tangentialen Schwindverlust von 8,9 %. Um wie viel mm schwindet ein Seitenbrett mit einer Breite <math>b = 320</math> mm?</p> <p><b>Lösung</b> <math>PW = \frac{320 \text{ mm} \cdot 8,9 \%}{100 \%} = 28,48 \text{ mm}</math></p>						
Rechnen mit vermindertem Grundwert								
<ul style="list-style-type: none"><li>Verminderter Grundwert <math>G_{\min}</math></li></ul> <table><tr><th>Verminderter Grundwert</th><th>Prozentwert (PW)</th></tr><tr><td><math>100 \% - p \%</math></td><td><math>p \%</math></td></tr><tr><td colspan="2"><math>100 \% = \text{Grundwert (G)}</math></td></tr></table>	Verminderter Grundwert	Prozentwert (PW)	$100 \% - p \%$	$p \%$	$100 \% = \text{Grundwert (G)}$		$G_{\min} = G - PW$ $G = \frac{G_{\min} \cdot 100 \%}{100 \% - p}$	<p><b>Beispiel</b> Ein Kunde bezahlt wegen mangelhafter Arbeit 10 % weniger vom Bruttopreis und überweist 16500,00 €. Wie hoch war der Bruttopreis?</p> <p><b>Lösung</b> <math>G = \frac{16500,00 \text{ €} \cdot 100 \%}{100 \% - 10 \%}</math> <math>G = 18333,33 \text{ €}</math></p>
Verminderter Grundwert	Prozentwert (PW)							
$100 \% - p \%$	$p \%$							
$100 \% = \text{Grundwert (G)}$								
Rechnen mit vermehrtem Grundwert								
<ul style="list-style-type: none"><li>Vermehrter Grundwert <math>G_{\text{mehr}}</math></li></ul> <table><tr><th>Grundwert (G)</th><th>Prozentwert (PW)</th></tr><tr><td><math>100 \%</math></td><td><math>p \%</math></td></tr><tr><td colspan="2"><math>100 \% + p \% = \text{vermehrter Grundwert}</math></td></tr></table>	Grundwert (G)	Prozentwert (PW)	$100 \%$	$p \%$	$100 \% + p \% = \text{vermehrter Grundwert}$		$G_{\text{mehr}} = G + PW$ $G = \frac{G_{\text{mehr}} \cdot 100 \%}{100 \% + p}$	<p><b>Beispiel</b> Ein Arbeiter erhält nach der Lohn-erhöhung von 3,5 % einen Stundenlohn von 13,40 €. Errechnen Sie den vorherigen Lohn?</p> <p><b>Lösung</b> <math>G = \frac{13,40 \text{ €} \cdot 100 \%}{100 \% + 3,5 \%} = 12,95 \text{ €}</math></p>
Grundwert (G)	Prozentwert (PW)							
$100 \%$	$p \%$							
$100 \% + p \% = \text{vermehrter Grundwert}$								
Zinsrechnen								
<ul style="list-style-type: none"><li>Kapital <math>K</math> (€)</li><li>Zinsen <math>Z</math> (€)</li><li>Zinssatz <math>p</math> (%/Jahr)</li><li>Laufzeit <math>t</math> (Jahre)</li><li>1 Zinsjahr 360 Tage</li><li>1 Zinsmonat 30 Tage</li></ul> <p>Mit dem Zinssatz werden die Zinsen für ein Jahr berechnet.</p> <table><tr><th>Kapitalwert (K)</th><th>(Z)</th></tr></table>	Kapitalwert (K)	(Z)	$K = \frac{Z \cdot 100 \%}{p \cdot t}$ $Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \%}$ $p = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot t}$ $t = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot p}$	<p><b>Beispiel</b> Ein Betrieb erhält einen Kredit über 40000,00 € mit einem Zinssatz von 8,5 %.</p> <p>a) Berechnen Sie die Zinsen für 2 Jahre. b) Wie hoch wäre der Zinssatz, wenn bei gleicher Laufzeit 7400,00 € Zinsen anfallen würden?</p> <p><b>Lösung</b> (Berechnung für ein Jahr) <math>Z = \frac{40000,00 \text{ €} \cdot 8,5 \% \cdot 2}{100 \%}</math> <math>Z = 6800,00 \text{ €}</math> <math>p = \frac{7400,00 \text{ €} \cdot 100 \%}{40000,00 \text{ €} \cdot 2} = 9,25 \%</math></p>				
Kapitalwert (K)	(Z)							
Zinseszinsrechnung								
<p>Die Zinsen werden dem Kapital am Jahresende zugerechnet und mitverzinst.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>Anzahl der Jahre <math>n</math></li></ul>	<p>Kapital nach <math>n</math> Jahren:</p> $K_n = K \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$	<p><b>Beispiel</b> Ein Schreiner legt bei einer Bank 5000,00 € festverzinslich an. Wie hoch ist sein Kapital nach 10 Jahren?</p> <p><b>Lösung</b> <math>K_{10} = 5000,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{4,5 \%}{100 \%}\right)^{10}</math> <math>K_{10} = 7764,85 \text{ €}</math></p>						

