OSTWALDS KLASSIKER
DER EXAKTEN WISSENSCHAFTEN
Band 201

Reprint der Bände 201, 202, 203, 210 und 213

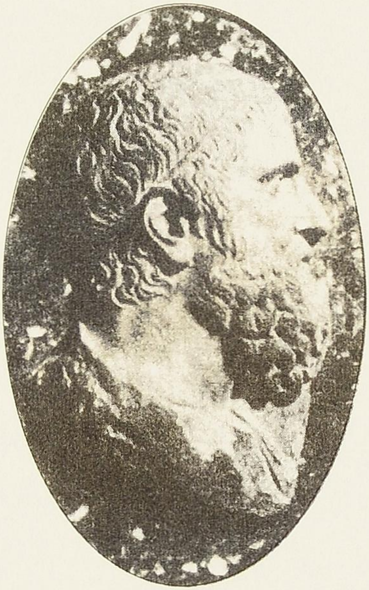
Abhandlungen

von

Archimedes

Verlag Harri Deutsch

OSTWALDS KLASSIKER
DER EXAKTEN WISSENSCHAFTEN
Band 201



Archimedes
287?–212 v. Chr.

OSTWALDS KLASSIKER
DER EXAKTEN WISSENSCHAFTEN
Band 201

Reprint der Bände 201, 202, 203, 210 und 213

Über Spiralen · Kugel und Zylinder
Die Quadratur der Parabel
Über das Gleichgewicht ebener Flächen
Über Paraboloide, Hyperboloide und Ellipsoide
Über schwimmende Körper · Die Sandzahl

von

Archimedes

Übersetzung und Anmerkungen von
A. Czwalina-Allenstein

Einleitung von
P. Schreiber

Verlag Harri Deutsch

Bibliografische Information Der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

ISBN 978-3-8171-3425-0

1. Auflage Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig, Leipzig
3., erw. Auflage 2009
Druck: Rosch - Buch Druckerei GmbH, Scheßlitz
Printed in Germany

Inhalt

Einleitung

von
Peter Schreiber

Leben, Legende und Nachruhm

Von den antiken Mathematikern ist in der Neuzeit keiner so berühmt und populär wie Archimedes. Bei den Mathematikern beruht dies darauf, dass die Werke des Archimedes, obwohl nicht so umfangreich wie die Euklids, moderner Mathematik viel näher stehen. Man kann in ihnen sowohl die beachtlichen Keime der erst im 17. Jahrhundert aufs Neue und dann endgültig geschaffenen Infinitesimalmathematik als auch das erste Vorbild für die mathematische Behandlung physikalischer Probleme sehen. Bei den Laien aber beruht seine Popularität auf den relativ gut bekannten und teils abenteuerlichen Umständen seines Lebens, auf den Legenden, die ihn schon in der Antike umgaben: über die Leidenschaft, mit der er sich, Essen und andere alltägliche Dinge vernachlässigend, seiner Wissenschaft hingab, über seine Verdienste um die Verteidigung seiner Vaterstadt Syracus gegen die römischen Belagerer im 2. Punischen Krieg und seine schließliche Tötung durch einen römischen Legionär – vermutlich auf Grund eines Missverständnisses. So wurde er zum Helden mehrerer historischer Romane und Erzählungen[1], Theaterstücke[2], Gemälde und Plastiken[3], Briefmarken in Griechenland und Italien, sogar eines Liedes der tschechischen Popsängerin Helena Vondráčková. Eine mechanische Rechenmaschine, eine Lehrerzeitschrift und ein Tiefseetauchboot wurden nach ihm benannt. Einen besonderen Popularitätsschub erhielt er seit 1998 durch die spektakuläre Versteigerung des wieder aufgetauchten Palimpsestes[4] (davon später) und das über die Bemühungen um dessen Entzifferung geschriebene Buch[5] sowie dessen zahlreiche Rezensionen. Beschließen wollen wir diese Aufzählung mit dem Gedicht „Archimedes und der Schüler" von Friedrich Schiller:

> Zu Archimedes kam ein wissbegieriger Jüngling.
> „Weihe mich", sprach er zu ihm, „ein in die göttliche Kunst,
> die so herrliche Früchte dem Vaterlande getragen
> und die Mauern der Stadt vor der Sambuca[6] beschützt".

