

HANSER

Leseprobe

Markus Stommel, Marcus Stojek, Wolfgang Korte

FEM zur Berechnung von Kunststoff- und Elastomerbauteilen

ISBN: 978-3-446-42124-0

Weitere Informationen oder Bestellungen unter

<http://www.hanser.de/978-3-446-42124-0>

sowie im Buchhandel.

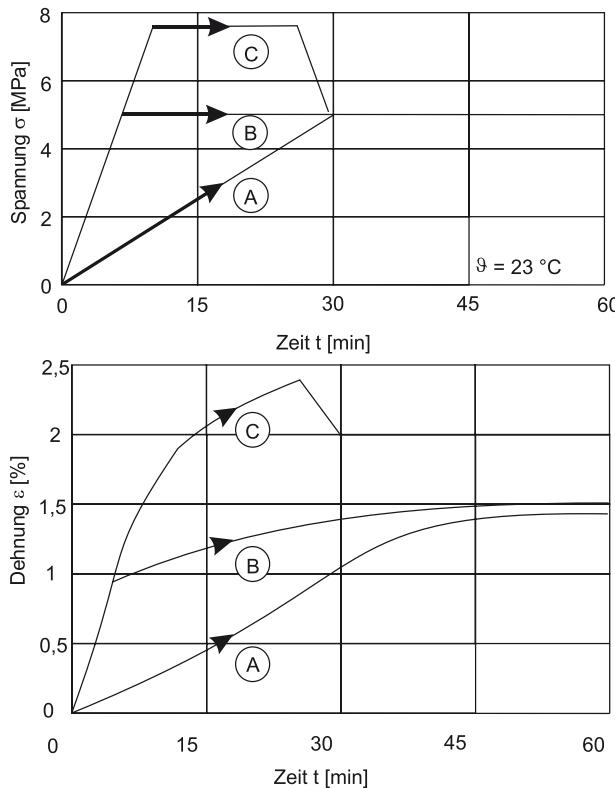


BILD 2.11 Einfluss der Belastungsgeschichte auf das mechanische Werkstoffverhalten

Deformationsgeschichte andere Dehnungsverläufe – auch jenseits der 30 Minuten Belastungszeit.

■ 2.2 Charakteristische mechanische Werkstoffeigenschaften

Polymere Werkstoffe bilden aufgrund ihres spezifischen mechanischen Verhaltens eine eigene Werkstoffklasse. Im folgenden Kapitel wird der molekulare Aufbau von Kunststoffen anhand eines stark vereinfachten, anschaulichen Modells beschrieben und besonders charakteristische und wichtige mechanische Besonderheiten der Kunststoffe erläutert. Diese Ausführungen basieren auf den Angaben in [MHSM]. Es werden allerdings keine Eigenschaften vorgestellt, die das Werkstoffversagen beschreiben. Dazu wird auf Kapitel 3 verwiesen. In diesem Kapitel werden die folgenden Fragen im Einzelnen angesprochen:

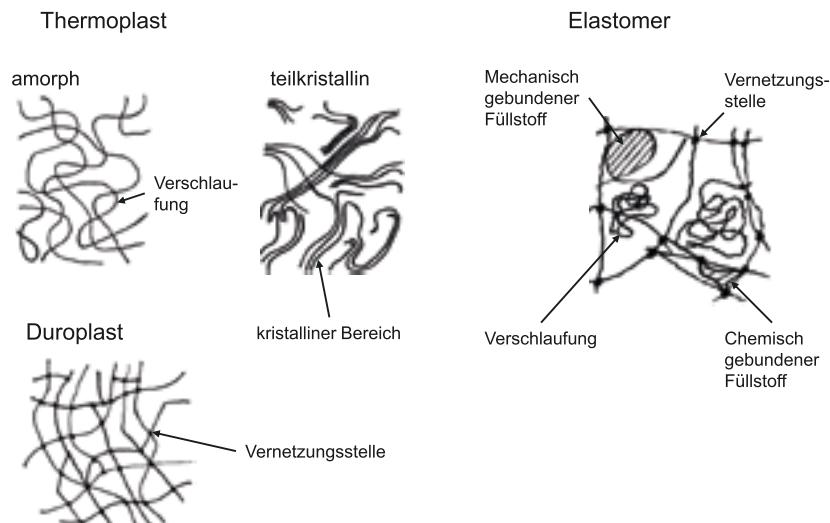


BILD 2.12 Molekulare Struktur von Thermoplasten, Elastomeren und Duroplasten

- Wie kann man sich den molekularen Aufbau von Thermoplasten, Duroplasten und Elastomeren vorstellen?
- Wie erklärt sich das zeitabhängige mechanische Verhalten von Kunststoffen?
- Wie erklärt sich das temperaturabhängige mechanische Verhalten von Kunststoffen?

Der Begriff Polymer (*poly*: viele, *mer*: Teilchen) weist bereits darauf hin, dass Kunststoffe aus einer Vielzahl miteinander verbundener Teilchen bestehen. Diese Einzelteile sind üblicherweise organische, also auf Kohlen- und Wasserstoff basierende Moleküle, die sogenannten Monomere. Bei dem chemischen Prozess der Polymerherstellung werden diese einzelnen Moleküle zu langen Ketten aneinander gereiht, den sogenannten Makromolekülen. Die entstehenden Ketten können dabei je nach Prozesssteuerung und Rohstoff sowohl geradlinig, als auch stark verzweigt sein. Falls mehrere Monomerarten verwendet und in die Ketten eingebaut werden, so spricht man von Copolymeren. Ausgehend von diesem stark vereinfachenden Modell der Kunststoffe als eine Anhäufung mehr oder weniger stark ineinander verknäulter Schnüre (Molekülketten) wird im Folgenden das mechanische Verhalten der drei Polymergruppen Thermoplaste, Duroplaste und Elastomere beschrieben.

2.2.1 Thermoplaste

In thermoplastischen Kunststoffen liegen die einzelnen Molekülketten ineinander verknäult wie ein Haufen verschlungener Spaghetti vor. Während die Monomere in den Molekülketten mit großen Kräften, den Hauptvalenzkräften, aufgrund ihrer

chemischen Bindungen verbunden sind, ist der Zusammenhalt zwischen den Ketten über relativ schwache Nebenvalenzkräfte ausgebildet. Eine Beanspruchung dieser nur schwach ausgeprägten Verbindung zwischen den Ketten, etwa durch eine Zugbelastung oder auch durch Temperaturerhöhung, kann zum Aufbrechen der Verbindung führen. Die Molekülketten gleiten dann aneinander leicht ab – der Werkstoff erfährt eine bleibende Verformung.

Die Nebenvalenzkräfte stellen eine mit steigender Temperatur wieder „*lösbare*“ Verbindung der Ketten dar, weil die Ketten bei erhöhter Temperatur sogenannte mikrobrownsche Bewegungen (Schwingungen) ausführen, die eine gegenseitige Verbindung verhindern. Die Ketten sind also mehr oder weniger frei beweglich, und der Werkstoff ist in diesem Zustand zunächst leicht formbar, bei weiter steigender Temperatur dann schmelzeförmig und fließfähig. Mit abnehmender Temperatur nehmen die Bewegungen der Ketten ab, die Moleküle lagern sich aneinander an und schränken ihre Beweglichkeit dadurch ein. Der Werkstoff wird zunehmend steifer. Der Temperaturbereich, in dem ein Thermoplast vom schmelzeförmigen in den festen Zustand übergeht, wird als Schmelztemperaturbereich bezeichnet.

Auch unterhalb dieser Temperatur ist die Beweglichkeit der Molekülketten jedoch nicht vollständig unterbunden, sondern durch die wirkenden Nebenvalenzkräfte und die gegenseitige Verschlaufung der Ketten nur mehr oder weniger stark behindert. Das Abgleiten und Entschlaufen der Ketten läuft verlangsamt ab. Mit diesem Modell lassen sich die viskoelastischen, also zeitabhängigen mechanischen Eigenschaften von Thermoplasten anschaulich erklären. Infolge einer plötzlichen Dehnung des Werkstoffes werden die Polymerketten zunächst gespannt. Wird die Dehnung aufrecht erhalten, so haben die Moleküle ausreichend Zeit, um sich zu entschlaufen und aneinander abzugleiten. Die Ketten geben dadurch langsam nach, die Spannung im Material sinkt. Dieser Effekt wird als Relaxation bezeichnet. Umgekehrt geben die Molekülketten auch unter einer konstant wirkenden Last langsam immer mehr nach und die Dehnung des Materials nimmt kontinuierlich zu. Man spricht in diesem Zusammenhang von einem Kriechen oder einer Retardation des Werkstoffes.

Je schneller eine Belastung erfolgt, desto weniger Zeit bleibt den Polymerketten sich zu entschlaufen oder aneinander abzugleiten. Mit zunehmender Belastungsgeschwindigkeit treten die viskosen Effekte in den Hintergrund und das Material verhält sich nahezu elastisch. Da die Ketten nicht nachgeben können, werden sie zerissen und das Material versagt zunehmend spröder. Auch für niedrige Temperaturen stellt sich ein solcher Effekt ein, weil die Beweglichkeit der Ketten vermindert ist. In der Tat lässt sich die Veränderung des Werkstoffverhaltens aufgrund von erhöhter Belastungsgeschwindigkeit und verminderter Temperatur ineinander überführen (siehe Zeit-Temperatur-Verschiebungsprinzip, Abschnitt 2.2.5).

Bei der Abkühlung aus dem schmelzeförmigen Zustand kann es je nach Struktur der Molekülketten zu teilweisen Kristallisierungsprozessen kommen. Die Ketten lagern

sich dabei eng aneinander und bilden kristalline Überstrukturen, die Einfluss auf die mechanischen Eigenschaften haben. Aufgrund der Kettenlänge kann aber ein vollständiges Kristallisieren des Werkstoffes nicht erfolgen. Vielmehr kristallisiert je nach chemischen Kettenaufbau ein gewisser Anteil. Solche Thermoplaste werden daher als teilkristallin bezeichnet. Fehlen hingegen kristalline Überstrukturen, werden sie amorphe Thermoplaste genannt.

Auf Basis dieser modellhaften, vereinfachten Darstellung der molekularen Vorgänge in einem Thermoplasten bei einer mechanischen Belastung werden im Folgenden typische Antworten von thermoplastischen Probekörpern auf eine mechanische Last vorgestellt:

Kurzzeit-Verhalten

Wird ein Probekörper im uniaxialen Zugversuch belastet, ergeben sich je nach Kunststofftyp unterschiedliche Spannungs-/Dehnungs-Kurven, wie es Bild 2.13 zeigt. Während amorphe Thermoplaste (PS, PMMA) ein vergleichsweise sprödes mechanisches Werkstoffverhalten aufweisen, zeigen teilkristalline Thermoplaste (PE, PP) bei Raumtemperatur ein eher duktiles, zähes Verhalten. Der Grund hierfür liegt darin, dass der amorphe Thermoplast bei Temperaturen unterhalb seiner Glasübergangstemperatur verwendet wird. Der Werkstoff verhält sich hier hart-spröde. Der teilkristalline Thermoplast hingegen wird unterhalb der Kristallitschmelztemperatur seiner kristallinen Strukturen und oberhalb der Glasübergangstemperatur seiner amorphen Bereiche eingesetzt. Während die kristallinen Bereich die Steifigkeit erzeugen, liefern die amorphen Bereiche die duktilen-zähelastischen Eigenschaften.