## 1.6 Längen

### Längenteilung

Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände

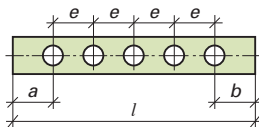


$$e = \frac{l}{n+1}$$

$$z = n + 1$$

$l$  Gesamtlänge, Teilungsstrecke  
 $e$  Länge der Abstände  
 $n$  Anzahl der Teilungselemente  
 $z$  Anzahl der Abstände

Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände mit Randabstand

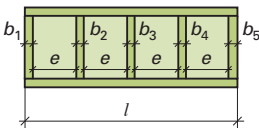


$$e = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

$a, b$  Randabstände

Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände mit Unterbrechungen

► S. 199

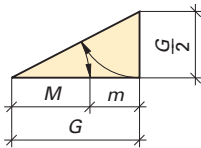


$$e = \frac{l - (b_1 + \dots + b_n)}{n - 1}$$

$b_1, \dots, b_n$  Unterbrechungen  
 $e$  Abstand  
 $n$  gleiche Abstände

### Goldener Schnitt

► S. 200



$$M = \frac{G}{2} (\sqrt{5} - 1)$$

$$M = G \cdot 0,618$$

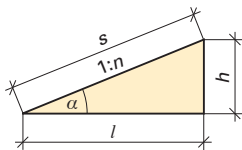
$$m = M \cdot 0,618$$

$$m = G \cdot 0,382$$

$G$  Gesamtstrecke  
 $M$  Major  
 $m$  minor

► Kapitel 4.4

### Steigung



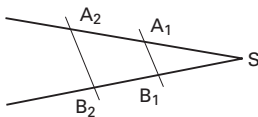
$$m = \frac{h}{l} = \tan \alpha$$

$$m\% = \frac{h \cdot 100\%}{l}$$

$$n = \frac{1}{m} = \frac{l}{h}$$

$m$  Steigungsverhältnis  
 $h$  Höhe  
 $l$  Länge  
 $\alpha$  Steigungswinkel  
 $m\%$  Steigung in Prozent  
 $n$  Verhältniszahl der Steigung

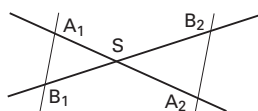
### Strahlensätze



$$\frac{\overline{SA_1}}{\overline{SA_2}} = \frac{\overline{SB_1}}{\overline{SB_2}}$$

$$\frac{\overline{SA_1}}{\overline{A_1A_2}} = \frac{\overline{SB_1}}{\overline{B_1B_2}}$$

Werden zwei Strahlen von Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Abschnitte auf dem einen Strahl wie die gleichliegenden Abschnitte auf dem anderen Strahl.

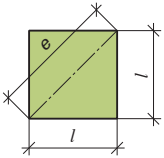
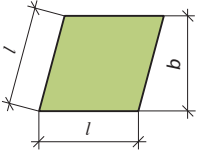
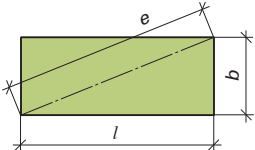
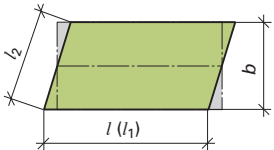
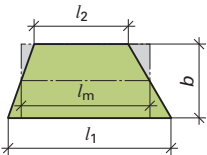
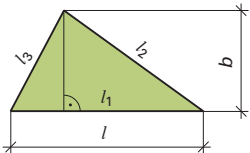


$$\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{A_2B_2}} = \frac{\overline{SA_1}}{\overline{SA_2}}$$