---

1 Karel Čapek: Der Tod des Archimedes (1938), Egmont Colerus: Archimedes in Alexandria (1939), István Száva: Der Gigant von Syracus (1960), Karl Rezac: Abenteuer mit Archimedes (ca. 1960), Alfred Renyi: Dialog über die Anwendungen der Mathematik (aus dem Ungar., deutsch 1967).

2 Kurt Mellach: Archimedes oder die Stunde der Physik (UA Wien 1967), Peter Schneider: Tod des Archimedes (UA in Döbeln).

3 Wir nennen die Archimedesbilder von Domenico Fetti (ca. 1589–1623) und Jusepe de Ribera (1591–1652) sowie die Archimedesplastiken in Würzburg, Berlin, Magdeburg und Güstrow von Gerhard Thieme.

4 Pergamenthandschrift, deren ursprünglicher Text abgeschabt oder auf andere Weise unlesbar gemacht wurde, um das kostbare Schreibmaterial für einen neuen Zweck zu nutzen.

5 R. Netz, W. Noel: The Archimedean Codex, London 2007, deutsch bei C. H. Beck, München 2007.

6 Eine auf Befehl des römischen Feldherrn Marcellus während der Belagerung von Syracus im 2. Punischen Krieg mit großen Kosten erbaute Belagerungsmaschine.

„Göttlich nennst du die Kunst? Sie ist's", versetzte der Weise.
„Aber das war sie, mein Sohn, eh' sie dem Staat nocn gedient.
Willst du nur Früchte von ihr, die kann auch die Sterbliche zeugen.
Wer um die Göttin freit, suche in ihr nicht das Weib."[7]

Was wissen wir nun tatsächlich über Archimedes? Er wurde um 287 v. Chr. in Syracus auf Sizilien geboren, damals ein bedeutender Stadtstaat. Offensichtlich gehörte er der Oberschicht an, war womöglich sogar mit der tyran-

---

7 (Xenien 1796, verschiedene geringfügig unterschiedliche Versionen, u.a. in Sämtliche Werke in 10 Bänden, Berliner Ausgabe, Bd. 1, S. 280 und Anmerkungen dazu S. 698f. Aufbau-Verlag 1980.)

Dieses Gedicht, bei Mathematikern sehr bekannt und beliebt, wurde mehrfach umgeschrieben, u.a. vom berühmten Mathematiker C. G. J. Jacobi (1804–1851) in einem Brief (Jan. 1847?) an A. v. Humboldt in Anspielung auf die Entdeckung des Planeten Neptun (1846) durch den deutschen Astronomen Galle auf Grund einer Vorausberechnung der Bahn aus den Störungen der Uranusbahn:

Zu Archimedes kam ein wissbegieriger Jüngling.
„Weihe mich", sprach er, „ein in die göttliche Kunst,
die so herrliche Dienste der Sternenkunde geleistet,
hinter dem Uranos noch einen Planeten entdeckt."
„Göttlich nennst du die Kunst? Sie ist's", versetzte der Weise.
Allein sie war es, bevor noch sie den Kosmos erforscht,
ehe sie herrliche Dienste der Sternenkunde geleistet,
hinter dem Uranos noch einen Planeten entdeckt,
Was du im Kosmos erblickst, ist nur der Göttlichen Abglanz.
In der Olympier Schaar thronet die ewige Zahl".