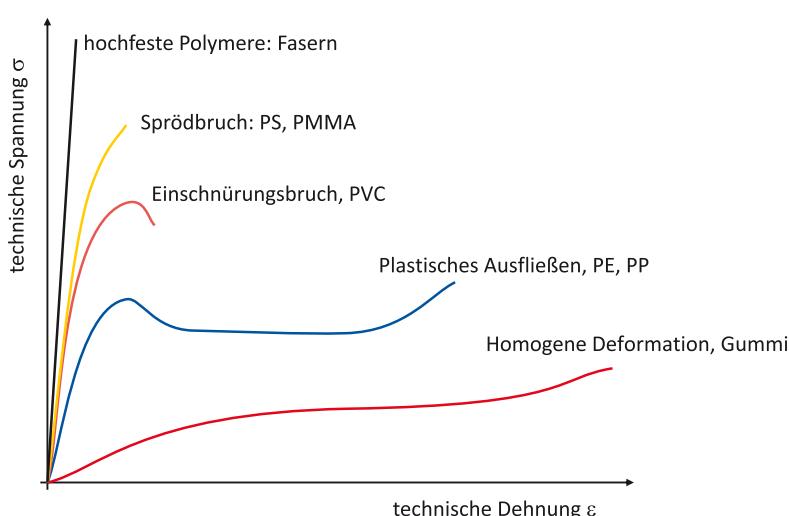


BILD 2.13 Schematisches Spannungs-/Dehnungs-Verhalten von Polymeren unter Kurzzeit-Zugbelastung

■ 2.3 Modellierung des Werkstoffverhaltens

Das mechanische Werkstoffverhalten eines polymeren Werkstoffes wird in der FEM über eine mathematische Formulierung beschrieben, die den Zusammenhang zwischen Spannung, Dehnung, Zeit und Temperatur in Abhängigkeit bestimmter werkstoffspezifischer Materialparameter beschreibt. Eine solche Formulierung bezeichnet man als Stoff- oder Materialgesetz bzw. Materialmodell. Es ist für Kunststoffe typisch, dass es eine Vielzahl unterschiedlicher Materialmodelle gibt, von denen für die Berechnungsaufgabe das geeignete bzw. passende auszuwählen ist.

Bei der Auswahl von solchen Materialmodellen muss stets ein Kompromiss gefunden werden zwischen der Genauigkeit, mit der das reale Werkstoffverhalten beschrieben werden kann, und dem Aufwand, der zur Bestimmung von den in den Materialmodellen enthaltenen Parametern erforderlich ist. In vielen Fällen werden zudem bei der Auswahl eines Materialmodells bestimmte Randbedingungen der Aufgabenstellung ausgenutzt oder vertretbare Vereinfachungen bzw. Einschränkungen getroffen, wie zum Beispiel kleine Dehnungen, nahezu konstante Spannungen oder kurzzeitige Belastungen. Bei der Verwendung eines bestimmten Materialmodells muss vom Anwender dann der eingeschränkte Gültigkeitsbereich des Modells beachtet werden, um sinnvolle und auswertbare Berechnungsergebnisse zu erhalten.

Im folgenden Kapitel werden verschiedene Beschreibungsansätze für das Materialverhalten von polymeren Werkstoffen erläutert. Wesentlicher Gesichtspunkt ist dabei, *dass die Materialmodelle auch in kommerziellen FEM-Programmen üblicherweise verfügbar sind*. Es wird insbesondere nicht der Versuch unternommen, die in der Literatur zwischenzeitlich in großer Anzahl veröffentlichten Materialmodelle zusammenzufassen und zu bewerten. Dieses kann im Rahmen dieses Buches nicht geleistet werden.

Im einzelnen werden bei der Diskussion der Materialmodelle folgende Punkte angesprochen:

- Welche Materialmodelle können wann und bei welchen Polymeren sinnvoll eingesetzt werden?
- Wo sind die Grenzen der gewählten Materialmodelle?
- Welche Eigenschaften lassen sich mit den Materialmodellen vorausberechnen?

2.3.1 Thermoplaste

Für die Berechnung des mechanischen Verhaltens von Thermoplasten werden unterschiedliche Materialmodelle eingesetzt, die einerseits bestimmte Werkstoffeigenschaften beschreiben können und andererseits spezifische Grenzen haben.

TABELLE 2.2 Klassifizierung von Materialmodellen

Zeitraum x der Belastung	Lastverlauf	Anwendungs- beispiel	Berechnungs- größe	Material- modellierung
$x < 1$ Sekunde „crash“	stoßartig monoton steigend	Stoßbelastung auf eine Haube	Kräfte/Wege, Beschleuni- gungen, Energiewerte	elastoplastisch viskoelastisch
1 Sekund $< x < 1$ Stunde „kurzzeit“	monoton steigend	Montagevorgang eines Schnapp- hakens	Kräfte, Defor- mationen, Be- anspruchungen	elastisch elastoplastisch
1 Stunde $< x$ „langzeit“	konstant oder langsam steigend	Rohrleitung unter Innendruck	Beanspruchun- gen, Deforma- tionen, Kräfte	elastisch Kriechmodell Viskoelastisch
$n \cdot x$ „periodisch“	schwingend, zyklisch	Betriebslast- verläufe, Be- und Ent- lastung	Kräfte/Wege, Beanspruchung, Übertragungs- verh., Eigen- wärmung	viskoelastisch

Zur Auswahl eines potenziell geeigneten bzw. für die Berechnungsaufgabe passenden Materialmodells hilft eine erste Klassifizierung mittels des Zeitraums, in dem die zu berechnende Belastung auftritt. Hierzu dient als Orientierung die Tabelle 2.2. Die angesprochene Materialmodellierung wird in den anschließenden Kapiteln weiter erläutert.

2.3.1.1 Materialmodelle für Kurzzeit-Belastung

Elastische Materialmodelle

Obwohl Kunststoffe ein ausgeprägtes nichtlinear-viskoelastisches Verhalten und bei Überschreiten eines bestimmten Lastniveaus auch plastische Dehnungen aufweisen, kann dennoch unter kurzzeitiger Belastung der Ansatz eines linear-elastischen Materialmodells ausreichend sein. Zum Beispiel auch dann, wenn mittels der FE-Analyse nur eine Gestaltoptimierung durchgeführt werden soll, bei der durch vergleichende Berechnungen an Geometrievarianten die geometrisch bedingten Beanspruchungsspitzen minimiert werden sollen.

Als einfachstes Materialmodell beschreibt dann das linear-elastische Hookesche Gesetz durch die Angabe des E-Moduls und der Querkontraktionszahl ein ideal-elastisches Werkstoffverhalten. Der große Vorteil einer elastischen Materialmodellierung ist auch darin gegeben, dass alle analytischen Gleichungen und Methoden der Festigkeitslehre Verwendung finden können, inklusive des Superpositionsprinzips.

Der Wert des E-Moduls wird als Ursprungs-E-Modul E_0 für die Berechnung immer passend zur Betriebstemperatur und zur repräsentativen Dehngeschwindigkeit im Bauteil gewählt. Dabei ist die Angabe der Betriebstemperatur im Vergleich zur Dehngeschwindigkeit vergleichsweise einfach. Die Dehngeschwindigkeit wird im zu berechnenden Bauteil näherungsweise bestimmt über:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{\text{rep}}}{\Delta t} \quad (2.34)$$

mit:

ε_{rep} repräsentative Dehnung

Δt Belastungszeitschritt

Unter der repräsentativen Dehnung ε_{rep} wird in diesem Zusammenhang die Dehnung im Bauteil verstanden, die bei der maximalen Belastung im Bauteil überwiegend auftritt. Es soll darunter nicht unbedingt die maximale Dehnung verstanden werden, da diese oftmals nur in wenigen, lokal stark eingegrenzten Bauteilbereichen erreicht wird. Die repräsentative Dehnung kann auch zunächst über eine FEM-Berechnung abgeschätzt werden, die mit Richtwerten für die Materialparameter durchgeführt wird, wie sie z. B. aus Datenblättern folgen. Unter dem Belastungszeitschritt Δt wird hier schließlich der Zeitraum verstanden, in der die Bauteilbelastung aufgeprägt wird. Oftmals werden aber auch vereinfachend der Einpunkt-E-Modul-Kennwert aus Werkstoffdatenblatt bzw. -datenbank verwendet.

Wird die Berechnung mit dem Ursprungs-Modul ausgeführt, ist anschließend anhand der Spannungs-/Dehnungs-Kurve immer zu überprüfen, ob die berechneten Spannungen bzw. Dehnungen noch im vorderen, näherungsweise linearen Bereich der Spannungs-/Dehnungs-Kurve liegen (s. Bild 2.8). Ist dieses nicht der Fall, kann eine zweite Berechnung notwendig werden, die einen Sekantenmodul E_s verwendet (s. Bild 2.8). Der Sekantenmodul E_s wird für die im Bauteil auftretende maximale Dehnung/Spannung bestimmt. Nicht selten muss dieser Wert über weitere Berechnungen iterativ an das vorliegende Beanspruchungsniveau angepasst werden. Da ein Sekantenmodul allerdings für niedriger beanspruchte Bauteilbereiche eine zu geringe Steifigkeit abbildet, wird hiermit das Bauteil „weicher“ als in Realität berechnet. Der Ingenieur hat dann je nach Aufgabenstellung zu bewerten, ob diese Vorgehensweise eine Berechnung auf der „sicheren Seite“ bedeutet.

Die Querkontraktionszahl ν stellt bei der Bauteilberechnung regelmäßig ein Problem dar, da für sie meistens keine Messdaten oder andere Informationen verfügbar sind. Zunächst ist die Querkontraktionszahl eine in gleicher Weise wie der E-Modul zeit- und temperaturabhängige Größe, wobei der Wert bei kurzen Zeiten bei ca. 0,3 liegt und sich für hohe Temperaturen und lange Belastungszeiten dem Wert $\nu = 0,5$ nähert [DAS]. Anhaltswerte für die Querkontraktionszahl liefert die Tabelle 2.4.

Der Fehler, der sich durch eine ungenaue Querkontraktionszahl einstellt, hängt stark vom Berechnungsproblem in Verbindung mit der Bauteilgeometrie ab. Während er z. B. bei stabförmigen Bauteilen unter Biegung gering ist, wird der Fehler bei Platten unter Biegung deutlich größer. Hinweise für die Empfindlichkeit des Rechengangs liefern z. B. die analytischen Gleichungen der Festigkeitslehre für die Verformungen von oder Spannungen in Stäben/Platten/Schalen, die in unterschiedlicher Art und Weise von der Querkontraktionszahl abhängen.

