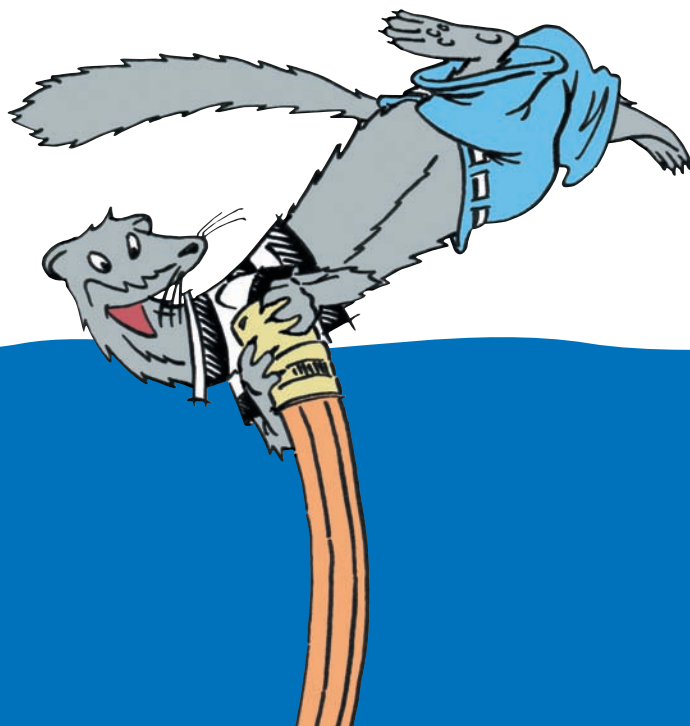


# DUDEN

# Mathe

Rechnen und Sachaufgaben

in **15** Minuten



6.  
Klasse

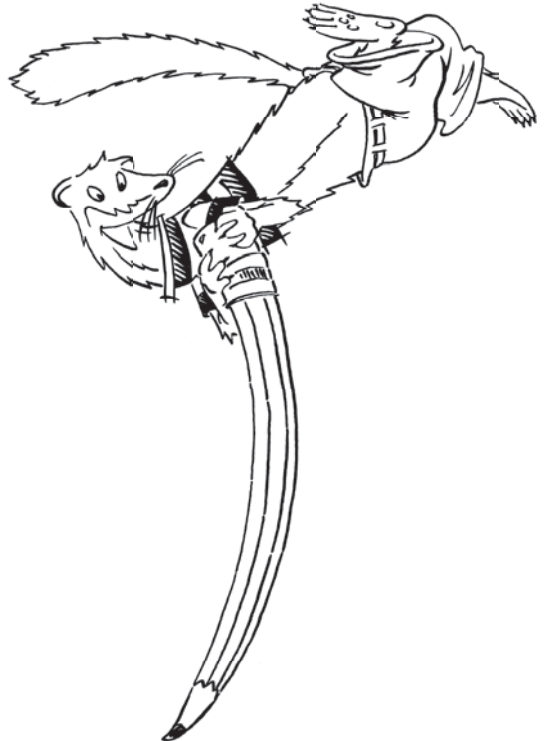
# Duden

# Mathe

in **15** Minuten

Rechnen und  
Sachaufgaben **6.** Klasse

2., aktualisierte Auflage



Dudenverlag  
Mannheim · Zürich

# Inhalt

## 1 Rechnen mit Brüchen

Darstellung von Brüchen und Anteilen .....	4
Vergleichen, erweitern, kürzen .....	6
Addieren und subtrahieren von Brüchen .....	8
Multiplizieren und dividieren von Brüchen .....	10
Rechenausdrücke mit Bruchzahlen lösen .....	12

## 2 Rechnen mit Dezimalzahlen

Darstellung von Dezimalzahlen .....	14
Addieren und subtrahieren .....	16
Multiplizieren und dividieren .....	18
Dezimal- und Bruchschreibweise .....	20

## 3 Rechnen mit rationalen Zahlen

Darstellung rationaler Zahlen .....	22
Zahlenmengen und Begriffe .....	24
Vorzeichenregeln beim Rechnen .....	26