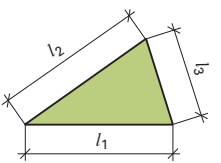
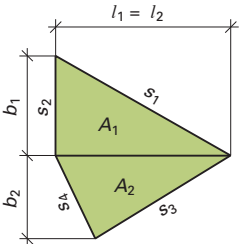
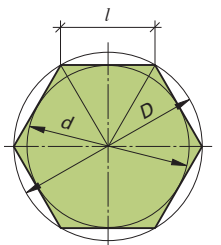
$$\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{A_2B_2}} = \frac{\overline{SB_1}}{\overline{SB_2}}$$

Werden zwei Strahlen von Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Abschnitte auf den Parallelen zueinander, wie die vom Scheitel aus gemessenen zugehörigen Strahlenabschnitte.

## 1.7 Flächen

<b>Quadrat</b> 	$A = l^2$ $U = 4 \cdot l$ $e = \sqrt{2} \cdot l$	<p>A Fläche  U Umfang  l Seitenlänge  e Diagonale</p> <p><b>Beispiel</b>  <math>l = 75 \text{ cm}</math>  <math>A = l^2 = (75 \text{ cm})^2 = 5625 \text{ cm}^2</math>  <math>e = \sqrt{2} \cdot l = \sqrt{2} \cdot 75 \text{ cm} = 106,07 \text{ cm}</math></p>
<b>Raute (Rhombus)</b> 	$A = l \cdot b$ $U = 4 \cdot l$	<p>A Fläche  U Umfang  l Seitenlänge  b Breite</p> <p><b>Beispiel</b>  <math>l = 4,5 \text{ m}; \quad b = 3,0 \text{ m}</math>  <math>A = l \cdot b = 4,5 \text{ m} \cdot 3,0 \text{ m} = 13,5 \text{ m}^2</math></p>
<b>Rechteck</b> 	$A = l \cdot b$ $U = 2 \cdot (l + b)$ $e = \sqrt{l^2 + b^2}$	<p>A Fläche  U Umfang  e Diagonale</p> <p><b>Beispiel</b>  <math>l = 120 \text{ mm}; \quad b = 80 \text{ mm}</math>  <math>A = l \cdot b = 120 \text{ mm} \cdot 80 \text{ mm} = 9600 \text{ mm}^2</math>  <math>e = \sqrt{l^2 + b^2} = \sqrt{(120 \text{ mm})^2 + (80 \text{ mm})^2} = 144,2 \text{ mm}</math></p>
<b>Parallelogramm (Rhomboid)</b> 	$A = l \cdot b$ $U = 2 \cdot (l_1 + l_2)$	<p>A Fläche  U Umfang  l (l1) Länge  l2 Seitenlänge  b Breite</p> <p><b>Beispiel</b>  <math>l = 80 \text{ cm}; \quad b = 65 \text{ cm}</math>  <math>A = l \cdot b = 80 \text{ cm} \cdot 65 \text{ cm} = 5200 \text{ cm}^2</math></p>
<b>Trapez</b> 	$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$ $U = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$ $l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$	<p>A Fläche  U Umfang  b Breite</p> <p><math>l_1</math> große Länge  <math>l_2</math> kleine Länge  <math>l_3, l_4</math> Seitenlänge</p> <p><b>Beispiel</b>  <math>l_1 = 2,6 \text{ m}; \quad l_2 = 2,0 \text{ m}; \quad b = 1,8 \text{ m}</math>  <math>A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b = \frac{2,6 \text{ m} + 2,0 \text{ m}}{2} \cdot 1,8 \text{ m} = 4,14 \text{ m}^2</math></p>
<b>Dreieck</b> 	$A = \frac{l \cdot b}{2}$ $U = l_1 + l_2 + l_3$	<p>A Fläche  U Umfang  l1, l2, l3 Seitenlängen</p> <p><math>l</math> Länge  <b>b</b> Breite (Höhe)</p> <p><b>Beispiel</b>  <math>l = 72 \text{ mm}; \quad b = 31 \text{ mm}</math>  <math>A = \frac{l \cdot b}{2} = \frac{72 \text{ mm} \cdot 31 \text{ mm}}{2} = 1116 \text{ mm}^2</math></p> <p>► Rechtwinklige Dreiecke S. 23</p>