Elastische Materialmodelle für faserverstärkte Thermoplaste

Auch kurz bzw. langfaserverstärkte Thermoplaste können vereinfachend in ihrem mechanischen Verhalten linear-elastisch beschrieben werden. Die Kurzglasfasern werden jedoch während der Fertigung in eine Vorzugsrichtung lokal ausgerichtet. Da in Faserrichtung eine höhere Steifigkeit als quer dazu vorliegt, reicht die Angabe eines E-Moduls und einer Querkontraktionszahl wie bei einem isotropen, unverstärkten Thermoplasten in diesem Fall jedoch nicht mehr aus, um die Komponenten des Elastizitätstensors zu berechnen. Vielmehr sind die einzelnen 21 Modulwerte explizit anzugeben.

Für technische Anwendungen ist es allerdings ausreichend, mechanische Kennwerte in und quer zur Faserausrichtung zu kennen. Der Werkstoff ist damit orthotrop, und es die folgenden neun Kennwerte, die zur Berechnung des Elastizitätstensors benötigt werden („Ingenieurskonstanten“) [NN1]:

$$E_{11}, E_{22}, E_{33}, \nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}, G_{12}, G_{13}, G_{23}$$

Die Indizes dieser Größen stellen wieder die Koordinatenrichtungen eines kartesischen Koordinatensystems dar. Dieses Koordinatensystem ist nach folgender Regel ausgerichtet. Die 1-Richtung liegt in Richtung der Faserverstärkung, die 2- und 3-Richtung entsprechend senkrecht dazu. Die aufgeführten Größen müssen weiterhin folgende Bedingungen erfüllen, damit numerisch stabile Simulationen durchgeführt werden können [NN1]:

$$E_{11}, E_{22}, E_{33}, G_{12}, G_{13}, G_{23} > 0$$

$$\nu_{ij} < \sqrt{\frac{E_i}{E_j}} \quad (2.35)$$

In den meisten Fällen kann sogar von transversal-isotropem Werkstoffverhalten ausgegangen werden. In diesem Fall reduzieren sich die Ingenieurskonstanten auf die Größen:

$$E_{11}, E_{22}, \nu_{12}, \nu_{23}, G_{12}$$

Je nach Belastungsfrequenz bewirkt eine dynamisch-zyklische Belastung aber ebenso hohe Dehngeschwindigkeiten bzw. kleine Belastungszeiten.

In der Diskussion in dem vorangegangenem Kapitel wurde deutlich, dass ein Glied in der Prony-Reihe immer nur in einem Zeitbereich wirksam ist, der über seine Relaxationszeit τ festgelegt ist. Sollen die Materialparameter eines viskoelastischen Materialmodells über Kriechmodulkurven kalibriert werden, so müssen diese bei den Belastungszeiten vorliegen, die für die dynamische Belastung relevant sind: Im Crashfall also z. B. im Millisekundenbereich. Prüftechnisch ist es aber nahezu nicht möglich, verlässliche Kriech- oder Relaxationsdaten im Millisekundenbereich zu ermitteln. Werkstoffdatenbanken bieten des weiteren Kriechdaten erst ab 1 Stunde Belastungszeit an. Einen Ausweg aus diesem Problem liefert die Dynamisch-Mechanische-Analyse (DMA), bei der eine Probe dynamisch-zyklisch bei verschiedenen Temperaturen und Belastungsfrequenzen geprüft wird (vgl. Abschnitt 2.4.5).

Elastoplastische Materialmodelle sind als Alternative zu den viskoelastischen Materialmodellen bei dynamisch-stoßartigen, einmaligen Belastungen anzuwenden, wenn sehr große Deformationen mit irreversiblen Dehnungsanteilen zu erwarten sind. Dieses ist oftmals die Randbedingung bei Simulationen von Crash-Vorgängen. Eine viskoelastische Materialmodellierung ist hier wegen der großen auftretenden Deformationen limitiert. Zu beachten ist aber, dass das Rückstellvermögen des Werkstoffes nicht realistisch durch das elastoplastische Materialmodell abgebildet wird.

Es können als elastoplastische Materialmodelle für die Simulation von solchen Crash-Vorgängen die bei Kurzzeitbelastungen vorgestellten Modellansätze verwendet werden. Typischerweise muss neben der Verfestigung die Dehnrateabhängigkeit der Plastizität ebenfalls mit berücksichtigt werden. Aus diesem Grunde sind Spannungs-/Dehnungs-Kurven als Basis zur Kalibrierung des Materialmodells speziell im plastischen Anteil zu verwenden, die bei solchen Dehnraten gemessen wurde, die im Bauteil während des Crashvorgangs auftreten.

2.3.2 Elastomere und TPE

Dieses Kapitel fasst die üblicherweise verfügbaren Modellierungsansätze zusammen, die für Elastomere (Gummi) Anwendung finden. Es sei jedoch betont, dass FEM-Berechnungen für diese Werkstoffklasse sehr schnell spezielle Methodiken verlangen, die hier nicht weiter diskutiert werden, da sie den üblichen Umfang der in FEM-Programmen enthaltenen Materialmodelle überschreiten.

Für thermoplastische Elastomere (TPE) können prinzipiell die im Folgenden vorgestellten Materialmodelle ebenfalls eingesetzt werden. Bei höheren Umgebungstemperaturen sowie ab bestimmten Deformationsgrenzen zeigen TPE jedoch plastische, irreversible Deformationen, die mit den nachfolgend diskutierten Materialmodellen

nicht mehr erfaßbar sind. Bei FE-Simulationen sind daher diese Grenzen als Gültigkeitsgrenze der Materialmodelle immer zu beachten.

2.3.2.1 Materialmodelle für Kurzzeit-Belastung

Elastomere weisen in ihrem mechanischen Verhalten eine Vielzahl von Effekten auf, die über Materialmodelle abzubilden sind. Wird sich aber auf die Berechnung quasistatischer Bauteileigenschaften für kurzzeitige Belastungsvorgänge beschränkt, so können häufig Materialmodelle Anwendung finden, die ein nichtlinear-elastisches und inkompressibles Werkstoffverhalten erfassen. Solche Materialmodelle werden auch als hyperelastische Modelle bezeichnet. Ein Beispiel für die Berechnung mit diesen Materialmodellen ist die Bestimmung der quasistatischen Federsteifigkeit von Gummi-Metall-Bauteilen.

Aufgrund der bei Elastomeren auftretenden großen Deformationen kommt es zu geometrischen Nichtlinearitäten, die es nicht mehr zulassen, die Spannungs-/Dehnungs-Beziehung linearisiert und über einen E-Modul zu beschreiben. Bei hyperelastischen Materialmodellen wird daher die Spannungs-/Dehnungs-Beziehung aus der Formänderungsenergiedichte W abgeleitet. In dem Ansatz von Rivlin wird die Abhängigkeit der Formänderungsenergiedichte von der Deformation durch einen einfachen Polynomansatz in den Invarianten des Cauchy-Green-Tensors (s. Abschnitt 2.1) ausgedrückt [TRE, MOM]:

$$W = \sum_{i+j=1}^N C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (2.62)$$

mit:

C_{ij} Materialparameter

N Ordnungsgrad des Polynoms

I_1, I_2 erste und zweite Invariante des Cauchy-Green-Tensors

Hierbei wird ausgenutzt, dass jede mathematische Funktion prinzipiell auch durch ein Polynom dargestellt werden kann, wenn die Koeffizienten und der Polynomgrad (hier C_{ij} und N) passend gewählt werden. In der Technik hat dabei das sogenannte Mooney-Rivlin-Modell weite Verbreitung gefunden, welches sich aus der Gleichung oben für den Ordnungsgrad $N = 1$ ergibt:

$$W = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) \quad (2.63)$$

Das Mooney-Rivlin-Modell kann in Bereichen bis ca. 100 % technische Dehnung das mechanische Werkstoffverhalten der Elastomere näherungsweise beschreiben [MOM]. Seine Grenze ist der Wendepunkt in den Spannungs-/Dehnungs-Kurven

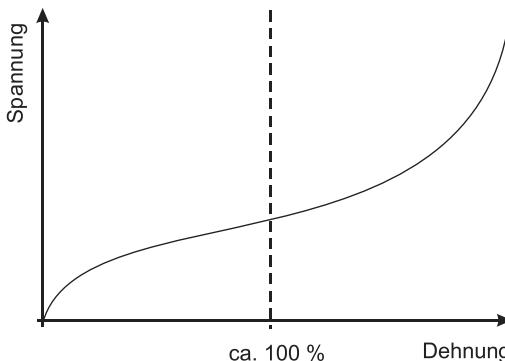


BILD 2.43 Grenze des Mooney-Rivlin-Modells

(s. Bild 2.43), den das Mooney-Rivlin-Modell nicht nachbilden kann. Die meisten technischen Bauteile weisen aber in weiten Bauteilbereichen Dehnungswerte unterhalb dieser Grenze auf, so dass das Mooney-Rivlin-Modell oftmals anwendbar ist. Das sogenannte Neo-Hooke-Modell ergibt sich aus dem Mooney-Rivlin-Modell, wenn der Materialparameter C_{01} null wird.

Eine andere Formulierung von Ogden gibt die Formänderungsenergiedichte W als Funktion der Hauptverstreckgrade λ des Cauchy-Green-Tensors an [MOM, NN1]:

$$W = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\beta_i} (\lambda_1^{\beta_i} + \lambda_2^{\beta_i} + \lambda_3^{\beta_i} - 3) \quad (2.64)$$

mit:

b, m Materialparameter

N Ordnungsgrad

Die eigentliche Spannungs-/Dehnungs-Beziehung folgt aus den Gleichungen 2.62 bis 2.64, wenn die Formänderungsenergiedichte W formal nach der Dehnung bzw. dem Verstreckgrad λ abgeleitet wird [DOG, NN1]. So berechnet sich die Spannung bei uniaxialer Belastung zu:

$$\sigma_{\text{techn.}} = \frac{\partial W}{\partial \lambda} \quad (2.65)$$

mit:

$\sigma_{\text{techn.}}$ technische Spannung

Mehrere Autoren entwickeln aus den Ansätzen von Rivlin und Ogden speziellere Formen, bei denen nur bestimmte Terme des Rivlin- bzw. Ogden-Modells berück-

2.4.2 Hyperelastische Materialmodelle

Hyperelastische Materialmodelle werden überwiegend für Elastomere verwendet. Ihre Materialparameter werden in der Kurzzeit-Prüfung bestimmt. Speziell bei Elastomeren werden dazu neben uniaxialen häufig auch mehraxiale Zugversuche angewandt. Die biaxialen Prüfungsmethoden dienen bei Elastomeren dazu, in Verbindung mit uniaxialen Versuchen eine bessere Kalibrierung der Materialmodelle zu ermöglichen. Wird ein Materialmodell ausschließlich mit uniaxialen Werkstoffprüfungen kalibriert, so besteht bei Elastomeren die Gefahr, dass das Materialmodell für allgemeine mehraxiale Beanspruchungszustände eine unzureichende Beschreibungsgüte aufweist. Des Weiteren regt die uniaxiale Belastung nur die erste Invariante des Deformationstensors an. Soll beispielsweise das Mooney-Rivlin-Modell verwendet werden, so ist eine Werkstoffprüfung notwendig, die auch die zweite Invariante anspricht, wie z.B. eine äquibaxiale Zugbelastung. Dieser Sachverhalt ist auch einer der Gründe, dass viele hyperelastische Materialmodelle allein mit der ersten Invariante arbeiten (siehe z.B. das Yeoh-Modell).

