

Wilhelm Ahrens

Mathematische Spiele

Herausgegeben von Heinrich Hemme

Anaconda

Die Originalausgabe dieses Buches erschien 1907 bei Teubner in Leipzig. Der vorliegende Band folgt der fünften, unveränderten Auflage, Leipzig und Berlin 1927.

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet unter <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© 2008 Anaconda Verlag GmbH, Köln

Alle Rechte vorbehalten.

Umschlaggestaltung: Andrea Kuckelkorn, dyadesign, Düsseldorf,
www.dya.de

Satz und Layout: GEM mbH, Ratingen

Printed in Czech Republic 2008

ISBN 978-3-86647-203-7

info@anacondaverlag.de

Inhalt

Einleitung	12
Kapitel I. Wettspringen	17
Kapitel II. Das Boß Puzzle oder Fünftehnernspiel	19
§ 1. Geschichte und Beschreibung des Spiels	19
§ 2. Lösung der Aufgabe	21
§ 3. Die mathematische Theorie des Spiels	25
Kapitel III. Solitär- oder Einsiedlerspiel	31
§ 1. Spielregel. Notation	31
§ 2. Aufgaben bei teilweise besetztem Brett	33
§ 3. Vollbesetztes Brett	35
§ 4. Theorie des Spiels	38
Kapitel IV. Dyadische Spiele	42
§ 1. Die Reihe der Potenzen der Zahl 2	42
§ 2. Eine besondere Anwendung der Reihe der Potenzen von 2	44
§ 3. Erraten gedachter Zahlen und Gegenstände	47
§ 4. Der Lucassche Turm	50
Kapitel V. Das Zankeisen	54
Kapitel VI. Nim	58
§ 1. Beschreibung des Spiels und Skizzierung seiner Theorie	58
§ 2. Begründung der Theorie des Spiels	61
§ 3. Das praktische Spiel	69

Kapitel VII. Der Rösselsprung	72
§ 1. Definition, Geschichte, Vorbemerkungen	72
§ 2. Beispiele von Rösselsprüngen	74
§ 3. Einige Methoden zur Bildung von Rösselsprüngen . .	75
§ 4. Magische Rösselsprünge	82
 Kapitel VIII. Magische Quadrate	 84
§ 1. Einleitung	84
§ 2. Das neunzellige magische Quadrat	86
§ 3. Allgemeine Methode für Bildung ungeradzelliger magischer Quadrate	88
§ 4. Geradzellige Quadrate	94
§ 5. Magische Quadrate auf Amuletten	98
 Kapitel IX. Mathematische Trugschlüsse	 107
 Beantwortung der Fragen	 124

Das, sollte ich meynen, ließe sich wohl aus der Erfahrung darthun, daß auch bey Vielen, die nie den Namen Mathematik gehört haben, eine große Menge von Vergnügungen mathematisch ist. Alle Spiele, die ungleich voll von Nachdenken, in langer Ordnung vom Schach bis tief unter das Pochen hinunter gehen, vergnügen, weil man bey ihnen rechnet, und Fontenelle hat sie längst für eine natürliche Algebra erklärt.

R. G. Kästner

»Über den Werth der Mathematik, wenn man sie als einen Zeitvertreib betrachtet.«

Ges. schönwissensch. Werke III

Berlin 1841, p. 83.

Einleitung

Mit »Spiel« pflegen wir eine Beschäftigung zu bezeichnen, die wir nicht eines bestimmten nützlichen Zweckes wegen, sondern lediglich zu unserer Unterhaltung, unserem Vergnügen, unserer Zerstreuung, unserer Erbauung entweder selbst vornehmen oder von anderen vornehmen lassen. Wir sprechen so von dem »Spiel« der Kinder, dem »Spiel« des Musikers, dem »Spiel« auf dem Theater usw.

Daß das Spiel oft auch einen bildenden Wert, selbst einen bedeutenden bildenden Wert hat, widerspricht unserer Definition durchaus nicht; man darf vielmehr, wie dies geschehen ist, in gewissem Sinn die Wissenschaft selbst als ein »Spiel« bezeichnen. – Das vorliegende Büchelchen enthält nur Spiele und erwartet vom Leser, daß er mitspielt. Ein Teil der darin behandelten Spiele erfordert, wenn dies auch keineswegs ein Erfordernis des Spiels an sich ist, bei praktischer Ausführung die Beteiligung von mindestens einer zweiten Person und kommt dann zumeist auf einen Wettstreit zwischen den beiden Spielenden hinaus.