Während das ursprüngliche Gedicht einen typisch Schillerschen, auch von Jacobi geteilten, idealistischen Standpunkt zur Mathematik ausdrückt, verklärt die Version von Jacobi darüber hinaus die Superiorität der reinen Arithmetik (hier als Wissenschaft von den ganzen Zahlen verstanden) über alle anderen, meist anwendungsnäheren mathematischen Disziplinen der damaligen Zeit.

nisch regierenden Familie[8] verwandt, zumindest aber mit dem Thronfolger und Mitregenten Gelon befreundet. In der „Sandzahl" spricht er an einer Stelle des 1. Kapitels von „seinem Vater Phidias" als einem Astronomen. In seiner Jugend scheint er sich längere Zeit in Alexandria aufgehalten zu haben. Danach blieb er mit den Gelehrten Alexandrias in schriftlichem Kontakt. Ein Teil seiner Abhandlungen hat die Form von Briefen an Zeuxippos (heute nicht bekannt), Konon von Samos, Dositheos (beide ab ca. 250 v. Chr. in Alexandria) und Eratosthenes (ca. 276–ca. 195), den Universalgelehrten und Vorsteher der berühmten Bibliothek von Alexandria. Legenden und Anekdoten, die von römischen Geschichtsschreibern überliefert wurden, berichten, Archimedes habe schon in Ägypten die sogenannte archimedische Schraube zur Wasserförderung erfunden. Er habe das Prinzip des Flaschenzuges erfunden und damit in Syracus ein schweres Schiff ganz allein zu Wasser gelassen, er habe ein automatisch bewegtes Planetenmodell erbaut und er sei, als er im Bade das Prinzip des Auftriebes entdeckte, nackt nach Hause gelaufen und habe gerufen: „Heureka!" (Ich habe es gefunden). Er hatte nämlich den Auftrag bekommen, eine goldene Krone darauf zu prüfen, ob der Goldschmied das Gold nicht mit Silber „verdünnt" habe. Nun besaß er ein Verfahren, das spezifische Gewicht des Kronenmetalls zu ermitteln, ohne die Krone zu beschädigen. Nachdem Syracus 215 v. Chr. im 2. Punischen Krieg die Fronten gewechselt und sich Karthago angeschlossen hatte, begann der römische Konsul und Feldherr Marcus Claudius Marcellus 213 die Belagerung von Syracus. Nun stellte Archimedes

8 Hieron II. (um 306–215), Feldherr, ab 265 v. Chr. König, gefolgt von seinem Enkel Hieronymos (214 ermordet), da sein Sohn Gelon vor ihm starb.

all seine Fähigkeiten in den Dienst der Verteidigung seiner Vaterstadt, insbesondere durch die Konstruktion wirkungsvoller Maschinen. Die Legende, er habe mittels Brennspiegeln römische Schiffe in Brand gesteckt, wurde lange Zeit bezweifelt, aber vor einigen Jahren in einem großangelegten Experiment mit einer großen Zahl von Brennspiegeln als möglich nachgewiesen.

Als Syracus schließlich 212 durch Verrat doch in die Hände der Römer fiel, hatte Marcellus vorab strengen Befehl gegeben, ihm Archimedes unversehrt zu bringen. Er hatte wohl begriffen, dass der technisch hochbegabte Mann zu den wertvollsten Beutestücken gehören könnte. Ein römischer Soldat, der Archimedes beim Zeichnen geometrischer Figuren auf dem Fußboden (?) antraf, erschlug den Gelehrten jedoch, vermutlich aus Angst vor dessen vermeintlicher Zauberkraft. Archimedes' überlieferter letzter Ausruf „Störe mir nicht meine Kreise!" ist zum geflügelten Wort geworden. Ob es sich wirklich genauso zugetragen hat? Es liefert jedenfalls Stoff für vielerlei (siehe oben!) Marcus Tullius Cicero (106–41 v. Chr.) berichtet in den „Tusculanischen Gesprächen", wie er das dann schon vergessene Grab des Archimedes wiederfand: Eine Steinsäule, von Gras und Kletten überwachsen, auf der die Zeichnung einer von einem Zylinder umschlossenen Kugel eingemeißelt war, darunter eine bereits verwitterte Inschrift, die wohl das Volumenverhältnis der beiden Körper angab, ein Resultat, auf das Archimedes besonders stolz gewesen sein soll.

