

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
-------------------------	---

Teil I. Mathematische Grundbegriffe

1. Mengen	7
1.1 Konzept	7
1.2 Menge und Element	9
1.3 Teilmenge und Potenzmenge	12
1.4 Vereinigung, Durchschnitt, Komplement	16
1.5 Kartesisches Produkt und disjunkte Vereinigung	20
1.6 Wörter und Wortmengen	23
2. Relationen	29
2.1 Konzept	29
2.2 Zweistellige Relationen	30
2.3 Eigenschaften von Relationen	32
2.4 Komposition von Relationen	34
2.5 Umkehrrelation	37
2.6 Mehrstellige Relationen	39
3. Abbildungen	43
3.1 Konzept	43
3.2 Partielle Abbildungen	45
3.3 Eigenschaften partieller Abbildungen	49
3.4 Totale Abbildungen	50
3.5 Komposition und Eigenschaften von Abbildungen	54
3.6 Abbildungssatz	59
3.7 Kategorie der Mengen	62
3.8 Kardinalität	68
4. Ordnungen	77
4.1 Konzept	77
4.2 Partielle und totale Ordnung	80
4.3 Lexikographische und Standardordnung	86

5. Äquivalenzrelationen	93
5.1 Konzept	93
5.2 Äquivalenzrelationen	94
5.3 Äquivalenzabschluß	96
5.4 Äquivalenzklassen und Quotienten	101
5.5 Faktorisierungssatz	104

Teil II. Algebraische Strukturen

6. Datenstrukturen	113
6.1 Konzept	113
6.2 Zahlen	114
6.3 Wörter	116
6.4 Stacks und Queues	116
6.5 Weitere Datenstrukturen	119
7. Signaturen und Algebren	121
7.1 Konzept	121
7.2 Signaturen	123
7.3 Algebren	125
8. Homomorphismen	133
8.1 Konzept	133
8.2 Homomorphismen	136
8.3 Erweiterungen	141
8.4 Komposition und Isomorphie	143
8.5 Abbildungssatz für Homomorphismen	145
8.6 Kategorie von Algebren	150
9. Terme und strukturelle Induktion	153
9.1 Konzept	153
9.2 Grundterme	155
9.3 Terme mit Variablen	158
9.4 Strukturelle Induktion	160
10. Termalgebren	167
10.1 Konzept	167
10.2 Termalgebren	170
10.3 Initiale Algebra	171
10.4 Termalgebra mit Variablen	175
10.5 Freie Algebren	176

11. Algebraische Spezifikationen	181
11.1 Konzept	181
11.2 Gleichungen und Gültigkeit	184
11.3 Initiale Semantik algebraischer Spezifikationen	187

Teil III. Aussagenlogik

12. Aussagenlogische Formeln und Gültigkeit	201
12.1 Konzept	202
12.2 Die Syntax der Aussagenlogik	206
12.3 Die Semantik der Aussagenlogik	209
13. Folgerung	225
13.1 Konzept	225
13.2 Der Folgerungsbegriff und seine Eigenschaften	227
14. Logische Äquivalenz	237
14.1 Konzept	237
14.2 Logisch äquivalente Formeln und Formelmengen	238
14.3 Normalformen	244
14.4 Junktorbasen	252
15. Aussagenlogische Hilbert-Kalküle	259
15.1 Konzept	259
15.2 Hilbert-Regeln	261
15.3 Hilbert-Kalküle	266
15.4 Ein korrekter und vollständiger Hilbert-Kalkül	272
16. Aussagenlogische Sequenzenkalküle	277
16.1 Konzept	277
16.2 Sequenzenkalküle	278
16.3 Ein korrekter und vollständiger Sequenzenkalkül	282
17. Das Resolutionsverfahren	289
17.1 Konzept	289
17.2 Das Resolutionsverfahren	291
17.3 Horn-Klauseln	297

Teil IV. Prädikatenlogik

18. Prädikatenlogische Formeln und Gültigkeit	307
18.1 Konzept	307
18.2 Logische Signaturen und Strukturen	311
18.3 Die Syntax der Prädikatenlogik	314
18.4 Die Semantik der Prädikatenlogik	318
19. Folgerung und logische Äquivalenz	333
19.1 Konzept	333
19.2 Modellklassen	334
19.3 Folgerung und logische Äquivalenz	337
19.4 Theorien	347
20. Substitution und Umbenennung	353
20.1 Konzept	353
20.2 Definitionen und Sätze	355
21. Prädikatenlogische Hilbert-Kalküle	365
21.1 Konzept	365
21.2 Definitionen und Sätze	366
21.3 Ein korrekter und vollständiger Hilbert-Kalkül	371

Teil V. Kategorielle Grundlagen

22. Kategorien in Mathematik und Informatik	383
22.1 Konzept	383
22.2 Definition und Beispiele	384
22.3 Konstruktionen von Kategorien	395
23. Isomorphie, Mono- und Epimorphismen	401
23.1 Konzept	401
23.2 Isomorphie	402
23.3 Mono- und Epimorphismen	404
24. Funktoren und natürliche Transformationen	409
24.1 Konzept	409
24.2 Funktoren	410
24.3 Natürliche Transformationen und Funktorkategorien	416

25. Produkte und Coprodukte	425
25.1 Konzept	425
25.2 Produkte	427
25.3 Eigenschaften von Produkten	431
25.4 Coprodukte	437
25.5 Dualität	439
26. Universelle Konstruktionen	445
26.1 Konzept	445
26.2 Finale und Initiale Objekte	446
26.3 Kartesische Kategorien und Funktoren	448
26.4 Egalisatoren und Coegalisateuren	454
26.5 Pullbacks und Pushouts	457
26.6 Limiten und Colimiten	462
27. Adjunktionen	473
27.1 Konzept	473
27.2 Freie Konstruktionen	475
27.3 Adjunktionen	481
27.4 Exponenten	491
28. Anwendungen auf Algebra und Logik	497
28.1 Kategorielle Schlußregeln	498
28.2 Hom-Funktoren und Termalgebren	507
28.3 Indizierte Kategorien	512
Sachverzeichnis	521
Literatur	533