Während dem Spielenden an sich ein bestimmtes Ziel nicht vorzuschweben braucht, ist dies bei vielen Spielen und bei den im vorliegenden Buch behandelten ausschließlich der Fall. Die Erreichung dieses Zieles kann, wie bei den reinen Glücksspielen, lediglich vom Zufall abhängen, sie kann aber auch bedingt sein durch manuelle Fertigkeiten oder durch eine geistige Leistung. Bei vielen Spielen – ich nenne als Beispiel das Billard – wird das Ergebnis durch das Zusammenwirken dieser verschiedenen Faktoren, von denen je nach Lage des Falles der eine mit größerer, der andere mit geringerer Stärke wirken wird, bestimmt werden.

Als »mathematisch« wird man ein Spiel nun dann zu bezeichnen haben, wenn es zu seiner Ausübung eine geistige Tätigkeit erfordert, bei der Methoden und Schlußweisen nach Art der in der Mathematik üblichen zur Anwendung gelangen oder doch bei verständigem Spielbetrieb gelangen müssen. Der mathematische Charakter des Spiels wird um so vollkommener sein, je mehr solche mathematischen Denkprozesse und Normen das ganze Spiel für sich allein beherrschen. Die mathematische Behandlung eines Spiels ist natürlich – ebenso wie auch die Mathematik selbst – nicht unbedingt an eine be-

stimmte technische Sprache, dargestellt durch Zeichen, Formeln usw., gebunden. Diese Dinge sind vielmehr stets nur aus Rücksichten geistiger Ökonomie geschaffen und daher allerdings, insbesondere bei den schwierigeren Fragen der mathematischen Wissenschaften, dem menschlichen Geist, der die verborgenen Wahrheiten nicht unmittelbar zu erkennen vermag, sondern zu ihnen nur unter Benutzung geistiger Krücken vorzudringen in der Lage ist, absolut unentbehrlich und sind bis zu dem Grad wichtig, daß zweckmäßige Festsetzungen in diesen Äußerlichkeiten sogar ausschlaggebend für die ganze weitere Entwicklung des betreffenden Wissenschaftsgebietes werden können. Für die hier behandelten Materien, die ausschließlich von der allementarsten Art sind, können wir jedoch von einer technisch-mathematischen Darstellungsweise – außer im letzten Kapitel, das überhaupt eine Sonderstellung in dem Buch einnimmt –, absehen, ohne uns einen erheblichen Zwang anzutun.

Es sei gestattet, das Wesen eines mathematischen Spiels an einem Beispiel zu erläutern, wofür wir das in Kapitel VI behandelte »Nim«-Spiel wählen wollen: Eine relativ einfache Theorie, die, wenn auch ohne die eigentliche Kunstsprache des Mathematikers darstellbar, von ausgeprägt »mathematischem« Charakter ist, lehrt, daß es ein unbedingt zum Sieg führendes Verfahren gibt, durch das in der großen Mehrzahl der Fälle der anziehende Spieler sich – sogar bereits mit dem ersten Zug – den Sieg sichern kann. Die Kenntnis dieser Theorie verschafft daher dem Spielenden gegenüber einem der Theorie unkundigen Gegner, mag dieser an sich in dergleichen Spielen nicht ungeübt und selbst scharfsinnig sein, zunächst eine Überlegenheit, die der einer mit den modernsten Feuerwaffen ausgerüsteten Truppe gegenüber einem Haufen mit Pfeil und Bogen bewaffneter Wilden gleichkommt. Falls beide Spieler die mathematische Spieltheorie kennen und fehlerfrei handhaben, hängt der Ausgang des Spiels nur noch von der Anfangsstellung ab, und, da die Spielenden die Bestimmung dieser dem Zufall überlassen werden, so würde das Spiel damit den Charakter eines *reinen Glücksspiels* annehmen, womit zugleich die praktische Durchführung der Spielpartien allen Reiz verlieren würde. Als *Spiel* vermag uns das »Nim« daher höchstens solange zu fesseln, als wir das mathematische Prinzip noch nicht erkannt haben, und das Interesse, das dieser Gegenstand unter