## 4 Rechenstrategien und geschicktes Rechnen

Regeln für geschicktes Rechnen .....	28
Teilen und vervielfachen .....	38
Rechnen mit Zehnerpotenzen und Größen .....	40

## 5 Anwendungs- und Sachaufgaben

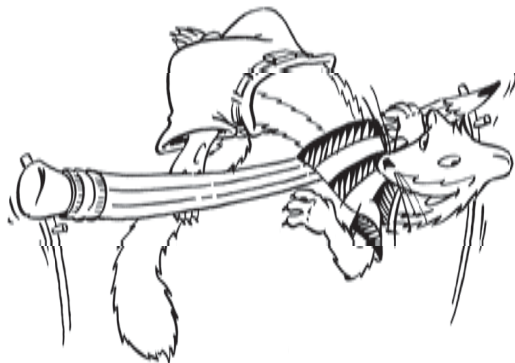
Terme mit einer Variablen .....	42
Von der Textaufgabe zum Term .....	44
Sachverhalte als Rechenbäume darstellen .....	46
Einfache Gleichungen .....	48
Lösen von Gleichungen .....	50
Von der Textaufgabe zur Gleichung .....	52

## 6 Abhängigkeiten zwischen Größen

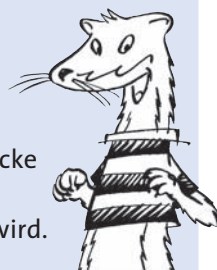
Zuordnungen, Häufigkeiten, Mittelwerte .....	54
Proportionalität und Dreisatz .....	56
Prozentrechnung .....	58
Schaubilder und Diagramme .....	60

Abschlusstest .....	62
---------------------	----

Lösungsheft zum Herausnehmen .....	L1–L8
------------------------------------	-------



## Darstellung von Brüchen und Anteilen



Brüche können auf dem Zahlenstrahl angeordnet werden. Die Strecke zwischen 0 und 1 entspricht einem Ganzen, das aufgeteilt wird.

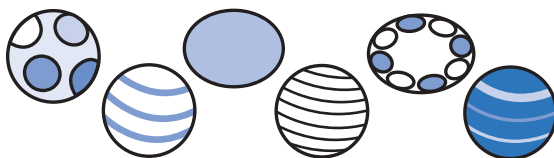
- Der Nenner gibt an, in wie viele gleiche Teile das Ganze geteilt wird.
- Der Zähler gibt an, wie viele Teile vorhanden (gemeint) sind.
- Der Bruchstrich bedeutet das Gleiche wie das Geteilt-Zeichen (:).  $\frac{6}{3} = 6 : 3$
- Im Nenner eines Bruchs darf nie die Zahl 0 stehen!
- Ist der Zähler eines Bruchs null, so ist der ganze Bruch gleich null.

Ist bei einem Bruch der Zähler kleiner als der Nenner, so heißt der Bruch **echter Bruch**. Ist der Zähler gleich dem oder größer als der Nenner, so ist der beschriebene Bruchteil ein Ganzes oder größer und heißt **unechter Bruch**.

Einen unechten Bruch kann man als **gemischte Zahl** schreiben. Dies ist die Summe aus einer natürlichen Zahl und einem echten Bruch. Das Pluszeichen wird nicht geschrieben.  $1\frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ ;  $3\frac{3}{4} = 3 + \frac{3}{4} = \frac{12}{4} + \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$

### 1 Gib den Anteil der Bälle an, die ...

- a) ein Punktemuster haben: \_\_\_\_\_ b) ein Streifenmuster haben: \_\_\_\_\_  
 c) nicht mehr ganz rund sind: \_\_\_\_\_ d) einfarbig sind: \_\_\_\_\_  
 e) ein Muster haben: \_\_\_\_\_ f) ganz rund sind: \_\_\_\_\_



### 2 Trage die angegebenen Zahlen am Zahlenstrahl ein. Verwende für die unechten Brüche eine andere Farbe.

$\frac{1}{2}$ ;  $\frac{3}{2}$ ;  $\frac{4}{2}$ ;  $\frac{4}{3}$ ;  $1\frac{1}{3}$ ;  $\frac{6}{3}$ ;  $\frac{2}{4}$ ;  $\frac{5}{6}$ ;  $\frac{9}{4}$ ;  $1\frac{2}{8}$



**3** Schreibe die gemischte Zahl in Bruchschreibweise.

**Beispiel:**  $3\frac{2}{5}$  soll umgewandelt werden. Schreibe die natürliche Zahl als Bruch mit dem Nenner 1. Rechne:  $\frac{3}{1} + \frac{2}{5} = \frac{15}{5} + \frac{2}{5} = \frac{17}{5}$ , also  $3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$ . Der neue Zähler ist 17, der Nenner bleibt 5.