In der Mitte von Bild 2.47 ist der äquibaxiale Zugversuch abgebildet, bei dem ein Probekörper in zwei Richtungen verstrekt wird oder eine Gummimembran blasenförmig aufgeblasen wird. Im letzteren Fall entsteht im Pol der Blase die äquibaxiale und zudem höchste Werkstoffbeanspruchung. Dieser Umstand erlaubt äquibaxiale Prüfungen bis zum Werkstoffversagen. Bei dem anderen Probekörper tritt dagegen in der Regel ein frühzeitiges Werkstoffversagen durch Kerbwirkungen in den Einspannbereichen auf. Allerdings ist die Auswertung der Messdaten erheblich einfacher. Als weiteres Prüfverfahren ist in Bild 2.47 der Pure-Shear-Versuch für Elastomere abgebildet, bei dem ein Probekörper biaxial beansprucht wird, in dem die Querdehnung des Probekörpers z.B. durch aufvulkanisierte oder geklebte Metallplatten behindert wird. Dieser Versuch bietet dieselben Vor- und Nachteile wie der äquibaxiale Zugversuch an kreuzförmigen Probekörpern.

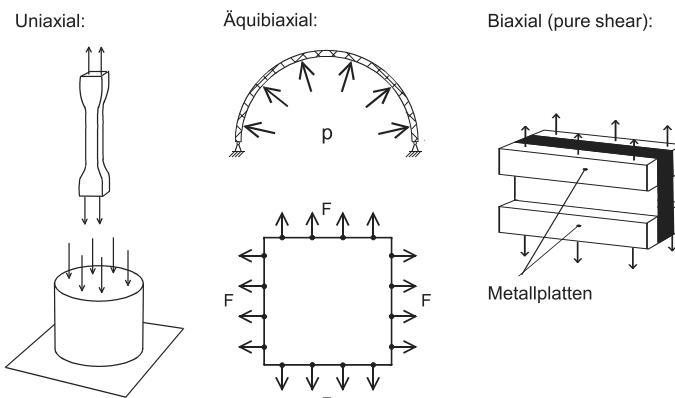


BILD 2.47 Probekörper für die Kurzzeit-Prüfung von Elastomeren

Die Ergebnisse der äquibiaxialen Prüfung können in die Spannung und Dehnung des uniaxialen Druckversuches bzw. umgekehrt umgerechnet werden, sofern die Bedingung der Inkompressibilität ausreichend erfüllt ist:

$$\begin{aligned}\sigma_D &= \sigma_B \cdot \lambda_B^3 \\ \lambda_D &= \frac{1}{\lambda_B^2}\end{aligned}\quad (2.87)$$

mit:

σ_D techn. Spannung im Druckversuch

σ_B techn. Spannung im äquibiaxialen Zugversuch

$\lambda_{D,B}$ Verstreckgrad Druck (D), Äquibiaxial (B)

In [DAM] wird gezeigt, dass der Druckversuch recht unsicher auszuführen ist, da die Reibungsverhältnisse zwischen den Druckplatten und der Gummiprobe die gemessene Spannungs-/Dehnungs-Kurve sehr stark beeinflussen. Vor dem Hintergrund, dass die genauen Reibungsverhältnisse nicht bekannt sind, ist eine äquibiaxiale Zugprüfung dem uniaxialen Druckversuch nach [DAM] vorzuziehen.

Bei Elastomeren muss bei der Werkstoffprüfung allerdings noch der in Abschnitt 2.2.3 beschriebene Mullins-Effekt berücksichtigt werden. Neben der Definition der Prüfgeschwindigkeit und -temperatur ist für Elastomere daher auch der Belastungszyklus festzulegen, der im Folgenden ausgewertet werden soll. Soll ein Bauteil berechnet werden, welches im Einsatzfall üblicherweise unbelastet ist bzw. sich der Mullins-Effekt nach dem Einsatz durch eine entsprechende Pause zurückstellen kann, so wird man den ersten Lastzyklus auswerten. Ein Beispiel hierfür ist ein Pufferelement, welches ein Maschinenteil nur bei einer Notfahrt abbremst. Zur Berechnung der quasistatischen Federkennlinie eines Motorlagers, welches zyklisch mehrfach belastet wird, wird hingegen ein späterer Belastungszyklus ausgewertet. In diesem Fall wird der Probekörper zunächst mehrmals bis zur im Bauteil auftretenden repräsentativen Dehnung be- und entlastet. Dieser Vorgang wird auch Konditionieren genannt. Als Richtwert für die notwendige Zyklanzahl können mindestens drei Belastungs- und Entlastungszyklen angegeben werden, bevor der vierte Belastungszyklus zur weiteren Auswertung verwendet wird.

Des weiteren ist zu entscheiden, ob die in Abschnitt 2.2.3 beschriebene Dehnungskristallisation beachtet werden muss, die bei bestimmten Elastomeren beobachtet werden kann. Es ist dann die Spannungs/Dehnungs-Kurve mit bzw. ohne den Kristallisationseffekten zu verwenden. Hierzu können folgende Entscheidungshilfen gegeben werden:

1. Wenn der Werkstoff überwiegend mehraxial beansprucht wird, kann die Dehnungskristallisation nicht oder nur geringfügig auftreten. Mehraxiale Beanspruchungszustände entstehen beispielsweise durch

3

Dimensionierung von Kunststoff- und Elastomerbauteilen

In diesem Kapitel wird die Vorgehensweise bei der Dimensionierung von Kunststoffbauteilen dargestellt. Unter Dimensionierung, die auch als Bemessung oder Auslegung bezeichnet wird, wird hierbei das Festlegen von Maßen für Wandbereiche oder Funktionselemente unter mechanischen Gesichtspunkten verstanden. Auf die fertigungsgerechte Auslegung wird daher nicht eingegangen. Es muss zunächst geprüft werden, inwieweit die mit der FEM berechneten Beanspruchungen versagenskritisch sind, um Maße festlegen zu können. Gegebenenfalls muss die Werkstoffauswahl oder auch das konstruktive Konzept überdacht werden, falls die Dimensionierungsrechnung zu dem Ergebnis kommt, dass durch alleinige maßliche Modifikationen das Bauteil nicht beanspruchungsgerecht gestaltet werden kann. Die Dimensionierung ist somit ein iterativer Prozess. Hier wird erläutert, wie festgestellt werden kann, ob die mit der FEM berechneten Bauteilbeanspruchungen den zulässigen Auslegungsgrenzen genügen. Dabei wird immer ein statischer Festigkeitsnachweis durchgeführt und, insofern dynamische Beanspruchungen vorliegen, auch ein Ermüdungsfestigkeitsnachweis. Die grundsätzliche Vorgehensweise der Dimensionierung von Kunststoffbauteilen, wie sie auch klassischerweise aus dem Bereich der metallischen Werkstoffe bekannt ist, ist in Bild 3.1 im Überblick dargestellt.

Die FEM wird dazu benutzt, die lokalen Beanspruchungen im Bauteil zu berechnen. Hierzu ist ein Materialmodell erforderlich, das auf Basis von Messungen kalibriert wird (siehe Kapitel 2). Aus den berechneten mehraxialen Beanspruchungszuständen wird mittels einer geeigneten sogenannten Versagenshypothese eine Vergleichsgröße berechnet. Diese Vergleichsgröße wird dann mit einem gemessenen oder aus Tabellen entnommenen Dimensionierungskennwert verglichen. Ein werkstoffliches Versagen wird in der FEM also in der Regel nicht dadurch festgestellt, dass das analysierte Bauteil in der Simulation reißt, obschon es zwischenzeitlich Modellierungsansätze gibt, die dies abbilden können. Die mittels FEM berechnete Vergleichsgröße muss zum Nachweis der werkstofflichen Funktion des Bauteils kleiner oder gleich dem Dimensionierungskennwert sein. Die Dimensionierung ist also ein Prozess, der nach der Durchführung der eigentlichen FEM-Simulation erfolgt und zum Ziel hat, die mit der FEM berechneten Beanspruchungsgrößen hinsichtlich einer werkstofflichen Funktionserfüllung zu bewerten.

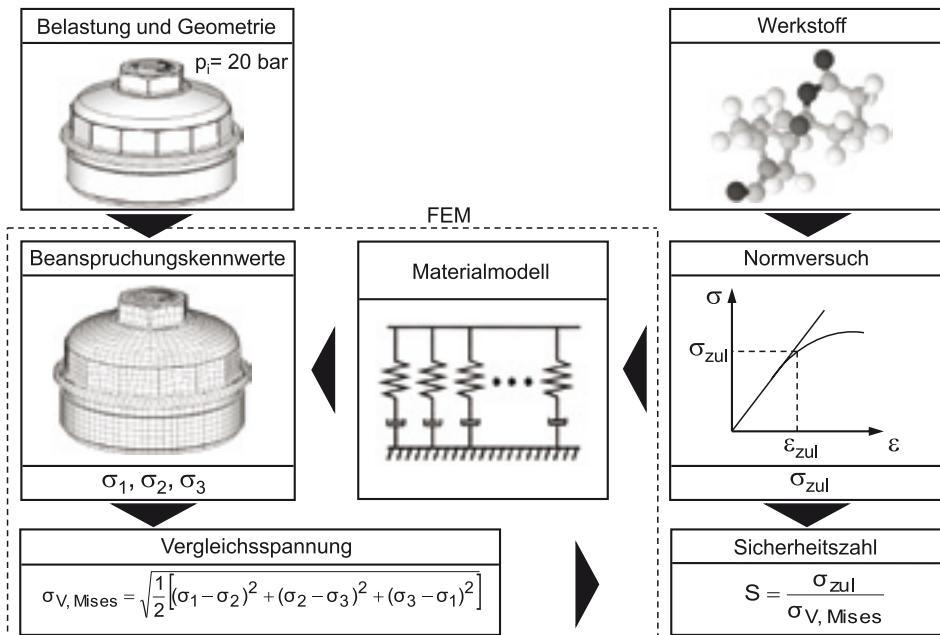


BILD 3.1 Dimensionierung eines Bauteils mittels FEM

Im Einzelnen wird in diesem Kapitel Folgendes geklärt:

- Wie können mehraxiale Beanspruchungen bewertet werden?
- Welche Beanspruchungsgrößen sind für die verschiedenen polymeren Werkstoffe auszuwerten?
- Wie werden werkstoffgerechte Dimensionierungskennwerte ermittelt?
- Welche Konzepte gibt es bei Dimensionierung von Kunststoffen und Elastomeren?
- Wie ist ein statischer Festigkeitsnachweis und ein Ermüdungsfestigkeitsnachweis werkstoffgerecht durchzuführen?
- Welche Besonderheiten sind bei der Dimensionierung von kurzfaser verstärkten Kunststoffen zu berücksichtigen?