Die Schriften und ihre Tradierung

Die Werke von Archimedes lassen sich grob einteilen in A) rein geometrische, B) physikalisch-geometrische und C) arithmetisch-algebraische. In jeder der drei Abteilungen gibt es solche, die im griechischen Originaltext oder wenigstens in arabischen Übersetzungen/Bearbeitungen erhalten sind (die in der vorliegenden Ausgabe enthaltenen sind jeweils durch einen * gekennzeichnet) und verlorene, von denen man nur durch Erwähnungen von Archimedes selbst oder anderen antiken Schriftstellern weiß. Mit ~ bezeichnet sind diejenigen Schriften, von denen Fragmente im Palimpsest gefunden wurden.

A) Über Spiralen * ~
- Kugel und Zylinder * ~
- Die Quadratur der Parabel *
- Über Paraboloide, Hyperboloide und Ellipsoide (manchmal auch unter dem Titel Über Konoide und Sphäroide) *
- Das Buch der Lemmata (nur arab. erhalten, darin die Winkeldreiteilung mittels Einschiebung)
- Konstruktion des regulären Siebenecks (nur arab. überliefert)
- Die Kreismessung (fragmentarisch erhalten) ~
- Ein geometrisches Puzzle „Stomachion" ~
- Über einander berührende Kreise (nur arabisch erhalten, dort dem Archimedes zugeschrieben)[9].

Pappos von Alexandria (um 320) berichtet ferner, Archimedes habe 13 halbreguläre Polyeder aufgezählt, die daher in der Neuzeit als „archimedische" Polyeder

9 Deutsch von Y. Dold-Samplonius, H. Hermelink und M. Schramm als: Archimedes Opera omnia, Vol IV, Teubner, Stuttgart 1975.

bezeichnet werden. Da dies in der Renaissance nicht bekannt war, haben Künstler des 15. und 16. Jahrhunderts diese Körper unabhängig von der antiken Vorgeschichte nach und nach wiederentdeckt. Arabische Autoren, insbesondere al-Biruni (973–nach 1048) behaupteten auch, die sogenannte „Heronische“ Formel, die den Dreiecksinhalt durch die Seiten ausdrückt, gehe auf eine (heute unbekannte) Schrift von Archimedes zurück.

B) Über das Gleichgewicht (oder Über den Schwerpunkt) ebener Flächen * ~
Über schwimmende Körper * ~
Mechanische Quadratur der Parabel durch ein Gedankenexperiment („Wiegen“)
Herstellung von Brennspiegeln (verloren)
Über Gewichte und Hebel (verloren)
„Methodenlehre“ ~ (nur im Palimpsest). Es handelt sich um einen Brief an Eratosthenes, in dem in großer Nähe zur mechanischen Quadratur der Parabelsegmente dargelegt wird, wie man geometrische Sachverhalte durch pseudophysikalische Gedankenexperimente finden kann.

C) Die Sandzahl *
Das Rinderproblem (siehe unten)
Eine in der Sandrechnung erwähnte Einführung „archai“, anscheinend in das von Archimedes erfundene Bezeichnungssystem für große Zahlen, das er in der Sandzahl erneut erklärt und dann benutzt (verloren).

Im Unterschied zu manch anderem antiken Gelehrten ist Archimedes immer im Gedächtnis der Menschen geblieben. Bei den praktisch veranlagten Römern beruhte sein