# 1.7 Flächen

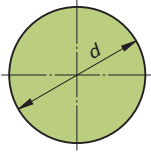
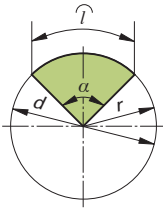
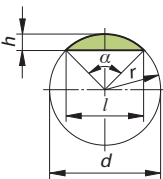
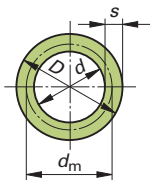
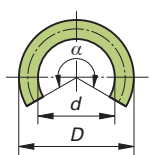
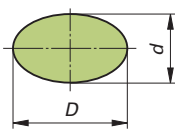
<b>Dreieck</b> 	<b>Heronische Dreiecks-Formel</b> $s = \frac{1}{2} (l_1 + l_2 + l_3)$ $A = \sqrt{s \cdot (s - l_1) \cdot (s - l_2) \cdot (s - l_3)}$ $U = l_1 + l_2 + l_3$	<b>A</b> Fläche <b>s</b> halber Umfang <b>l<sub>1</sub>, l<sub>2</sub>, l<sub>3</sub></b> Seitenlängen  <b>Beispiel</b> $l_1 = 72 \text{ cm}, l_2 = 50 \text{ cm}, l_3 = 42 \text{ cm}$ $s = \frac{1}{2} (72 + 50 + 42) \text{ cm} = 82 \text{ cm}$ $A = 1024,5 \text{ cm}^2$
<b>Unregelmäßiges Vieleck</b> 	<b>A = Σ aller Teilflächen</b> $A = A_1 + A_2 + \dots + A_n$ $U = s_1 + s_2 + \dots + s_n$ $U = \Sigma \text{ aller Seitenlängen}$	<b>A</b> Gesamtfläche <b>A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, ..., A<sub>n</sub></b> Teilflächen <b>l<sub>1</sub>, l<sub>2</sub> ...</b> Länge <b>b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub> ...</b> Breite  <b>Beispiel</b> $l_1 = l_2 = 110 \text{ cm}, b_1 = 50 \text{ cm}, b_2 = 45 \text{ cm}$ $A_1 = \frac{l_1 \cdot b_1}{2} = 2750 \text{ cm}^2$ $A_2 = \frac{l_2 \cdot b_2}{2} = 2475 \text{ cm}^2$ $A = A_1 + A_2 = 5225 \text{ cm}^2$
<b>Regelmäßiges Vieleck</b> 	$A = n \cdot \frac{l \cdot d}{4}$ $l = D \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$ $d = \sqrt{D^2 - l^2}$ <p><b>Achtung</b>  Die untenstehende Tabelle wird auch mit <i>R</i> (Umkreisradius) und <i>r</i> (Inkreisradius) angeboten.</p>	<b>A</b> Fläche <b>n</b> Anzahl der Ecken <b>l</b> Seitenlänge <b>d</b> Inkreisdurchmesser <b>D</b> Umkreisdurchmesser  <b>Beispiel</b> Achteck mit $D = 60 \text{ cm}$ $l = 60 \text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{8}\right) = 22,96 \text{ cm}$ $d = \sqrt{(60 \text{ cm})^2 - (22,96 \text{ cm})^2} = 55,43 \text{ cm}$ $A = 8 \cdot \frac{22,96 \text{ cm} \cdot 55,43 \text{ cm}}{4} = 2545,3 \text{ cm}^2$

## Berechnung regelmäßiger Vielecke

Anzahl der Ecken	Fläche			Seitenlänge		Inkreis-durchmesser		Umkreis-durchmesser	
	aus <i>l</i>	aus <i>d</i>	aus <i>D</i>	aus <i>d</i>	aus <i>D</i>	aus <i>l</i>	aus <i>D</i>	aus <i>l</i>	aus <i>d</i>
	<i>l</i> mal	<i>d</i> <sup>2</sup> mal	<i>D</i> <sup>2</sup> mal	<i>d</i> mal	<i>D</i> mal	<i>l</i> mal	<i>D</i> mal	<i>l</i> mal	<i>d</i> mal
3	0,433	1,299	0,325	1,732	0,867	0,578	0,500	1,154	2,000
4	1,000	1,000	0,500	1,000	0,707	1,000	0,707	1,414	1,414
5	1,721	0,908	0,595	0,727	0,588	1,376	0,809	1,702	1,236
6	2,598	0,866	0,649	0,577	0,500	1,732	0,866	2,000	1,155
8	4,828	0,829	0,707	0,414	0,383	2,414	0,924	2,614	1,082
10	7,694	0,812	0,735	0,325	0,309	3,078	0,951	3,236	1,052
12	11,196	0,804	0,750	0,268	0,259	3,732	0,966	3,864	1,035