■ 3.1 Bewertung mehraxialer Beanspruchungen und Dimensionierungskennwerte

In Kapitel 2 wurde dargestellt, wie das Werkstoffverhalten von Kunststoffen durch die Verwendung geeigneter Materialmodelle beschrieben werden kann. Hier wird nun erläutert, wie die dabei berechneten, in der Regel mehraxialen Beanspruchungszustände bewertet werden können. Diese Bewertung des berechneten Beanspruchungszustands erfolgt normalerweise in der Art, dass die berechnete Werkstoffbeanspruchung K_V mit einem Dimensionierungskennwert K_{zul} verglichen wird, wobei die berechnete Beanspruchung kleiner oder höchstens gleich dem Dimensionierungskennwert sein darf. Der Dimensionierungskennwert stellt somit die Obergrenze der zulässigen Werkstoffbeanspruchung dar:

$$K_V \leq K_{zul} \quad (3.1)$$

mit:

K_V berechnete Vergleichsgröße

K_{zul} zulässiger Dimensionierungskennwert

Von der in Gl. 3.1 angegebenen Dimensionierungsbedingung ist die Versagensbedingung zu unterscheiden:

$$K_V \leq K \quad (3.2)$$

mit:

K gemessener Versagenskennwert

Für uniaxiale Lastfälle ist eine solche Bewertung des Beanspruchungszustandes vergleichsweise einfach durchzuführen. Wird ein Stab uniaxial mit einer Kraft beaufschlagt, so führt dies zu einer uniaxialen Werkstoffbeanspruchung, und es liegt eine Spannungskomponente in Richtung der Stabachse vor. Diese berechnete Spannungskomponente kann dann direkt mit einer Versagensspannung verglichen werden, die an einem ebenfalls uniaxial belasteten Probekörper experimentell ermittelt wurde.

Die grundsätzliche Problematik bei der Anwendung der FEM auf ein reales Bauteil ist, dass für den Werkstoff in der Regel ein mehraxialer Beanspruchungszustand berechnet wird. Während beim oben dargestellten Stab der uniaxiale Lastfall an einem Probekörper einfach nachgestellt werden kann, ist dieses für mehraxiale Beanspruchungszustände technischer Bauteile sehr häufig nicht möglich. Für einen uniaxial belasteten Probekörper kann bei der Werkstoffprüfung relativ einfach aus der gemessenen Belastungskraft und dem Belastungsweg auf die vorliegende Werkstoffbeanspruchung geschlossen werden. Werkstoffprüfungen an mehraxial

3.2.2 Abschätzung von Bemessungskennwerten

Die in diesem Unterkapitel dargestellte Methode basiert auf einer von Oberbach in [Obe81] vorgeschlagenen vereinfachten Vorgehensweise zur Dimensionierung von Kunststoffbauteilen. Diese Vorgehensweise kann im Rahmen eines abschätzenden Festigkeitsnachweises immer dann angewendet werden, wenn im Versagensfall mit geringen Schadensfolgen zu rechnen ist und keine gravierenden Eigenschaftsveränderungen des Werkstoffs im nachzuweisenden Zeitraum zu erwarten sind [Obe81].

Der besondere Charme dieses Verfahrens besteht darin, dass es nur auf den für viele Werkstoffe existierenden kurzzeitigen isothermen und langzeitigen isochronen Spannungs-/Dehnungs-Kurven aufsetzt. Die Vorgehensweise kann als phänomenologisch betrachtet werden, da sie weniger auf werkstoffmechanisch quantifizierbaren Werten als vielmehr auf langjähriger Erfahrung basiert. Sie spiegelt also eine erfolgreiche Praxis der Bemessung von Kunststoffbauteilen wieder. Insofern werden hier *keine werkstofflichen Versagenskennwerte* ermittelt, sondern *Bemessungs- bzw. Dimensionierungsgrenzen*, die zu ausreichend tragfähigen *Bau- teilen* führen sollen.

Die hier dargestellte Vorgehensweise hat einige Vorteile. Es ist keine rein schematische Anwendung von tabellierten Abminderungsfaktoren, sondern sie zeigt dem Berechnung in anschaulicher Weise, in welchem Bereich des charakteristischen Werkstoffverhaltens (siehe Bild 3.24) er sich befindet. Insbesondere wird deutlich, inwieweit er sich mit den zulässigen Spannungen noch im linear-viskoelastischen Bereich befindet oder bereits im nichtlinear-viskoelastischen Bereich, in dem mit irreversiblen Werkstoffschädigungen zu rechnen ist (vgl. Kapitel 2). Die Vorgehensweise erlaubt grundsätzlich die Berücksichtigung irreversibler plastischer Verformungen, etwa bei kurzzeitiger einmaliger Beanspruchung von teilkristallinen Werkstoffen. Pragmatische Vorteile des Verfahrens sind die Verfügbarkeit der erforderlichen Werkstoffkennwerte und einfache Handhabbarkeit der Vorgehensweise. Weil es sich um ein abschätzendes Verfahren handelt, sollte der Anwender keine unangemessene Genauigkeit bei der Darstellung der Berechnungsergebnisse zu Grunde legen.

Üblicherweise ist die klassische Vorgehensweise zur Ermittlung von Bemessungskennwerten, dass ein ultimativer Versagenskennwert K mit Abminderungsfaktoren zur Erfassung von festigkeitsreduzierenden Einflüssen, von z.B. Temperatur, Mehraxialität, Beanspruchungsart, Bindenähten, Feuchtigkeit etc. reduziert wird. Die Abminderungsfaktoren gehen dabei multiplikativ in die Rechnung ein. Problematisch an dieser Vorgehensweise ist natürlich die betragsmäßige Bestimmung dieser Faktoren. Meist liegen diese Faktoren aufgrund der großen Bandbreite möglicher Anwendungsfälle für den individuellen Fall nicht vor. Werte für Abminderungsfaktoren werden z.B. in [Ehs02, Ehr02] angegeben.

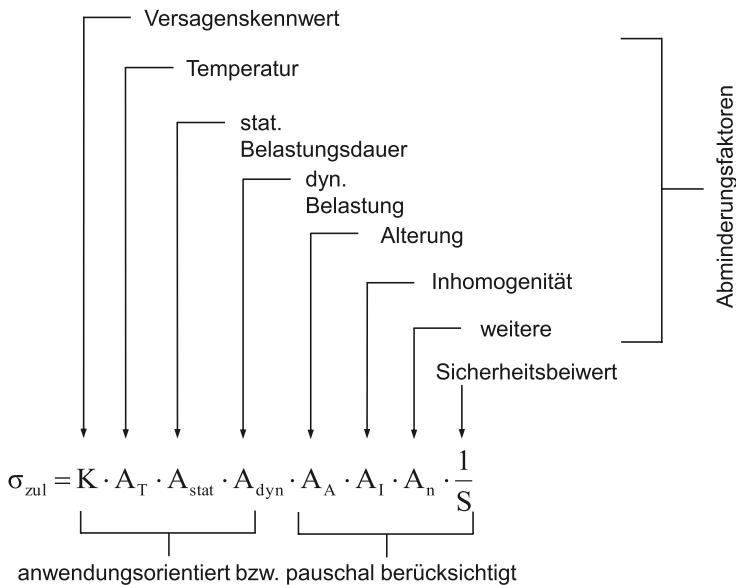


BILD 3.17 Aufteilung von Abminderungsfaktoren für die Bemessung von Kunststoffbauteilen [nach Obe81]

Die von Oberbach vorgeschlagene Vorgehensweise basiert auf der anwendungsorientierten Abminderung von gemessenen Versagenskennwerten abhängig von Beanspruchungsart (statische Belastungsdauer, dynamische Belastung) und Temperatur. Alle anderen Abminderungsfaktoren wie z.B. Alterung und Inhomogenitäten sowie Sicherheitsfaktoren werden pauschal berücksichtigt (Bild 3.17). Als Versagenskennwert K kann für Werkstoffe mit ausgeprägter Streckgrenze die Streckspannung, für amorphe und kurzfaserverstärkte Werkstoffe die Bruchspannung verwendet werden [Obe81].

Ein isothermes Spannungs-/Dehnungs-Diagramm bildet die Basis zur Ermittlung der Bemessungsgrenze, welches in einem Kurzzeitzugversuch bei Raumtemperatur ermittelt wird (Bild 3.18). Ausgehend vom jeweiligen Versagenskennwert werden den unterschiedlichen Beanspruchungsarten (kurzzeitig, langzeitig, zyklisch) unterschiedlich hohe Abminderungsfaktoren zugeordnet, da sich der Einfluss z.B. von Alterung, Medieneinwirkung usw. bei längeren Beanspruchungszeiten stärker auswirken kann als bei kurzeitiger Beanspruchung. Des Weiteren wird auch noch nach Werkstofftyp (teilkristallin, amorph, faserverstärkt) unterschieden. Bei zähen Werkstoffen, wie z.B. teilkristalline Kunststoffe in üblichen Anwendungstemperaturbereichen, können höhere Abminderungsfaktoren verwendet werden, da diese Werkstoffe noch plastische Reserven aufweisen und nicht schlagartig spröde versagen. Bei amorphen und kurzfaserverstärkten Kunststoffen, die dagegen spröde versagen und bestenfalls nur eine angedeutete Streckgrenze besitzen, müssen

3.2.4 Dimensionierung gegen eine zulässige Spannung

Die Dimensionierung gegen eine zulässige Spannung entspricht der Vorgehensweise, wie sie im Metallbereich üblich ist. Die spannungsbasierte Dimensionierung ist dem Ingenieur in der Regel vertrauter als die für Kunststoffe auch bekannte dehnungsbasierte Dimensionierung (siehe Abschnitt 3.2.5). Wahrscheinlich hat sich aus diesem Grunde auch die dehnungsbezogene Dimensionierung bei Kunststoffen bis heute nicht nachhaltig durchgesetzt.

