



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Metallberufe

Tabellenbuch für Metallbautechnik

Herausgegeben von Armin Steinmüller

| | | | |
|----------|----------------|-------------------|------------|
| Autoren: | M. Fehrmann | Dr. E. Ignatowitz | D. Köhler |
| | F. Köhler | G. Lämmelin | H.-J. Pahl |
| | A. Steinmüller | A. Weingartner | |

9. verbesserte Auflage

Europa-Nr.: 16011

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorf Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Autoren

| | | |
|---------------------|-----------------------------|---------------------|
| Fehrmann, Michael | Dipl.-Ing. (FH), Studienrat | Waiblingen |
| Ignatowitz, Eckhard | Dr.-Ing., Studienrat | Waldbronn |
| Köhler, Dagmar | Dipl.-Ing.-Päd. | Dresden |
| Köhler, Frank | Dipl.-Ing.-Päd. | Dresden |
| Lämmlein, Gerhard | Dipl.-Ing.; Studiendirektor | Neustadt/Weinstraße |
| Pahl, Hans-Joachim | Oberstudienrat | Hamburg |
| Steinmüller, Armin | Dipl.-Ing. | Hamburg |
| Weingartner, Alfred | Studiendirektor i. R. | München |

Für die Mitarbeit an der 1. bis 5. Auflage dieses Buches dankt der Arbeitskreis
Herrn Jürgen Hohenstein und Herrn Werner Röhrer;
für die Mitarbeit an der 1. bis 6. Auflage Herrn Gunter Mahr.

Lektorat und Leitung des Arbeitskreises:

Steinmüller, Armin; Dipl.-Ing., Verlagslektor, Hamburg

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Die Angaben in diesem Tabellenbuch beziehen sich auf die neuesten Ausgaben der Normblätter und sonstiger amtlicher Regelwerke. Es sind jedoch nur auf das Wesentliche beschränkte ausgewählte Teile der Originale. Verbindlich für die Anwendung sind nur die Original-Normblätter mit dem neuesten Ausgabedatum des DIN (Deutsches Institut für Normung e.V.) selbst. Sie können durch die Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

Auch andere Inhalte, die auf Verordnungen, Regelwerken oder Herstellervorgaben unterschiedlicher Herkunft basieren, dürfen nur an Hand der jeweils neuesten Ausgabe der Originalfassung angewendet werden. In diesem Nachschlagewerk stehen in der Regel nur Auszüge aus den oft umfangreichen Unterlagen.

Das vorliegende Werk wurde mit aller gebotenen Sorgfalt erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Herausgeber und Verlag für die Richtigkeit von Fakten, Hinweisen und Vorschlägen sowie für eventuelle Satz- und Druckfehler keine Haftung.

Die in diesem Buch wiedergegebenen Namen und Bezeichnungen dürfen nicht als frei zur allgemeinen Benutzung im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung betrachtet werden. Bei der Entstehung dieses Buches wurde auf eventuelle Urheberrechte Dritter Rücksicht genommen. Sollten Rechteinhaber ihre Rechte verletzt sehen, bitten wir um Benachrichtigung.

Hinweis: Die Seiten 40 bis 47 mussten neu geschrieben werden. Um die weiteren Seitenzahlen nicht ändern zu müssen, haben wir für diese Auflage auf die bisherigen Seiten 44, 45 und 46 verzichtet. Sie werden in die folgende Auflage wieder aufgenommen. Im Internet finden Sie diese Seiten inzwischen unter www.europa-lehrmittel.de/16011. In Zukunft werden wir Sie über wichtige Fehlerkorrekturen, Normänderungen oder andere Fakten unter dieser Adresse informieren.

9. Auflage 2016, korrigierter Nachdruck 2017

Druck 5 4 3

Alle Drucke dieser Auflage sind im Unterricht nebeneinander einsetzbar, da sie bis auf die korrigierten Druckfehler und kleine Normänderungen unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-1614-0

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2016 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: rkt, 42799 Leichlingen, www.rktypo.com

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagfoto: © Erik Schumann – fotolia.com

Druck: Hitzegrad Print Medien und Service GmbH, 44149 Dortmund

Während der letzten Jahrzehnte hat sich die Berufsgruppe der Metallbauer und Konstruktionsmechaniker zusammen mit den Stahl- und Metallbauunternehmen stark entwickelt – sowohl auf Grund neuer Tendenzen in der Architektur als auch wegen erhöhter Anforderungen beim Wärmeschutz von Gebäuden als Beitrag zum Klimaschutz. Die für diese Berufe herausgegebene Fachbuchreihe des Verlages EUROPA-LEHRMITTEL besitzt mit diesem Tabellenbuch eine für Unterricht und Praxis notwendige aktuelle Basis an Daten und Fakten. Es ist aber auch unabhängig vom Schulunterricht als Nachschlagewerk geeignet.