- a)  $1\frac{1}{2} =$  \_\_\_\_\_ b)  $2\frac{1}{4} =$  \_\_\_\_\_  
 c)  $5\frac{1}{4} =$  \_\_\_\_\_ d)  $3\frac{2}{3} =$  \_\_\_\_\_  
 e)  $2\frac{8}{9} =$  \_\_\_\_\_ f)  $1\frac{1}{10} =$  \_\_\_\_\_  
 g)  $7\frac{1}{7} =$  \_\_\_\_\_ h)  $9\frac{8}{9} =$  \_\_\_\_\_

**4** Schreibe die Brüche in der gemischten Schreibweise. Ordne sie dann der Größe nach. Arbeite in deinem Übungsheft.

**Beispiel:** Der Bruch  $\frac{23}{6}$  soll umgewandelt werden. Der Nenner bleibt erhalten. Teile den Zähler durch den Nenner und schreibe die Ganzen vor den Bruchstrich: Rechne  $23 : 6 = 3 \text{ Rest } 5$   $\frac{23}{6} = 3\frac{5}{6}$ . Der Rest ergibt den neuen Zähler 5. Der Nenner 6 bleibt erhalten.

$\frac{7}{3}, \frac{23}{6}, \frac{11}{3}, \frac{11}{4}, \frac{13}{3}$

**5** Gib den Inhalt der Messbecher jeweils als Bruchteil von 1 Liter an.



- a) \_\_\_\_\_ b) \_\_\_\_\_ c) \_\_\_\_\_ d) \_\_\_\_\_ e) \_\_\_\_\_

# Vergleichen, erweitern, kürzen

Brüche mit **gleichem Nenner** heißen **gleichnamig**. Brüche mit **verschiedenen Nennern** heißen **ungleichnamig**.

- Von zwei Brüchen mit gleichem Zähler ist derjenige größer, der den kleineren Nenner hat.  $\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$
- Von zwei Brüchen mit gleichem Nenner ist derjenige größer, der den größeren Zähler hat.  $\frac{6}{7} > \frac{4}{7}$

Ungleichnamige Brüche kannst du besser vergleichen, wenn du sie auf einen **gemeinsamen Nenner** erweiterst (oder kürzt) und sie so **gleichnamig machst**.

- **Erweitern:** Du multiplizierst Zähler und Nenner mit derselben Zahl.
- **Kürzen:** Du dividierst Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl.

Ein Bruch heißt **vollständig gekürzt**, wenn Zähler und Nenner **teilerfremd** sind, d. h. nicht weiter geteilt werden können. Am schnellsten geht das, wenn du einen Bruch mit dem größten gemeinsamen Teiler (ggT, ↑ S. 38) von Zähler und Nenner kürzt. Du kannst aber auch schrittweise kürzen.

**1** Kürze die Brüche so weit wie möglich. Schreibe in dein Übungsheft.

a)  $\frac{2}{4}$

b)  $\frac{3}{9}$

c)  $\frac{15}{30}$

d)  $\frac{21}{28}$

e)  $\frac{27}{36}$

f)  $\frac{18}{60}$

g)  $\frac{45}{120}$

h)  $\frac{130}{52}$



**2** Finde den kleinsten gemeinsamen Nenner (Hauptnenner), erweitere dann beide Brüche auf diesen. Vergleiche sie miteinander.

a)  $\frac{3}{4}$  und  $\frac{5}{6}$  \_\_\_\_\_

b)  $\frac{2}{15}$  und  $\frac{3}{10}$  \_\_\_\_\_

c)  $\frac{2}{9}$  und  $\frac{1}{6}$  \_\_\_\_\_

d)  $\frac{3}{8}$  und  $\frac{5}{12}$  \_\_\_\_\_

- 3** Claudia hat einen Geheimtext geschrieben. Entschlüsse ihn, indem du die blau gedruckten Bruchzahlen als Bruch schreibst, dann möglichst weit kürzt und Scheinbrüche als natürliche Zahlen schreibst.