**Beispiel** Achteck mit  $D = 60 \text{ cm}$   
 $A = D^2 \cdot 0,707 = (60 \text{ cm})^2 \cdot 0,707 = 2545,2 \text{ cm}^2, \quad d = D \cdot 0,924 = 60 \text{ cm} \cdot 0,924 = 55,44 \text{ cm}$   
 $l = D \cdot 0,383 = 60 \text{ cm} \cdot 0,383 = 22,98 \text{ cm}$

## 1.7 Flächen

<b>Kreis</b> 	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \pi \cdot r^2$ $U = \pi \cdot d = \pi \cdot 2 \cdot r$ $\frac{\pi}{4} = 0,785$	<p>A Fläche  U Umfang  d Durchmesser  r Radius</p> <p><b>Beispiel</b> <math>d = 80 \text{ mm}</math></p> $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (80 \text{ mm})^2}{4} = 5026,5 \text{ mm}^2$ $U = \pi \cdot d = \pi \cdot 80 \text{ mm} = 251,3 \text{ mm}$
<b>Kreisausschnitt</b> 	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$ $A = \frac{\hat{l} \cdot r}{2}$ $\hat{l} = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$	<p>A Fläche  d Durchmesser  r Radius  <math>\hat{l}</math> Bogenlänge  <math>\alpha</math> Mittelpunktswinkel</p> <p><b>Beispiel</b> <math>d = 52 \text{ mm}</math>, <math>\alpha = 80^\circ</math></p> $\hat{l} = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 52 \text{ mm} \cdot 80^\circ}{360^\circ}$ $\hat{l} = 36,3 \text{ mm}$ $A = \frac{\hat{l} \cdot r}{2} = \frac{36,3 \text{ mm} \cdot 26 \text{ mm}}{2}$ $A = 471,9 \text{ mm}^2$
<b>Kreisabschnitt</b> 	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} - \frac{l \cdot (r - h)}{2}$ <p>Näherungsformel:</p> $A \approx \frac{2}{3} \cdot l \cdot h$ $l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$ $h = 2 \cdot \sqrt{r \cdot (2r - h)}$	<p>A Fläche  d Durchmesser  r Radius  l Sehnenlänge  <math>\alpha</math> Mittelpunktswinkel  h Höhe</p> <p><b>Beispiel</b> <math>l = 52 \text{ mm}</math>, <math>h = 15,1 \text{ mm}</math></p> $A \approx \frac{2}{3} \cdot l \cdot h = \frac{2}{3} \cdot 52 \text{ mm} \cdot 15,1 \text{ mm}$ $A = 523,5 \text{ mm}^2$
<b>Kreisring</b> 	$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$ $A = \pi \cdot d_m \cdot s$	<p>A Fläche  D großer Durchmesser  d kleiner Durchmesser  <math>d_m</math> mittlerer Durchmesser  s Breite</p> <p><b>Beispiel</b> <math>D = 75 \text{ cm}</math>, <math>d = 20 \text{ cm}</math></p> $A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} \cdot ((75 \text{ cm})^2 - (20 \text{ cm})^2)$ $A = 4103,7 \text{ cm}^2$
<b>Kreisringausschnitt</b> 	$A = \frac{\pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ} \cdot (D^2 - d^2)$ $U = \frac{\pi \cdot \alpha}{360^\circ} \cdot (D + d) + (D - d)$	<p>A Fläche  D großer Durchmesser  U Umfang  d kleiner Durchmesser  <math>\alpha</math> Mittelpunktswinkel</p> <p><b>Beispiel</b> <math>D = 75 \text{ cm}</math>, <math>d = 20 \text{ cm}</math>, <math>\alpha = 230^\circ</math></p> $A = \frac{\pi \cdot 230^\circ}{4 \cdot 360^\circ} (75^2 - 20^2) \text{ cm}^2 = 2621,8 \text{ cm}^2$
<b>Ellipse</b> 	$A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4}$ $U \approx \frac{\pi}{2} (D + d)$	<p>A Fläche  U Umfang  D großer Durchmesser  d kleiner Durchmesser</p> <p><b>Beispiel</b> <math>D = 65 \text{ cm}</math>, <math>d = 40 \text{ cm}</math></p> $A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4} = \frac{\pi \cdot 65 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm}}{4}$ $A = 2042 \text{ cm}^2$