In erster Linie ist diese Tabellen- und Formelsammlung für die Berufsausbildung der Metallbauer und Konstruktionsmechaniker bestimmt. Um den vielfältigen Anforderungen der beruflichen Weiterbildung Rechnung zu tragen, wurden darüber hinaus Informationen aufgenommen, die für den Unterricht in Meisterschulen und Fachschulen Bedeutung haben. Außerdem enthält dieses Nachschlagewerk für Studierende der Architektur und des Bauwesens viele wichtige Angaben und kann ein hilfreicher Wegweiser zu anderen Quellen mit weitergehenden Detailinformationen sein.

Der Inhalt des Buches gliedert sich in die nebenstehend aufgeführten acht Themenbereiche. Die Vielfalt der Informationen bedingt, dass hin und wieder Inhalte einer Überschrift zugeordnet werden, die möglicherweise auch an anderer Stelle stehen könnten.

Jeder der 8 Hauptteile enthält Formeln, Tabellen, Definitionen und in manchen Fällen auch knappe Erläuterungen. In den Tabellen sind wesentliche Inhalte von DIN-Normen, Regeln der Behörden und Berufsgenossenschaften, Stoffwerte und Firmenangaben zu speziellen Verfahren und Konstruktionslösungen zu finden.

Zum schnellen Aufsuchen bestimmter Sachverhalte dienen die umfangreichen Teil-Inhaltsverzeichnisse sowie ein Sachwortverzeichnis mit englischer Übersetzung. Inhaltlich ähnliche Seiten wurden nach denselben grafischen Prinzipien benutzerfreundlich gestaltet. Bei Normteilen, Werkstoffen, vielen Bauteilen sowie bei Kurzangaben in Zeichnungen wird jeweils ein Bezeichnungsbeispiel aufgeführt. Zu Beginn eines entsprechenden Sachteils findet sich außerdem häufig eine Erläuterung zum Aufbau der Bezeichnungsbeispiele.

Die jetzt vorliegende **9. Auflage** entspricht in der Abfolge von Seiten und Themen sowie der Seitenzahl der vorherigen. Alle Normangaben wurden überprüft und, falls notwendig, aktualisiert. In einigen Fällen waren wegen erneuerter oder ersetzter Normen größere Änderungen notwendig, bei der Steuerungstechnik, den Schweißzeichnungen sowie Berechnungen im Stahlbau mussten Seiten komplett überarbeitet werden.

Der Umfang des gesamten Fachgebietes und die Vielfalt der Informationen aus den in permanenter Weiterentwicklung befindlichen einzelnen Sachgebieten des Metall- und Stahlbaus zwang uns im Interesse einer überschaubaren Seitenzahl dazu, manche von einzelnen Lesern gewünschte Sachverhalte nicht zu berücksichtigen.

Wir danken unseren Lesern für ihre Zuschriften und hoffen auch weiterhin auf ihre Meinungsäußerungen. Ebenso sind wir stets dankbar für Fehlerhinweise, Anregungen und Verbesserungsvorschläge, die wir Sie bitten, an lektorat@europa-lehrmittel.de zu schicken.

Sommer 2016

Autoren und Verlag

**Mathematische
Grundlagen**

M

**Naturwissenschaftlich-
technische Grundlagen**

N

**Arbeitsplanung
Technische Kommunikation
Arbeitssicherheit
Umweltschutz**

A

Werkstoffe

W

**Bauteile
Befestigungsmittel
Verbindungsmittel**

B

Fertigungstechnik

F

**Konstruktionselemente
und Bauteile**

K

**Steuerungs- und
Regelungstechnik,
NC-Technik**

S

4 Inhaltsübersicht

M Technische Mathematik 5

| | |
|--|----|
| Formelzeichen, mathematische Zeichen | 6 |
| Einheiten, Umwandlungstabellen | 7 |
| Mathematische Grundlagen | 10 |
| Winkel | 15 |
| Längen | 17 |
| Flächen | 18 |
| Volumen, Oberflächen, Masse | 23 |
| Längenbezogene und flächenbezogene Masse | 27 |
| Schwerpunkte | 28 |

N Naturwissenschaftlich-technische Grundlagen 29

| | |
|----------------------------|----|
| Kräfte und Bewegungen | 30 |
| Arbeit, Leistung, Energie | 34 |
| Druck | 36 |
| Statik, Festigkeit | 37 |
| Einwirkungen auf Tragwerke | 51 |
| Elektrotechnik | 59 |
| Bauphysik | 61 |
| Chemie | 76 |