**Hinweis:** Scheinbrüche sind eigentlich natürliche Zahlen, weil der Zähler ein Vielfaches des Nenners ist.

Gestern habe ich **sechs achtel** \_\_\_\_\_ Stunden Fußball gespielt. Ich schoss insgesamt **fünfzehn drittel** \_\_\_\_\_ Eckbälle und **vier halbe** \_\_\_\_\_ Tore. Vor lauter Durst trank ich **dreißig zwanzigstel** \_\_\_\_\_ Liter Mineralwasser. Leider wurde ich **fünfzig zehntel** \_\_\_\_\_ Minuten vor Schluss ausgewechselt. Am Ende haben wir **acht Halbe** \_\_\_\_\_ zu **acht Achtel** \_\_\_\_\_ gewonnen.

- 4** Markiere die Brüche, die dieselbe Bruchzahl darstellen, jeweils in derselben Farbe. Denke an das vollständige Kürzen.

a)  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{2}{4}, \frac{4}{8}, \frac{6}{9}$

b)  $\frac{3}{5}, \frac{9}{15}, \frac{8}{14}, \frac{30}{50}, \frac{7}{10}, \frac{4}{7}$

- 5** Bei den gemischten Brüchen ist etwas schiefgegangen. Kürze die Brüche so weit wie möglich. Forme so um, dass der Bruchanteil der gemischten Schreibweise ein echter Bruch ist. Rechne im Übungsheft.

**Beispiele:** Kürze:  $1\frac{12}{16} = 1\frac{3}{4}$ ; oder vereinfache:

$$2\frac{5}{2} = 2 + \frac{5}{2} = 2 + \frac{4}{2} + \frac{1}{2} = 2 + 2 + \frac{1}{2} = 4 + \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$$

a)  $1\frac{2}{6} =$  \_\_\_\_\_ b)  $10\frac{5}{10} =$  \_\_\_\_\_

c)  $5\frac{42}{21} =$  \_\_\_\_\_ d)  $2\frac{9}{2} =$  \_\_\_\_\_



# Addieren und subtrahieren von Brüchen

Willst du **ungleichnamige** Brüche addieren oder subtrahieren, musst du sie zuerst durch Erweitern (↑ S. 6) gleichnamig machen.

Als gemeinsamen Nenner wählst du dazu das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV, ↑ S. 38) der beiden Nenner. Dieser kleinste gemeinsame Nenner heißt **Hauptnenner**.

- **Gleichnamige** Brüche **addierst** du, indem du die Zähler addierst und den gemeinsamen Nenner beibehältst.
- **Gleichnamige** Brüche **subtrahierst** du, indem du die Zähler subtrahierst und den gemeinsamen Nenner beibehältst.

**1** Berechne die Summen und Differenzen der gleichnamigen Brüche. Bei den Aufgaben e) bis h) kannst du das Ergebnis noch kürzen.

a)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{\square}{3}$

b)  $\frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \frac{\square}{7}$

c)  $\frac{17}{23} + \frac{7}{23} = \frac{\square}{23}$

d)  $\frac{8}{5} - \frac{2}{5} = \frac{\square}{5}$

e)  $\frac{15}{4} - \frac{9}{4} = \frac{\square}{4} = \frac{\square}{2}$

f)  $\frac{7}{10} + \frac{9}{10} = \frac{\square}{10} = \frac{\square}{5}$

g)  $\frac{13}{9} - \frac{1}{9} = \frac{\square}{9} = \frac{\square}{3}$

h)  $\frac{33}{16} - \frac{21}{16} = \frac{\square}{16} = \frac{\square}{4}$

**2** Fülle die Lücken in den Rechnungen.

a)  $\frac{1}{10} + \frac{2}{10} = \frac{\square}{10}$

b)  $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{\square}{4} + \frac{\square}{4} = \frac{\square}{4}$