Die FEM liefert Aussagen über Betrag und Art der im Bauteil herrschenden Spannungen. Die daraus über die Vergleichsspannungshypothese berechnete Vergleichsspannung muss kleiner sein als ein zulässiger Dimensionierungskennwert (Bemessungskennwert). Die Dimensionierungsbedingung im Spannungsraum lautet allgemein:

$$\sigma_V \leq \sigma_{zul} \quad (3.7)$$

mit:

σ_V Vergleichsspannung

σ_{zul} zulässige Spannung

Die zulässige Spannung σ_{zul} wird dabei aus einem in einem Kurzzeitzugversuch gemessenen Versagenskennwert K , reduziert mit Abminderungs- und Sicherheitsfaktoren, bestimmt. Diese Vorgehensweise zur Bestimmung zulässiger Spannungen ist beispielsweise in [Ehs02, Ehr02] beschrieben. Alternativ kann auch das in Abschnitt 3.2.2 beschriebene vereinfachte Verfahren nach Oberbach zur Abschätzung von Bemessungskennwerten verwendet werden, das nach Erfahrung der Autoren zu anwendbaren, abschätzenden Ergebnissen führt. Exaktere Bemessungskennwerte können dann erhalten werden, wenn die durch die Abminderungsfaktoren oder die im vereinfachten Verfahren nach Oberbach pauschal erfassten festigkeitsreduzierenden Einflüsse direkt im Versagenskennwert K berücksichtigt werden. Dazu muss z. B. zur Berücksichtigung einer zyklischen Belastung direkt die Schwingfestigkeit oder zur Berücksichtigung einer langzeitigen Kriechbeanspruchung direkt die Zeitstandfestigkeit verwendet werden. Die entsprechenden Kennwerte und die damit verknüpften Prüfverfahren wurden bereits in Abschnitt 3.2.1 beschrieben.

Im Folgenden werden verschiedene Vergleichsspannungshypothesen zur Berechnung der Vergleichsspannung σ_V vorgestellt.

Gestaltenergieänderungshypothese (von-Mises-Spannung)

Im Rahmen der beispielhaften Erläuterung der Grundidee einer Äquipotenzialbedingung in Abschnitt 3.1 wurde die Gestaltenergieänderungshypothese erläutert, die auch unter dem Namen von-Mises-Spannung bekannt ist. Ein anderer Name für

3.2.5 Dimensionierung gegen eine zulässige Dehnung

Grundsätzlich ist es auch möglich, die durch eine bestimmte Belastung hervorgerufene Werkstoffanstrengung – und damit auch die Äquipotenzialfläche – im Deformationsraum zu beschreiben, also z. B. durch Dehnungen [Bar82]. Dabei sind die Hauptachsensysteme im Spannungs- und im Verformungsraum identisch, wie z. B. in [Bet77] gezeigt. Eine grundsätzliche Empfehlung, inwieweit dehnungsbasiert oder spannungsbasiert dimensioniert werden soll, kann hier nicht gegeben werden.

Grundsätzlich ist zwischen funktionsrelevanten Verformungen und werkstoffabhängigen Verformungsgrenzen zu unterscheiden. Häufig darf sich ein Bauteil aus funktionellen oder auch optischen Gründen nicht über einen bestimmten Betrag verformen. Die FEM liefert Aussagen über Betrag und Art der im Bauteil herrschenden Dehnungen. Die daraus über die Vergleichsdehnungshypothese berechnete Vergleichsdehnung muss kleiner sein als ein aus Versuchen ermittelter Dimensionierungskennwert. Die Dimensionierungsbedingung im Verformungsraum lautet allgemein:

$$\varepsilon_V \leq \varepsilon_{zul} \quad (3.15)$$

mit:

ε_V Vergleichsdehnung

ε_{zul} zulässige Dehnung

Die zulässige Dehnung ε_{zul} wird dabei aus einem gemessenen Versagenskennwert, ggf. reduziert mit Abminderungs- und Sicherheitsfaktoren, bestimmt.

Als Vergleichsdehnung wird im Allgemeinen eine zu einer einachsigen Spannung *gleichgerichtete* Dehnung verstanden, wobei die Querdehnungen unbehindert auftreten. Es handelt sich also um einen *speziellen mehrachsigen Dehnungszustand* (mit unbehinderten Querdehnungen) und nicht – im Gegensatz zu Vergleichsspannungen – um eine einachsige Dehnung [RaVo09]. Werden also in einem Zugversuch Spannungs-/Dehnungs-Kurven ermittelt, so ist die Spannung in Zugrichtung einachsig, da in den Querrichtungen keine weiteren Spannungskomponenten auftreten. Hingegen treten sehr wohl in Zugrichtung als auch quer dazu infolge der Querkontraktion Dehnungskomponenten auf.

Im Folgenden werden verschiedene Vergleichsdehnungshypothesen zur Berechnung der Vergleichsdehnung ε_V aus den in der FEM berechneten Dehnungen vorgestellt.

Größtdehnungshypothese

Die Größtdehnungshypothese nimmt ein Versagen aufgrund und in Richtung der größten wirkenden Hauptdehnung an:

$$\varepsilon_V = \max(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) \quad (3.16)$$

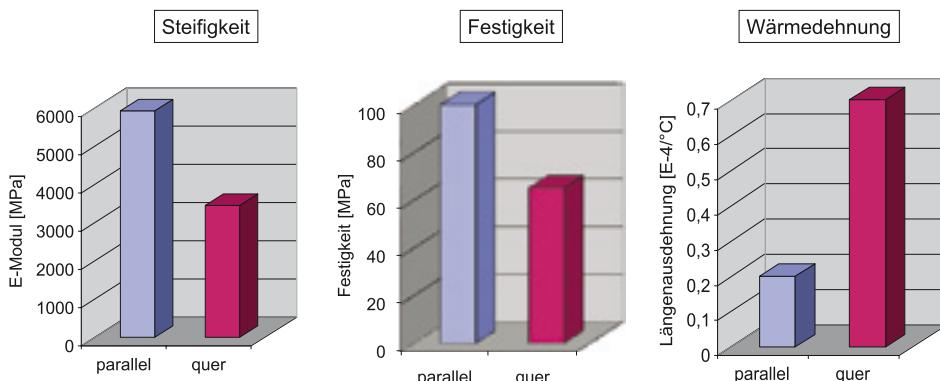


BILD 3.27 Einfluss der Faserverstärkung auf die mechanischen Werkstoffkennwerte eines PA6+GF30

Dies muss auch bei der Bewertung des berechneten Spannungszustands in Form von geeigneten Versagenshypothesen berücksichtigt werden. Solche Ansätze werden im Folgenden vorgestellt.

Unter kurzfaserverstärkten Kunststoffen werden hier Materialien mit Faserlängen < 1 mm verstanden, die im Spritzgießverfahren verarbeitet werden können. Typischerweise besitzen kurzfaserverstärkte Kunststoffe eine Faserlängenverteilung (Bild 3.28) mit Faserlängen im Bereich von 100 bis 300 µm [Men02] bei Faserdurchmessern von ca. 10 bis 20 µm.

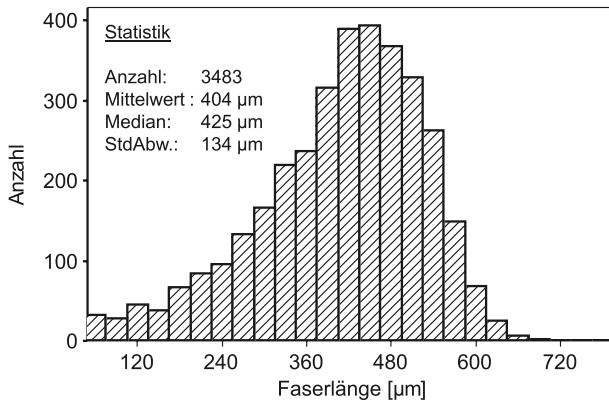


BILD 3.28 Faserlängenverteilung kurzfaserverstärkter Kunststoffe

3.2.7.1 Versagensverhalten von kurzfaserverstärkten Kunststoffen

Um eine werkstoffgerechte Dimensionierung durchführen zu können, muss zunächst ein Verständnis des für diese Werkstoffe spezifischen Versagensverhaltens vorhanden sein. Aus diesem Grunde werden zunächst die Versagensmechanismen dargestellt (Bild 3.29).

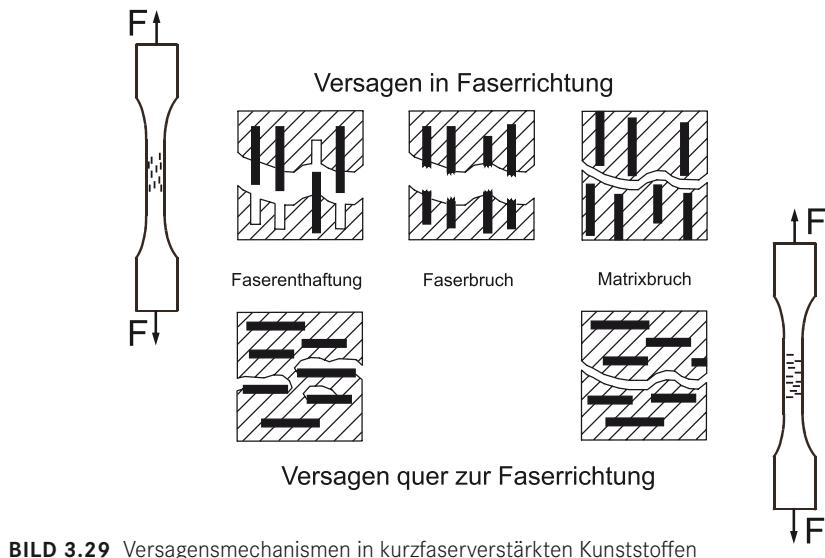


BILD 3.29 Versagensmechanismen in kurzfaserverstärkten Kunststoffen

In Faserrichtung sind die drei Versagensmodi Faserenthaftung (Herauslösen der Faser aus der Matrix), Faserbruch und Matrixbruch festzustellen. Senkrecht zur Faser tritt hingegen faktisch kein Faserbruch auf. Mischformen der Versagensmodi existieren ebenfalls. In Bild 3.30 sind rasterelektronenmikroskopische Aufnahmen