A Arbeitsplanung – Technische Kommunikation – Arbeitssicherheit – Umweltschutz 79

| | |
|---|-----|
| Grundlagen der Technischen Kommunikation | 80 |
| Grundlagen des Technischen Zeichnens | 81 |
| Geometrische Grundkonstruktionen | 96 |
| Maßeintragung | 103 |
| Grenzmaße und Passungen | 116 |
| Oberflächenbeschaffenheit | 124 |
| Wärmebehandlungsangaben | 126 |
| Schweißzeichnungen | 127 |
| Metall- und Stahlbauzeichnungen | 132 |
| Rohrleitungsdarstellungen | 141 |
| Bauzeichnungen | 143 |
| Gestaltung | 148 |
| Gesundheit und Sicherheit am Arbeitsplatz | 150 |
| Gefahrstoffe | 157 |

W Werkstoffe 159

| | |
|--|-----|
| Stoffwerte | 160 |
| Werkstoffnummern | 162 |
| Bezeichnungssystem für Stähle | 164 |
| Stahlsorten und Gusseisen | 169 |
| Harte Schneidstoffe | 173 |
| Stahlbleche | 174 |
| Warmgewalzte Stahlprofile | 177 |
| Rohre | 188 |
| Bauteile und Erzeugnisse aus Stahl | 194 |
| Flächen- und längenbezogene Massen | 196 |
| Nichteisenmetalle | 198 |
| Kunststoffe und Kunststoffserzeugnisse | 204 |
| Schmierstoffe und Hydrauliköle | 207 |
| Korrosionsschutz | 209 |
| Wärmebehandlung der Stähle | 220 |
| Werkstoffprüfung | 223 |
| RAL-Farbbregister | 227 |

B Bauteile, Befestigungsmittel, Verbindungsmittel 229

| | |
|--|-----|
| Gewinde | 230 |
| Schrauben, Eigenschaften und Belastungen | 235 |
| Schraubenarten | 244 |
| Muttern und Scheiben | 258 |
| Bolzen, Splinte, Kerbstifte | 264 |
| Niete | 266 |
| Befestigungselemente | 269 |
| Montagetechnik | 282 |
| Anschlagmittel, Handzeichen | 284 |

F Fertigungstechnik 291

| | |
|--------------------------------------|-----|
| Biegetechnik | 292 |
| Schmieden | 302 |
| Mechanisches und thermisches Trennen | 303 |
| Antriebstechnik | 306 |
| Spanende Fertigungsverfahren | 311 |
| Schweißen | 318 |
| Löten | 338 |
| Kleben | 340 |
| Kalkulation | 341 |

K Konstruktionselemente und Bauteile 347

| | |
|---------------------------------|-----|
| Schlösser | 348 |
| Türöffneranlage, Schließanlagen | 354 |
| Türen | 357 |
| Bänder | 366 |
| Tore | 368 |
| Treppen | 377 |
| Geländer | 387 |
| Fenster | 397 |
| Verglasungen | 402 |
| Fugendichtstoffe | 419 |
| Sonnenschutzeinrichtungen | 421 |
| Stahlbau | 423 |
| Metallbauelemente | 442 |
| Rohrrahmenprofile | 444 |
| Instandhaltung | 452 |

S Steuerungs- und Regelungstechnik, CNC-Technik 453

| | |
|--|-----|
| Grundbegriffe der Steuerungs- und Regelungstechnik | 454 |
| Schaltalgebra und elektrotechnische Schaltzeichen | 455 |
| Logische Verknüpfungen | 458 |
| GRAFSET | 462 |
| Kennzeichnung von elektrischen Betriebsmitteln | 464 |
| Funktionsdiagramme | 465 |
| Pneumatik und Hydraulik | 466 |
| Steuerung von Werkzeugmaschinen | 476 |
| Datenverarbeitung und Internet | 485 |