Ruhm aber ausschließlich auf den ihm nachgesagten technischen Leistungen, während seine mathematischen Schriften zwar durch byzantinische Gelehrte bewahrt und zum Teil sogar kommentiert wurden, aber erst im Mittelalter allmählich wieder zu den verdienten Ehren kamen. Zunächst wurden sie schon im 9. Jahrhundert ins Arabische übersetzt. Im „lateinischen" Abendland wurden sie lückenhaft durch Übersetzungen aus dem Arabischen (im 12. Jahrhundert durch Gerhard von Cremona) bzw. Griechischen (im 13. Jahrhundert durch Wilhelm Moerbeke) bekannt und zum Gegenstand vieler eher philosophischer Kommentare und Streitigkeiten (Albertus Magnus, Nicolaus von Kues und viele andere), wobei es z.B. um die Frage ging, ob eine gekrümmte Linie wirklich mit einer geraden Strecke gleiche Länge haben kann und ob die Differenz zweier Längen auch ein einzelner Punkt sein kann.[10] Auf die erste gedruckte griech.-lat. Ausgabe einiger archimedischer Schriften (Basel 1504) und die umfangreichere lateinische Ausgabe durch F. Commandino (1588) folgte schon 1670 eine deutsche Übersetzung von J. C. Sturm. Von weiteren deutschen Ausgaben erwähnen wir die von Ernst Nizze, (Rektor des Stralsunder Gymnasiums) um 1824 und die Übersetzung der englischen Werkausgabe (1897) von Th. Heath durch F. Kliem 1914. Beide beruhten bereits auf der vorbildlichen griech.-latein. Standardausgabe 1880/81 durch den dänischen Altphilologen und Mathematikhistoriker J. L. Heiberg (1854–1928), die 1910–15 in erweiterter Form nochmals aufgelegt wurde.

---

10 Ausführlich ist die mittelalterliche Archimedes-Rezeption in dem Standardwerk Archimedes in the Middle Ages von Marshall Clagett (3 Bände, 1964 –1978) dargestellt.

Inzwischen waren einige verloren geglaubte bzw. unbekannte Schriften wieder ans Licht gekommen. G. E. Lessing hatte bald nach seinem Amtsantritt als Bibliothekar der Herzog-August-Bibliothek in Wolfenbüttel neben anderen unbekannten Manuskripten das sagenhafte Rinderproblem des Archimedes gefunden und 1773 publiziert. Dies ist ein arithmetisches Rätsel in Gedichtform, dessen kleinste Lösung aus unvorstellbar großen Zahlen besteht. Man kann somit einen Zusammenhang zur „Sandrechnung" vermuten. Zugleich berichtet aber die Legende, Archimedes habe diese Aufgabe an Eratosthenes gesandt um ihn auf humorvolle Weise in seine Schranken zu verweisen, da dieser ständig behauptete, die Lösungen der von Archimedes gelösten Probleme selbst auch gefunden zu haben. Eine erste Lösung des Problems wurde erst 1880 von den beiden Dresdner Lehrern der Kreuzschule, A. Amthor und B. Krumbiegel publiziert[11]. Der bereits erwähnte Heiberg fand 1906 in Konstantinopel einen Palimpsest, unter dessen Gebetbuchtexten sich neben anderen älteren Manuskripten auch Fragmente von zum Teil bis dahin unbekannten Arbeiten des Archimedes verbargen, allerdings in einer Abschrift, die auch erst im 10. Jahrhundert angefertigt wurde. Es handelte sich insbesondere um den seither als „Methodenlehre" bezeichneten Brief an Eratosthenes, ferner um die bis dahin nur als arabische Bearbeitung bekannte „Kreismessung", worin Archimedes für das Verhältnis π des Kreisumfanges zum Durchmesser die Schranken $3\ 10/71 < \pi < 3\ 10/70$ berechnet, und um ein als „Stomachion" bezeichnetes Legespiel,

---

11 Das problema bovinum des Archimedes: Zeitschrift für Mathematik und Physik, histor.-literar. Abt. 1880.
Eine moderne Behandlung in H. Pieper: Heureka Ich hab's gefunden. Berlin 1988 (Deutscher Verlag d. Wiss.)