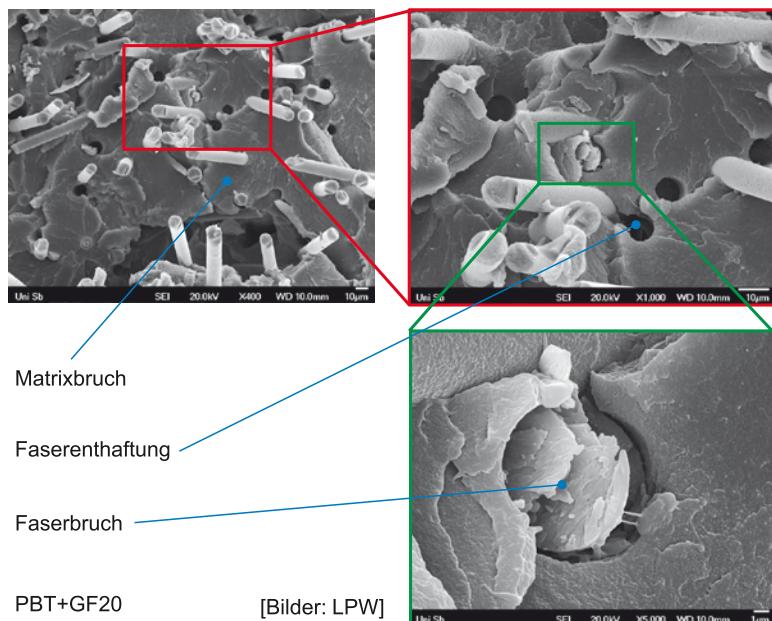
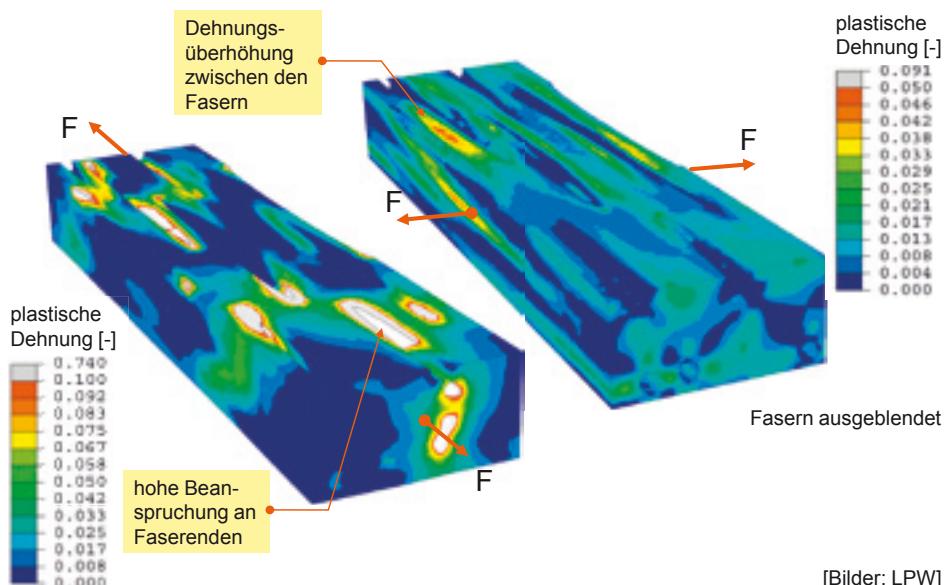


BILD 3.30 Bruchfläche eines kurzfaserverstärkten Kunststoffs

einer typischen Bruchfläche eines kurzfaserstärkten Kunststoffs dargestellt, auf denen ersichtlich ist, dass nur vereinzelt Faserbruch auftritt.

Die Tragfähigkeit eines kurzfaserstärkten Kunststoffs wird wesentlich durch die Haftung zwischen Faser und Matrix bestimmt. Die Verstärkungswirkung der Fasern resultiert dabei aus der Übertragung der eingeleiteten Kräfte von der Matrix in die Faser über Schubspannungen. Betrachtet man die lokalen Beanspruchungen in einem kurzfaserstärkten Verbundwerkstoff, wie in Bild 3.31 beispielhaft an einem repräsentativen Volumenelement dargestellt, so erkennt man, dass sowohl bei Beanspruchung in als auch quer zur Faserrichtung die maximalen Dehnungen in der Matrix immer in der Grenzschicht zwischen Faser und Matrix oder zwischen den Fasern (Effekt der Dehnungsüberhöhung) zu beobachten sind.

Des Weiteren ist zu berücksichtigen, dass bei anisotropen Werkstoffen eine Koordinatentransformation des Spannungszustands z.B. in den Hauptspannungsraum keine werkstoffgerechte Auswertung des Versagensverhaltens ermöglicht. Insbesondere die Auswertung der Invarianten: Hauptspannung, Hauptdehnung und der von-Mises-Spannung macht hier keinen Sinn. Die Dimensionierung von kurzfaserstärkten Kunststoffen muss stets mit Normal- und Schubspannungen parallel zu den Anisotropieachsen erfolgen. Hierzu müssen elementweise lokale Koordinatensysteme definiert werden. Um dies durchführen zu können, müssen die lokalen Faserorientierungen bekannt sein und mittels einer geeigneten Schnittstelle von der Spritzgießsimulation in die Struktursimulation übertragen werden (siehe Kapitel 4).



[Bilder: LPW]

BILD 3.31 Beanspruchungen in einem repräsentativen Volumenelement

Ziel ist es dabei, die in der Spritzgießsimulation ermittelten, lokalen Werkstoffeigenschaften in der nachfolgenden Struktursimulation weiter zu verwenden und so die Ergebnisqualität deutlich zu verbessern. Die Definition der lokalen Werkstoffeigenschaften gliedert sich dabei in zwei Teilebereiche:

Allgemeine Beschreibung des richtungsabhängigen Werkstoffverhaltens

So wie ein isotroper Werkstoff allgemeingültig und unabhängig von einem bestimmten FE-Modell durch Parameter beschrieben werden kann (im linear-elastischen Fall sind dies E-Modul und Querkontraktionszahl), lässt sich auch ein anisotroper oder orthotroper Werkstoff durch entsprechende Parameter beschreiben. Für kurzfaser verstärkte Kunststoffe hängen die Werkstoffeigenschaften dabei von unterschiedlichen Parametern ab: Faseranteil, Faserlänge und -durchmesser, Matrixwerkstoff, Grad der Orientierung, Hauptorientierungsrichtung. In Kapitel 2 sind die entsprechenden Begriffe und Modellierungsansätze näher erläutert. Sie beruhen auf sogenannten mikromechanischen Modellen und beschreiben das richtungsabhängige Verhalten für einen Matrixwerkstoff, der homogen mit gleichgerichteten Fasern durchsetzt ist. Die für dieses Modell benötigten Parameter entsprechen den globalen (also nicht von der Verarbeitung abhängigen) Werkstoffparametern. Es sind dies der Faseranteil (Gewichts- oder Volumenanteil), Abmessungen der Faser sowie Dichte, E-Modul und Querkontraktionszahlen von Faser und Matrixwerkstoff.

In realen Bauteilen findet man diese ideale Faserausrichtung in der Regel nicht. Zum Einen werden die Fasern während des Füllvorgangs durch die Schmelzeströmung ausgerichtet und weisen demzufolge über dem Bauteil unterschiedliche Vorzugsrichtungen auf (Bild 4.27).

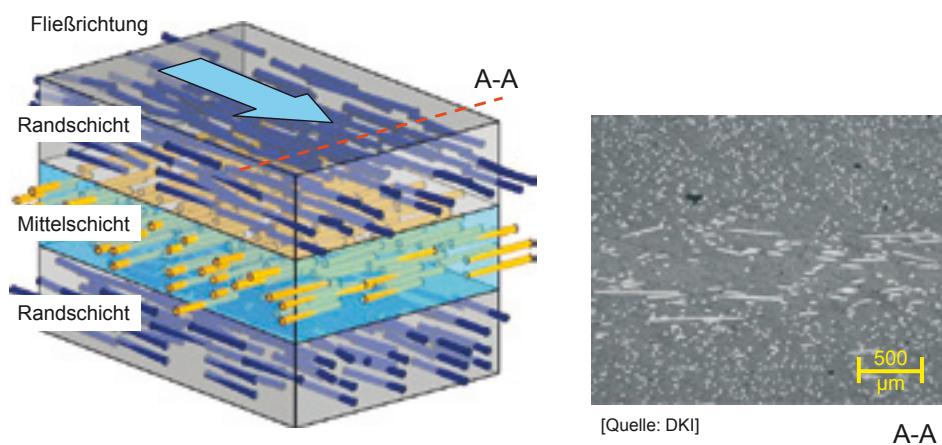


BILD 4.27 Faserausrichtung infolge der Schmelzeströmung

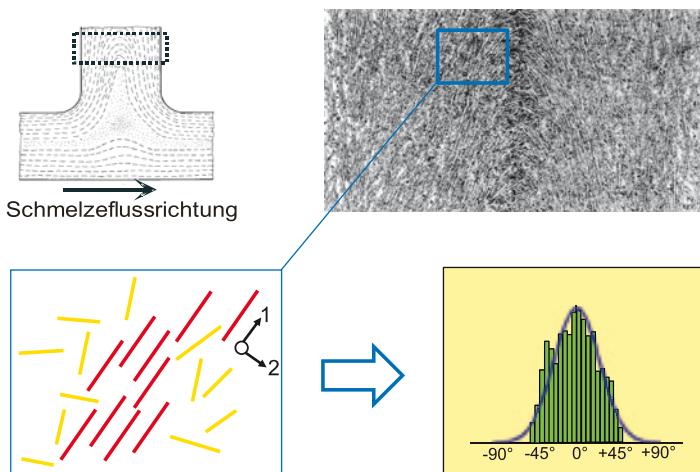


BILD 4.28 Faserorientierungsverteilung in spritzgegossenen Bauteilen

Weiterhin liegen die Fasern an einem Punkt des Bauteils im Allgemeinen nicht gleichgerichtet vor, sondern weisen, je nach lokal unterschiedlicher Schmelzeströmung, unterschiedliche Grade der Orientierung auf. Während in einigen Bereichen die Fasern nahezu parallel ausgerichtet sind, gibt es andere Zonen, in denen die Fasern vollständig ungeordnet liegen. Natürlich findet man auch alle Zustände zwischen diesen beiden Extremen. Die entsprechenden Fachbegriffe sind die *Hauptorientierungsrichtung* als die Raumrichtung an einer Bauteilposition, in die die meisten Fasern weisen und der *Orientierungsgrad* als Maß für die Parallelausrichtung der Fasern.

Ausgehend von den Ergebnissen eines mikromechanischen Modells für vollständig parallelgerichtete Fasern muss also zusätzlich das Materialverhalten des Verbundwerkstoffes für unterschiedliche Orientierungsgrade ermittelt werden. Dieser Schritt wird als Orientation Averaging bezeichnet.

Bild 4.29 zeigt exemplarisch den Verlauf des E-Moduls in und quer zur Faserrichtung als Funktion des Orientierungsgrades (der Streubreite der Faserrichtung). Für eine Streubreite von 0° entspricht der Modul in Faserrichtung der des mikromechanischen Modells oder eines ideal gespritzten Probekörpers. Quer zur Faserrichtung wird näherungsweise der reine Matrixmodul bestimmt. Mit zunehmender Streubreite nähern sich die beiden Werte dem E-Modul eines faserverstärkten, isotropen Werkstoffes an, also dem Fall, dass die Fasern vollständig ungeordnet vorliegen.

Mit einem geeigneten mikromechanischen Modell und der Methode des Orientation Averaging kann also das (elastische) richtungsabhängige Werkstoffverhalten eines faserverstärkten Kunststoffes für beliebige Orientierungsgrade bestimmt werden.