Normen und Regeln 487

Sachwortverzeichnis 490

Quellenverzeichnis 500

| | |
|--|-----------|
| Allgemeine Grundlagen | 6 |
| Formelzeichen | 6 |
| Mathematische Zeichen | 6 |
| Einheiten im Messwesen | 7 |
| Umrechnung von Maßeinheiten | 9 |
| Mathematische Grundlagen | 10 |
| Bruchrechnung | 10 |
| Vorzeichenregeln | 10 |
| Klammerrechnung | 10 |
| Potenzieren – Radizieren | 11 |
| Umformen von Gleichungen | 12 |
| Umstellen von Formeln | 13 |
| Prozentrechnung | 13 |
| Schlussrechnung – Dreisatz | 14 |
| Mischungsrechnung | 14 |
| Winkel | 15 |
| Winkelarten | 15 |
| Strahlensatz | 15 |
| Zehnerpotenzen | 15 |
| Winkelsumme im Dreieck | 15 |
| Winkelfunktionen in rechtwinkligen Dreieck | 16 |
| Winkelfunktionen im schiefwinkligen Dreieck | 16 |
| Anwendungen des Sinus- und Kosinussatzes | 16 |
| Längen | 17 |
| Gestreckte Längen | 17 |
| Rohlängen von Schmiede- und Presstücken | 17 |
| Teilung von Längen, Randabstände | 17 |
| Flächen | 18 |
| Gradlinig begrenzte einfache Flächen | 18 |
| Lehrsatz des Pythagoras | 19 |
| Lehrsatz des Euklid | 19 |
| Höhensatz | 19 |
| Gleichseitiges Dreieck | 19 |
| Regelmäßiges und unregelmäßiges Vieleck | 20 |
| Kreis – Kreisring | 20 |
| Kreisringausschnitt – Kreisausschnitt | 21 |
| Kreisabschnitt – Ellipse | 21 |
| Zusammengesetzte Flächen | 22 |
| Verschnitt | 22 |
| Volumen – Oberflächen | 23 |
| Würfel – Vierkantprisma | 23 |
| Zylinder – Hohlzylinder – Torus | 23 |
| Pyramide – Pyramidenstumpf – Kegel – Kegelstumpf | 24 |
| Kugel – Kugelabschnitt – Kugelausschnitt | 25 |
| Flächen und Volumen nach der Guldin'schen Regel | 25 |
| Volumen – Masse | 26 |
| Volumen von Werkstücken | 26 |
| Masse von Werkstücken | 26 |
| Längenbezogene und flächenbezogene Masse | 27 |
| Schwerpunkte | 28 |
| Linien Schwerpunkte | 28 |
| Flächen Schwerpunkte | 28 |

Erläuterungen zu den folgenden Teilinhaltsverzeichnissen:

Um eine optimale Übersichtlichkeit und schnelles Auffinden zu erreichen, wurden in den Verzeichnissen manchmal Überschriften verkürzt, zusammengefasst oder auch anders formuliert als auf den jeweiligen Seiten. Dabei bleiben die inhaltlichen Aussagen aber stets gewahrt.

Formelzeichen

vgl. DIN 1304-1 (1994-03)

| Formelzeichen | Bedeutung | Formelzeichen | Bedeutung | Formelzeichen | Bedeutung |
|---------------------------------------|------------------------------|--|---|----------------------|---|
| Länge, Fläche, Volumen, Winkel | | Mechanik | | Wärme | |
| l | Länge | m | Masse | T, Θ | thermodynamische Temperatur ³⁾ |
| b | Breite | m' | längenbezogene Masse | $\Delta T, \Delta t$ | Temperaturdifferenz ³⁾ |
| h | Höhe, Tiefe | m'' | flächenbezogene Masse | $\Delta \vartheta$ | Celsius-Temperatur ³⁾ |
| r, R | Radius, Halbmesser | ϱ | Dichte | t, ϑ | Längenausdehnungskoeffizient |
| d, D | Durchmesser | J | Trägheitsmoment, Massenmoment 2. Grades | α, α | Volumenausdehnungskoeffizient |
| s | Weglänge, Kurvenlänge | F | Kraft | Q | Wärme, Wärmemenge |
| λ | Wellenlänge | F_G, G | Gewichtskraft | λ | Wärmeleitfähigkeit |
| A, S | Fläche, Querschnittsfläche | M | Drehmoment | α | Wärmeübergangskoeffizient ³⁾ |
| V | Volumen | T | Torsionsmoment | k | Wärmedurchgangskoeffizient ³⁾ |
| α, β, γ | ebener Winkel | M_b | Biegemoment | Φ, \dot{Q} | Wärmestrom ³⁾ |
| Ω | Raumwinkel | p | Druck | a | Temperaturleitfähigkeit |
| Zeit | | p_{abs} | absoluter Druck | c | spez. Wärmekapazität |
| t | Zeit, Dauer | p_{amb} | Atmosphärendruck | H_u | spezifischer Heizwert |
| T | Periodendauer | σ | Überdruck | Elektrizität | |
| f, ν | Frequenz | p_e | Normalspannung | Q | Ladung, Elektrizitätsmenge |
| n | Drehzahl, Umdrehungsfrequenz | τ | Schubspannung | U | Spannung |
| ω | Winkelgeschwindigkeit | A | Bruchdehnung ²⁾ | C | Kapazität |
| v, u | Geschwindigkeit | ε | Dehnung, rel. Längenänderung | ε | Permittivität |
| a | Beschleunigung | E | Elastizitätsmodul | I | Stromstärke |
| g | örtliche Fallbeschleunigung | G | Schubmodul | L | Induktivität |
| α | Winkelbeschleunigung | μ, f | Reibungszahl | μ | Permeabilität |
| q_v, \dot{V} | Volumenstrom | W | Widerstandsmoment | R | Widerstand |
| Akustik | | I | Flächenmoment 2. Grades | ϱ | spezifischer Widerstand |
| p | Schalldruck | W, E | Arbeit, Energie | γ, κ | elektrische Leitfähigkeit |
| $dB(A)$ | Schallpegel ¹⁾ | W_{pV}, E_p | potenzielle Energie | X | Blindwiderstand |
| c | Schallgeschwindigkeit | W_{kV}, E_k | kinetische Energie | Z | Scheinwiderstand |
| L_p | Schalldruckpegel | η | Leistung Wirkungsgrad | φ | Phasenverschiebungswinkel |
| L_N | Lautstärkepegel | Licht, elektromagnet. Strahlung | | N | Windungszahl |
| I | Schallintensität | E_v | Beleuchtungsstärke | | |
| N | Lautheit | f | Brennweite | | |
| | | n | Brechzahl | | |
| | | I_e | Strahlstärke | | |
| | | Q_e, W | Strahlungsenergie | | |