ähnlich dem chinesischen Tangram, wobei es jedoch anscheinend darum geht, ein Quadrat auf möglichst viele verschiedene Weisen mit den zur Verfügung stehenden Teilen zu pflastern. Obwohl dieser Fund insofern bemerkenswert ist, als er (wie übrigens auch einige andere Leistungen des Archimedes) ganz aus dem Rahmen dessen herausfällt, was man sich traditionell unter griechischer Mathematik vorstellt, scheinen die in dem in Fußnote 5 zitierten Buch daraus gezogenen Folgerungen (Anfänge der Kombinatorik und damit auch gleich der Wahrscheinlichkeitsrechnung!) übertrieben. Jedenfalls wurden wesentliche Teile des Palimpsestes bereits von Heiberg gelesen und publiziert. Danach verschwand er für Jahrzehnte in Privatbesitz, wurde unsachgemäß gelagert, zum Teil mittels den Gebetstexten hinzugefügten Illustrationen verfälscht und befindet sich heute in einem wesentlich schlechteren Zustand als 1906. Wie weit dies durch grundlegend neue Hilfsmittel für die Lesbarmachung ausgeglichen werden kann und ob es noch Erkenntnisse geben wird, die substantiell über das bereits von Heiberg Gelesene hinausgehen, wird erst die Zukunft erweisen.

Die hier als Reprint vorgelegte Übersetzung der wesentlichsten archimedischen Schriften erschien erstmals 1922–25 in drei Teilen in der renommierten Reihe Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften und war nebst Anmerkungen und Erläuterungen von Arthur Czwalina verfasst. Czwalina wurde 1884 in Posen (Poznań) geboren, studierte das Lehramt für Mathematik, Physik und Geographie und arbeitete danach als Gymnasiallehrer in Allenstein (Olsztyn), Gumbinnen (Gussew), Niesky und Berlin, wo er 1964 starb. Sein Interesse gehörte lebenslang der antiken griechischen Mathematik. Außer den Werken von Archimedes übersetzte und kommentierte er Schriften von Apollonios, Kleomedes und noch 1952 von Diophant. Seine der Archimedes-Übersetzung beigegebenen Einleitungen, Fußnoten und Anmerkungen sind hier übernommen worden. Sie sind mittlerweile selbst historische Dokumente, aber für den heutigen Leser sind sie in ihrer Trockenheit und Knappheit wohl kaum leichter zu lesen als die archimedischen Texte selbst. In der folgenden Übersicht ist für jeden Text angegeben, ob es Zusammenfassungen bzw. umfangreichere Erläuterungen von Archimedes selbst (A) bzw. Czwalina (Cz) dazu gibt. Einige ergänzende Hinweise sind zum Teil beigefügt. Abschließend werden zwei in der Czwalina-Ausgabe nicht enthaltene mathematische Leistungen von Archimedes vorgestellt.

Über Spiralen (A,Cz). Während die Bestimmung von Flächeninhalten und Volumina sozusagen den Kern der archimedischen Mathematik bildet, wird hier erstmals auch das Tangentenproblem gestellt und gelöst. Dies ist insofern bemerkenswert, als der Begriff der Tangente sonst in der griechischen Mathematik und noch bis zum Ende der Renaissance nur im Zusammenhang mit Kegelschnitten eine Rolle spielt, wo er aber elementar behandelt werden kann, weil Tangenten an Kegelschnitte dadurch definiert werden können, dass sie genau einen Punkt mit der Kurve gemeinsam haben.

Kugel und Zylinder (Cz). Eine Zusammenfassung der Ergebnisse gibt Archimedes dazu selbst in der Einleitung zur Spiralenschrift. Sein Resultat über den Flächeninhalt von Kugelzonen bildete später in der Kartographie die Grundlage für die flächentreue Zylinderprojektion. Die zweiteilige Abhandlung endet mit Problemen, die algebraisch auf Gleichungen dritten Grades führen und die Zerlegung der Kugel durch ebene Schnitte in gegebenem Volumenverhältnis betreffen.

Die Qadratur der Parabel (A). Diese Arbeit ist ohne Kommentar verständlich.

Die geometrische Quadratur nimmt implizit den Riemannschen Integralbegriff vorweg, indem die Parabelsegmente nicht nur von innen, sondern auch von außen durch Vielecke approximiert werden und bewiesen wird, dass man die Differenz zwischen der inneren und der äußeren Approximation beliebig klein machen kann. Damit ist nicht nur der Inhalt bestimmt, sondern es ist im strengen modernen Sinn die Integrierbarkeit nachgewiesen, eine Aufgabe, deren Sinn eigentlich erst nach Kenntnisnahme von Monstermengen einleuchtet, bei denen der innere Inhalt echt kleiner ist als der äußere.