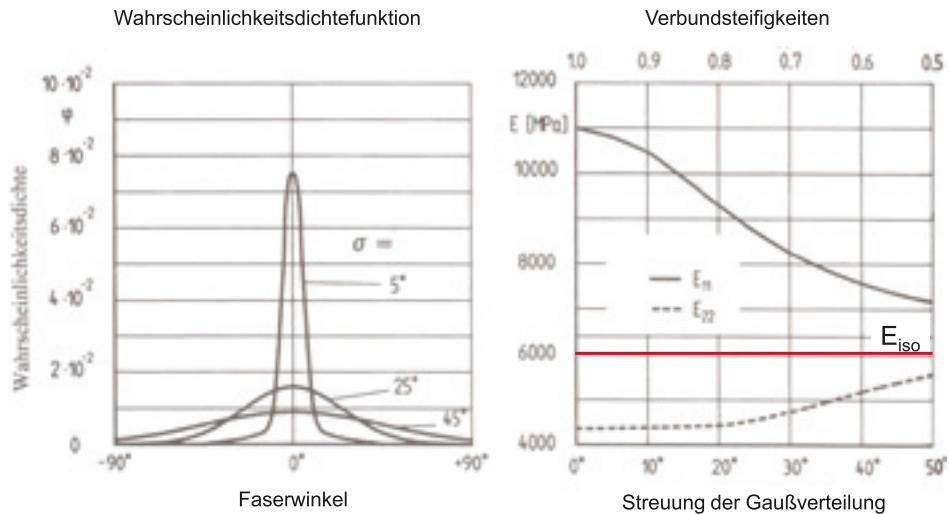


BILD 4.29 Einfluss des Orientation Averaging auf die Verbundeigenschaften

Zuweisung lokaler Eigenschaften an alle Elemente des Modells

Für die Simulation eines gegebenen, spritzgegossenen Bauteils sind diese Zusammenhänge zunächst nicht ohne Weiteres zu verwenden. Denn weder ist bekannt, in welche Richtung die Fasern an jeder Position (Knoten, Element) des Bauteils zeigen (Hauptorientierungsrichtung), noch ist der Orientierungsgrad an dieser Stelle bekannt. Die Prozesssimulation liefert jedoch als ein für den Verarbeiter eher sekundäres Ergebnis den Orientierungstensor an jedem Punkt des Bauteils (siehe Bild 4.30).

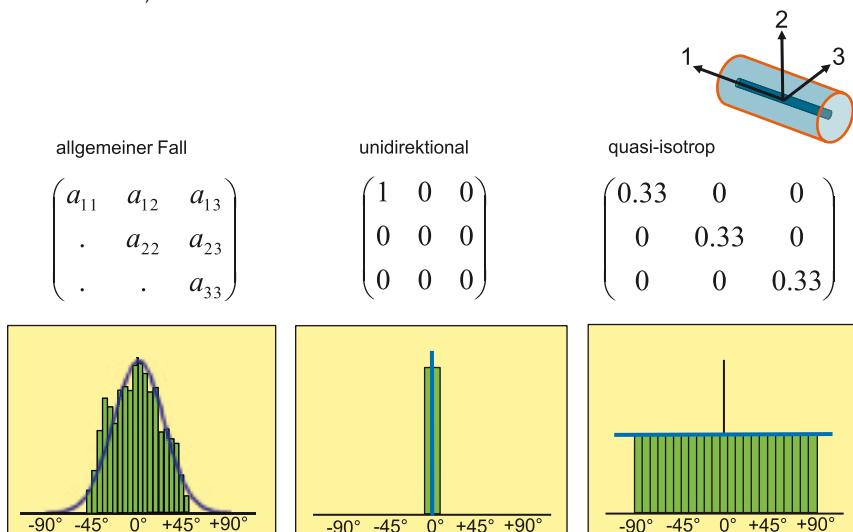


BILD 4.30 Orientierungstensor

Der Orientierungstensor als 3×3 Matrix spannt, wie der Spannungstensor, ein Hauptachsensystem auf. Die Achsen dieses Systems werden durch die Eigenvektoren repräsentiert. Die Beträge der Eigenvektoren, also die Eigenwerte, repräsentieren den Anteil der in die jeweilige Richtung orientierten Fasern. In normierter Darstellung ist die Spur des Tensors 1. Im vollständig ausgerichteten Fall (Bild 4.30, Mitte) ist nur die obere Position der Diagonalen mit 1 besetzt, alle anderen Einträge sind Null. Im isotropen Fall (rechts) ist der Anteil der Fasern in alle drei Raumrichtungen gleich groß.

Mit dem Orientierungstensor als lokale Ergebnisgröße der Füllsimulation liegen damit zumindest theoretisch alle benötigten Daten vor, um das richtungsabhängige Werkstoffverhalten in der Struktursimulation berücksichtigen zu können. In der Praxis erweist sich jedoch die konkrete Bestimmung der anisotropen Werkstoffdaten inklusive des Orientation Averaging und insbesondere die element- oder knotenweise Zuordnung der Orientierungsdaten aus der Füllsimulation zu den entsprechenden Punkten des Strukturmodells als sehr aufwändig. Diese Schritte lassen sich mit vertretbarem Aufwand nicht manuell durchführen, insbesondere deshalb, weil die FE-Netze aus Prozess- und Struktursimulation sich meistens stark unterscheiden. Entsprechende Softwaretools bieten die Möglichkeit, die benötigten Materialparameter komfortabel zu erzeugen oder aus Datenbanken einzulesen und alle benötigten Daten aus einer Spitzgießsimulation in das Strukturmodell zu übertragen. Dabei erfolgt automatisch das erforderliche Mapping zwischen unterschiedlichen FE-Netzen. Bild 4.31 verdeutlicht die Vorgehensweise am Beispiel des Softwaretools *Converse* [Con].

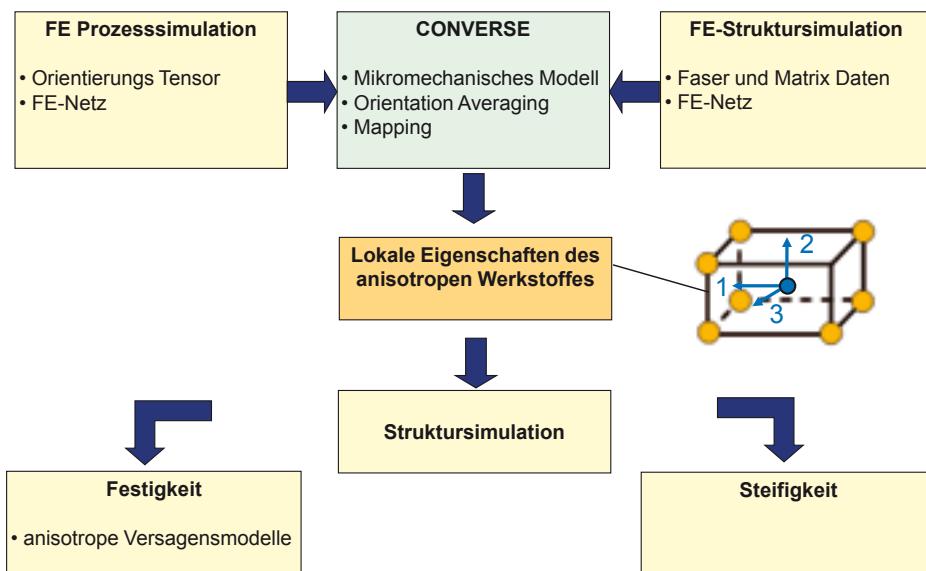


BILD 4.31 Vorgehensweise im Softwarepaket *Converse*

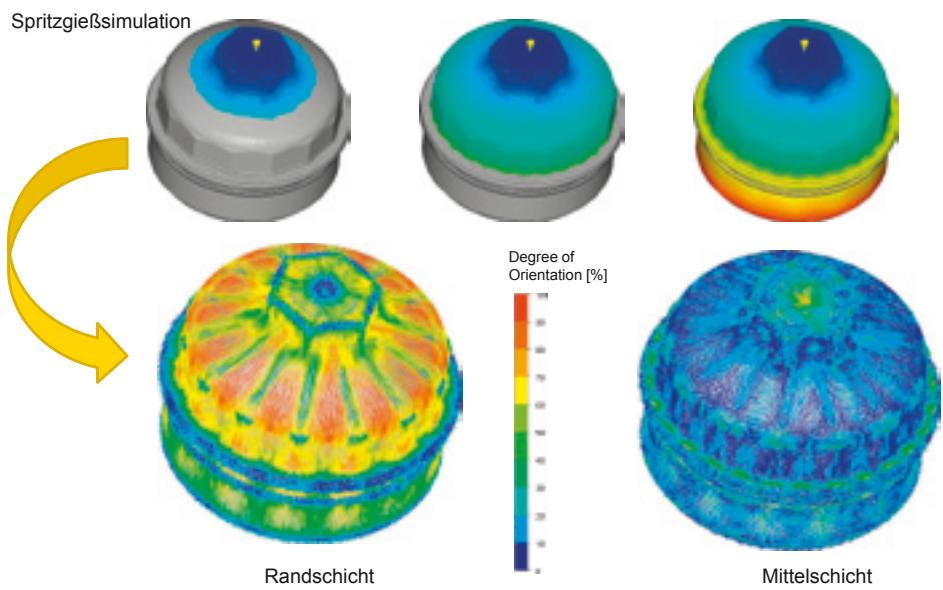
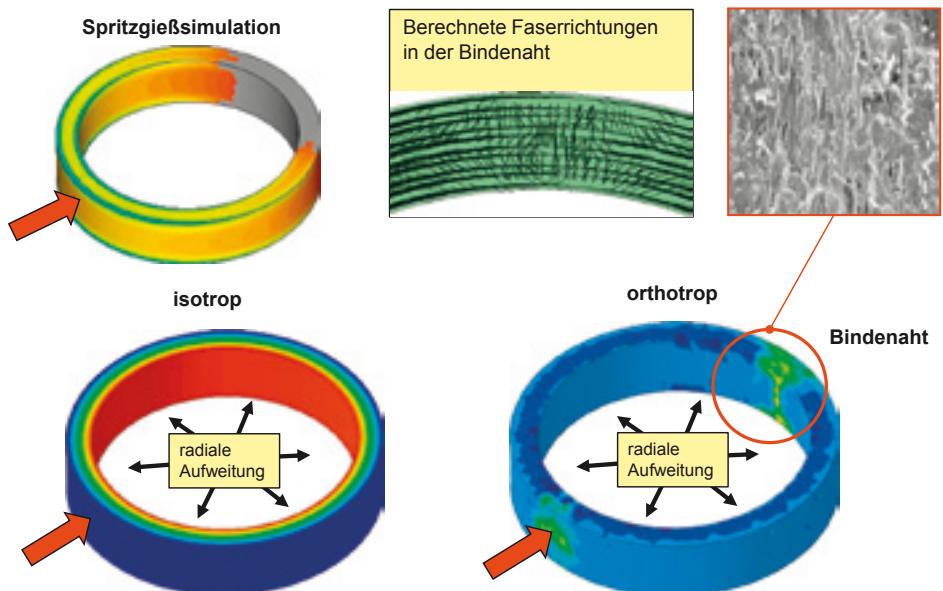
BILD 4.32 Fasermapping mit *Converse*

BILD 4.33 Effekte richtungsabhängiger Modellierung