¹⁾ nicht in DIN 1304; siehe Seite 72

²⁾ nicht in DIN 1304; siehe Seite 169 ff.

³⁾ Abweichungen von DIN 1304 s.S. 61 bis 71

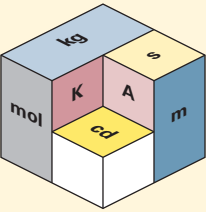
Mathematische Zeichen

| Math. Zeichen | Sprechweise | Math. Zeichen | Sprechweise | Math. Zeichen | Sprechweise |
|----------------------------|--------------------------|-------------------------|----------------------------------|------------------|---|
| \approx | ungefähr gleich | π | pi (Kreiszahl = 3,14159...) | \ln | natürlicher Logarithmus |
| $\hat{=}$ | entspricht | a^x | a hoch x, x-te Potenz von a | \log | Logarithmus (allgemein) |
| \dots | und so weiter bis | $\sqrt{}$ | Quadratwurzel aus | \lg | dekadischer Logarithmus |
| $=$ | gleich | $\sqrt[n]{}$ | n-te Wurzel aus | \sin | Sinus |
| \neq | ungleich | $ x $ | Betrag von x | \cos | Kosinus |
| $\stackrel{\text{def}}{=}$ | ist definitionsgemäß | ∞ | unendlich | \tan | Tangens |
| $<$ | kleiner | \perp | senkrecht auf | \cot | Kotangens |
| \leq | kleiner gleich | \parallel | ist parallel zu | \arcsin | Arcussinus |
| $>$ | größer | $\uparrow\uparrow$ | gleichsinnig parallel | $\%$ | Prozent, vom Hundert |
| \geq | größer gleich | $\uparrow\downarrow$ | gegensinnig parallel | $\%$ | Promille, vom Tausend |
| $+$ | plus | \angle | Winkel | $() , [] , \{\}$ | runde, eckige, geschweifte Klammer auf und zu |
| $-$ | minus | \triangle | Dreieck | \overline{AB} | Strecke AB |
| \cdot | mal, multipliziert mit | \equiv | kongruent zu | \widehat{AB} | Bogen AB |
| $-, / , :$ | durch, geteilt durch, zu | Δx | Delta x (Differenz zweier Werte) | a', a'' | a Strich, a zwei Strich |
| Σ | Summe | | | a_1, a_2 | a eins, a zwei |
| \sim | proportional | | | | |

Einheiten im Messwesen

Die Einheiten im Messwesen sind im Internationalen Einheitensystem (SI = Systeme International) festgelegt. Es baut auf den sieben *Basiseinheiten* (Grundeinheiten) auf, von denen weitere Einheiten abgeleitet werden.
→ vgl. DIN 1301-1 (2002-10), -2 (1978-02), -3 (1979-10)

Basisgrößen und Basiseinheiten

|  | Basisgröße | Basiseinheit | Einheitenzeichen |
|---|-------------------------|--------------|------------------|
| | Länge | Meter | m |
| | Masse | Kilogramm | kg |
| | Zeit | Sekunde | s |
| | elektrische Stromstärke | Ampere | A |
| | Temperatur | Kelvin | K |
| | Stoffmenge | Mol | mol |
| | Lichtstärke | Candela | cd |