c)  $\frac{2}{5} + \frac{13}{20} = \frac{\square}{20} + \frac{\square}{20} = \frac{\square}{20}$

d)  $\frac{1}{6} + \frac{3}{8} = \frac{4}{\square} + \frac{9}{\square} = \frac{\square}{24}$

e)  $\frac{12}{7} - \frac{10}{7} = \frac{\square}{7}$

f)  $\frac{11}{2} - \frac{11}{3} = \frac{\square}{6} - \frac{\square}{6} = \frac{\square}{6}$

g)  $\frac{5}{6} - \frac{4}{9} = \frac{\square}{18} - \frac{\square}{18} = \frac{\square}{18}$

h)  $\frac{3}{4} - \frac{9}{17} = \frac{51}{\square} - \frac{36}{\square} = \frac{\square}{68}$

- 3** Gib zu den beiden Brüchen jeweils drei mögliche gemeinsame Nenner an und kreise den Hauptnenner ein.

a) $\frac{7}{5}$ und $\frac{4}{3}$	15	30	45
b) $\frac{1}{4}$ und $\frac{5}{2}$			
c) $\frac{2}{15}$ und $\frac{3}{10}$			
d) $\frac{2}{9}$ und $\frac{11}{6}$			

- 4** Schreibe das Ergebnis als Bruch und in der gemischten Schreibweise.

**Beispiel:**  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{13}{12} = 1 \frac{1}{12}$

a)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

b)  $\frac{1}{7} + \frac{2}{3} + \frac{4}{3} + \frac{1}{14} =$  \_\_\_\_\_  $=$  \_\_\_\_\_  $=$  \_\_\_\_\_

c)  $\frac{9}{10} - \frac{1}{5} - \frac{2}{3} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

- 5** Löse das Rätsel durch Zeichnen und durch Rechnen im Heft.

Pizzatag: Frau Margherita bekommt zwei Fünftel, Herr Margherita bekommt drei Zehntel der gesamten Pizza. Von dem, was dann noch übrig ist, bekommt Kater Tom ein Drittel. Den Rest bekommt Emilio. Welchen Anteil an der gesamten Pizza erhält der Sohn Emilio?

**Antwort:**

# Multiplizieren und Dividieren von Brüchen

Zwei Brüche **multiplizierst** du, indem du die beiden Zähler und die beiden Nenner jeweils miteinander multiplizierst. Die Ergebnisse werden gekürzt.

- Durch Multiplikation mit einem Bruch kannst du bestimmen, wie viel ein **Anteil** an einer Sache ausmacht. Das Wort „von“ musst du als Malzeichen übersetzen.

$$\frac{2}{3} \text{ von } 12 \text{ kg sind } 8 \text{ kg, denn } \frac{2}{3} \cdot 12 = \frac{2}{3} \cdot \frac{12}{1} = \frac{24}{3} = \frac{8}{1} = 8.$$

- Auch einen Anteil an einem Anteil kannst du durch Bruchmultiplikation bestimmen.

$$\frac{3}{10} \text{ von } \frac{5}{2} \text{ Liter sind } \frac{3}{4} \text{ Liter, denn } \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}.$$

Den **Kehrwert** eines Bruchs erhältst du durch Vertauschen von Zähler und Nenner.

$$\frac{5}{2} \text{ ist der Kehrwert von } \frac{2}{5}.$$

Einen Bruch **dividierst** du durch einen zweiten Bruch, indem du ihn mit dem Kehrwert des zweiten Bruchs multiplizierst.

$$\frac{3}{5} : \frac{4}{7} = \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{4} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 4} = \frac{21}{20}$$

## 1 Berechne die Produkte.

$$\text{a) } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\square \cdot \square}{\square \cdot \square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{b) } \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{2} = \frac{\square \cdot \square}{\square \cdot \square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{c) } \frac{7}{25} \cdot \frac{11}{4} = \frac{\square \cdot \square}{\square \cdot \square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{d) } \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{\square \cdot \square \cdot \square}{\square \cdot \square \cdot \square} = \frac{\square}{\square}$$