Über das Gleichgewicht ebener Flächen (Cz)

Über Paraboloide, Hyperboloide und Ellipsoide (Cz)

Über schwimmende Körper (Cz)

Die Sandzahl (Cz). Die kleine Abhandlung hat insgesamt ein deutlich niedrigeres mathematisches Niveau als die meisten anderen Schriften: Sie ist nicht an einen Fachkollegen, sondern an einen interessierten Laien gerichtet.

Aus der Einleitung geht hervor, dass Archimedes sein hier verwendetes und seither vielbewundertes und vieldiskutiertes hierarchisches Zahlbezeichnungssystem bereits vorher in verlorenen Schriften an den heute unbekannten Zeuxippos beschrieben hatte. Es beruht aus moderner Sicht auf einer impliziten Exponentenschreibweise, die beliebig oft iteriert werden kann, d.h. wenn die Exponenten eine bestimmte traditionell benennbare Größe erreichen, werden sie zu einer neuen Basis, mit deren Hilfe größere Zahlen wieder durch ihre Exponenten ausgedrückt werden. Außerdem enthält die Einleitung den einzigen zeitgenössischen Hinweis auf die heliozentrische Hypothese des Aristarch. Es wird jedoch deutlich, dass Archimedes diese für abwegig hält. Auffällig ist die belehrend herablassende Art, in der Archimedes in Kap. 1, §6 die Aussage des Aristarch über die Größe des Universums, die aus heutiger Sicht als durchaus zutreffende Metapher erscheint, korrigiert.

Auffällig ist ferner der Kontrast zwischen sehr groben oberen Abschätzungen – zum Beispiel geht Archimedes ohne weitere Erklärung von einer schon sehr großzügigen Abschätzung des Erdumfanges (300 000 Stadien statt der von Eratosthenes berechneten 252 000) zum zehnfachen Wert über – und in diesem Zusammenhang unnötig kompliziert scheinenden Details (die aufwendige Bestimmung des Sehwinkels, unter dem die Sonne erscheint, und der Nachweis, dass dieser Sehwinkel an der Erdoberfläche größer ist als er es vom Erdmittelpunkt aus wäre). Sogar Czwalina hat sich in den vielen große Zahlen verirrt und in der Anmerkung zu Kap. 2, §3 statt 10 000 000 000 Stadien nur 10 000 000 Stadien für den Durchmesser des Kosmos geschrieben.

Die Winkeldreiteilung

Gegeben sei der (ohne Beschränkung der Allgemeinheit) spitze Winkel *ABC*.

Als Instrument steht ein Zirkel und ein Lineal zur Verfügung, auf dem im Abstand *AB* zwei Marken angebracht sind. Man verlängere den Schenkel *AB* geradlinig hinreichend weit über *B* hinaus, schlage mit dem Radius *AB* einen Kreis(bogen) um *B* und bringe dann das Lineal in eine solche Stellung, dass es durch *C* geht und dass die eine Marke auf dem über *B* hinaus rückwärts verlängerten Schenkel *AB* (d. h. im Punkt *D*) und die andere auf dem Kreisbogen (d. h. im Punkt *E*) liegt. Damit ist die Konstruktion schon beendet, denn der Winkel *BDE* ist der dritte Teil des Winkels *ABC*, da die Dreiecke *BDE* und *CEB* jeweils gleichschenklig sind, daher derAußenwinkel bei *E* doppelt so groß wie der Winkel *BDE* ist und folglich das Vierfache des Winkels *BDE* den Winkel *EBC* zu 180^0 ergänzt. Für den Winkel *ABC* bleibt daher das Dreifache dieses Winkels. Die für diese ebenso praktikable wie leicht zu begründende Konstruktion genutzte „Einschiebung" (altgriech. neusis) des mit zwei Marken versehenen Lineals beruht im Grunde auf einem intuitiven Zwischenwertprinzip.