Größen und Einheiten

| Größe | Formelzeichen | Einheit Name | Zeichen | Beziehung | Bemerkung |
|---------------------------------------|--------------------------------|---|---------------------------|--|--|
| Länge, Fläche, Volumen, Winkel | | | | | |
| Länge | <i>l</i> | Meter | m | 1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm 1 mm = 1000 µm 1 km = 1000 m | 1 inch = 1 Zoll = 25,4 mm In der Luft- und Seefahrt gilt: 1 internationale Seemeile = 1852 m |
| Fläche | A, S | Quadratmeter Ar Hektar | m ² a ha | 1 m ² = 10 000 cm ² = 1 000 000 mm ² 1 a = 100 m ² 1 ha = 100 a = 10 000 m ² 100 ha = 1 km ² | Zeichen S nur für Querschnittsflächen Ar und Hektar nur für Flächen von Grundstücken |
| Volumen | V | Kubikmeter Liter | m ³ l, L | 1 m ³ = 1000 dm ³ = 1 000 000 cm ³ 1 l = 1 L = 1 dm ³ = = 10 dl = 0,001 m ³ 1 ml = 1 cm ³ | Meist für Flüssigkeiten und Gase |
| ebener Winkel (Winkel) | $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ | Radian Grad Minute Sekunde | rad ° ' " | 1 rad = 1 m/m = 57,2957...° = $180^\circ/\pi$ 1° = $\frac{\pi}{180}$ rad = 60' 1' = 1°/60 = 60" 1" = 1'/60 = 1°/3600 | 1 rad ist der Winkel, der aus einem um den Scheitelpunkt geschlagenen Kreis mit 1 m Radius einen Bogen von 1 m Länge schneidet. Bei techn. Berechnungen z.B. nicht $\alpha = 33^\circ 17' 27,6''$, sondern besser $\alpha = 33,291^\circ$ verwenden. |
| Zeit | | | | | |
| Zeit, Zeitspanne, Dauer | <i>t</i> | Sekunde Minute Stunde Tag Jahr | s min h d a | 1 min = 60 s 1 h = 60 min = 3600 s 1 d = 24 h | 3 h bedeutet eine Zeitspanne (3 Std.) 3 ^h bedeutet einen Zeitpunkt (3 Uhr). Werden Zeitpunkte in gemischter Form, z.B. 3 ^h 24 ^m 10 ^s geschrieben, so kann das Zeichen min auf m verkürzt werden. |
| Drehzahl, Umdrehungs- frequenz | <i>n</i> | 1 durch Sekunde 1 durch Minute | 1/s 1/min | 1/s = 60/min = 60 min ⁻¹ 1/min = 1 min ⁻¹ = $\frac{1}{60}$ s | |
| Geschwin- digkeit | <i>v</i> | Meter durch Sekunde Meter durch Minute Kilometer d. Stunde | m/s m/min km/h | 1 m/s = 60 m/min = 3,6 km/h 1 m/min = $\frac{1}{60}$ s 1 km/h = $\frac{1000}{3600}$ s = $\frac{1}{3,6}$ s | Geschwindigkeit bei der Seefahrt in Knoten (kn). 1 kn = 1,852 km/h Mile per hour = 1 mile/h = 1 mph 1 mph = 1,60934 km/h |
| Beschleuni- gung | <i>a, g</i> | Meter durch Sekunde hoch zwei | m/s ² | 1 m/s ² = $\frac{1}{1}$ s | Formelzeichen <i>g</i> nur für Fallbeschleunigung. <i>g</i> = 9,81 m/s ² |

Einheiten im Messwesen

vgl. DIN 1301-1 (2002-10), -2 (1978-02), -3 (1979-10)

Größen und Einheiten (Fortsetzung)

| Größe | Formelzeichen | Einheit Name | Zeichen | Beziehung | Bemerkung |
|---|---------------------|--|-----------------------------------|--|--|
| Mechanik | | | | | |
| Masse | m | Kilogramm Gramm Megagramm Tonne | kg g Mg t | $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$ $1 \text{ g} = 1000 \text{ mg}$ $1 \text{ t} = 1000 \text{ kg} = 1 \text{ Mg}$ $0,2 \text{ g} = 1 \text{ Kt}$ | Gewicht im Sinne eines Wäageergebnisses oder eines Wägestückes ist eine Größe von der Art der Masse (Einheit kg). Masse für Edelsteine in Karat (Kt). |
| längenbezogene Masse | m' | Kilogramm durch Meter | kg/m | $1 \text{ kg/m} = 1 \text{ g/mm}$ | Die längenbezogene Masse wird z.B. zur Berechnung der Masse (Gewicht) von Stabwerkstoffen, Profilen und Rohren verwendet. |
| flächenbezogene Masse | m'' | Kilogramm durch Meter hoch zwei | kg/m ² | $1 \text{ kg/m}^2 = 0,1 \text{ g/cm}^2$ | Die flächenbezogene Masse wird z.B. zur Berechnung der Masse von Blechen verwendet. |
| Dichte | ρ | Kilogramm durch Meter hoch drei | kg/m ³ | $1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ t/m}^3$ $= 1 \text{ kg/dm}^3$ $= 1 \text{ g/cm}^3$ $= 1 \text{ g/ml}$ $= 1 \text{ mg/mm}^3$ | Die Dichte ist eine vom Ort unabhängige Größe. |
| Trägheitsmoment, Massenmoment 2. Grades | J | Kilogramm mal Meter hoch zwei | kg · m ² | | früher: Massenträgheitsmoment |
| Kraft | F | Newton | N | $1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{J}}{\text{m}}$ $1 \text{ MN} = 10^3 \text{ kN} = 1\,000\,000 \text{ N}$ | Die Kraft 1 N bewirkt bei der Masse 1 kg in 1 s eine Geschwindigkeitsänderung von 1 m/s. |
| Gewichtskraft | F_G, G | | | | |
| Drehmoment Biegemoment Torsionsmoment | M M_b T | Newton mal Meter | N · m | | |
| Druck | p | Pascal | Pa | $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 0,01 \text{ mbar}$ $1 \text{ bar} = 100\,000 \text{ N/m}^2$ $= 10 \text{ N/cm}^2 = 10^5 \text{ Pa}$ $1 \text{ mbar} = 1 \text{ hPa}$ $1 \text{ N/mm}^2 = 10 \text{ bar} = 1 \text{ MN/m}^2$ $= 1 \text{ MPa}$ $1 \text{ bar} = 0,1 \text{ N/mm}^2$ | Unter Druck versteht man die Kraft je Flächeneinheit. p_e – Überdruck p_{abs} – absoluter Druck p_{atm} – atmosphärischer Druck |
| mechanische Spannung | σ, τ | Newton durch Meter hoch zwei | N/m ² | | |
| Flächenmoment 2. Grades | I | Meter hoch vier Zentimeter hoch vier | m ⁴ cm ⁴ | $1 \text{ m}^4 = 100\,000\,000 \text{ cm}^4$ | früher: Flächenträgheitsmoment |
| Energie, Arbeit Wärmemenge | E, W | Joule | J | $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ W} \cdot \text{s}$ $= 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$ | Joule für jede Energieart, kW · h bevorzugt für elektrische Energie |
| Leistung Wärmestrom | P, Φ | Watt | W | $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s}$ $= 1 \text{ V} \cdot \text{A} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg/s}^3$ | |
| Elektrizität und Magnetismus | | | | | |
| Elektrische Stromstärke | I | Ampere | A | | |
| Elektr. Spannung | U | Volt | V | $1 \text{ V} = 1 \text{ W/A} = 1 \text{ J/C}$ | |
| Elektr. Widerstand | R | Ohm | Ω | $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$ | |
| spez. Widerstand | ϱ | Ohm mal Meter | Ω · m | $10^{-6} \Omega \cdot \text{m} = 1 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ | $\varrho = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ |
| Leitfähigkeit | γ, κ | Siemens durch Meter | S/m | | $\kappa = \frac{1}{\varrho} \ln \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$ |
| Frequenz | f | Hertz | Hz | $1 \text{ Hz} = \frac{1}{\text{s}}; 1000 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$ | |
| Elektr. Arbeit | W | Joule | J | $1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ MJ}$ $1 \text{ W} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kJ}$ | |

Umrechnung von Maßeinheiten

Längeneinheiten

Umrechnungszahl 10



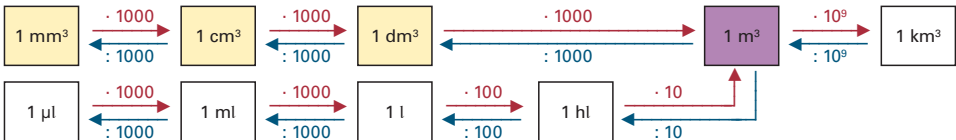
Flächeneinheiten

Umrechnungszahl 100



Volumeneinheiten

Umrechnungszahl 1000



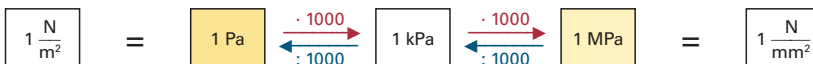
Masseinheiten



Krafteinheiten



Druckeinheiten

1. Beispiel: ges: $4 \text{ m}^2 = ? \text{ cm}^2$

$$1 \text{ m}^2 \cdot \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{100} = 1 \cdot \frac{1}{10^4} \text{ m}^2 = 1 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow 1 \text{ m}^2 = 1 \cdot 10^4 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow 4 \text{ m}^2 = 4 \cdot 10^4 \text{ cm}^2 = 40\,000 \text{ cm}^2$$

2. Beispiel: ges: $3400 \text{ mm}^3 = ? \text{ dm}^3$

$$1 \text{ mm}^3 \cdot 1000 \cdot 1000 = 1 \text{ dm}^3 \Rightarrow 1 \text{ mm}^3 = \frac{1 \text{ dm}^3}{1000 \cdot 1000}$$

$$\Rightarrow 3400 \text{ mm}^3 = \frac{3400 \cdot 1 \text{ dm}^3}{1000 \cdot 1000} = 3400 \cdot 10^{-6} \text{ dm}^3$$

$$= 0,0034 \text{ dm}^3$$

Vorsätze zur Bezeichnung von dezimalen Teilen und Vielfachen der Einheiten

| Vorsatz | Piko | Nano | Mikro | Milli | Zenti | Dezi | Deka | Hekto | Kilo | Mega | Giga | Tera |
|----------------|---|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|--|--------|--------|--------|--------|-----------|
| Vorsatzzeichen | P | N | µ | m | c | d | da | h | k | M | G | T |
| Zehnerpotenz | 10^{-12} | 10^{-9} | 10^{-6} | 10^{-3} | 10^{-2} | 10^{-1} | 10^1 | 10^2 | 10^3 | 10^6 | 10^9 | 10^{12} |
| | Teile (z.B. $1 \text{ µm} = 10^{-6} \text{ m} = 0,000\,001 \text{ m}$) | | | | | | Vielfache (z.B. $1 \text{ kN} = 10^3 \text{ N} = 1000 \text{ N}$) | | | | | |

| Besondere Längeneinheiten | Besondere Flächeneinheiten | Besondere Volumeneinheiten |
|---------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 1 Zoll (") = 2,54 cm | 1 km ² = 100 ha | 1 hl = 100 l |
| 1 cm = 0,394 Zoll (") | 1 ha = 100 a | 1 barrel = 1,59 hl |
| 1 inch = 1 Zoll | 1 a = 100 m ² | 1 gallone = 4,55 l |
| 1 USmile = 1609 m | 1 Morgen = 25 a | 1 l = 1 dm ³ |

Bruchrechnung

| Regel | Zahlenbeispiel | Algebraisches Beispiel |
|--|--|---|
| Gleichnamige Brüche werden addiert oder subtrahiert, indem man die Zähler addiert oder subtrahiert und die Nenner unverändert lässt. | $\frac{5}{8} + \frac{2}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5+2-1}{8}$ $= \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ | $\frac{5}{a} - \frac{3}{a} + \frac{7}{a} = \frac{5-3+7}{a}$ $= \frac{9}{a}$ |
| Bei ungleichnamigen Brüchen muss zuerst der Hauptnenner gebildet werden, um sie addieren bzw. subtrahieren zu können. Der Hauptnenner ist der kleinste gemeinsame Nenner, in dem die Nenner aller Brüche ganzzahlig enthalten sind. Die Brüche werden durch Erweitern auf den Hauptnenner gebracht. | $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} =$ <p style="text-align: center;">Hauptnenner = 12</p> $= \frac{1 \cdot 6}{2 \cdot 6} + \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} - \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3}$ $= \frac{6}{12} + \frac{8}{12} - \frac{9}{12}$ $= \frac{6+8-9}{12} = \frac{5}{12}$ | $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} =$ <p style="text-align: center;">Hauptnenner = $b \cdot d$</p> $= \frac{a \cdot d}{b \cdot d} + \frac{c \cdot b}{b \cdot d}$ $= \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d}$ |
| Ein Bruch wird mit einem anderen multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert. | $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$ | $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ |
| Ein Bruch wird durch einen anderen Bruch dividiert, indem man den Dividenten (Bruch im Zähler) mit dem Kehrwert des Divisors (Bruch im Nenner) multipliziert. | $\frac{3}{4} : \frac{3}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 3}$ $= \frac{5}{4} = 1 \frac{1}{4}$ | $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$ |

Vorzeichenregeln

| | | |
|---|---|---|
| Haben zwei Faktoren gleiche Vorzeichen, so wird das Produkt positiv . | $2 \cdot 5 = 10$ $(-2) \cdot (-5) = 10$ | $a \cdot x = ax$ $(-a) \cdot (-x) = ax$ |
| Haben zwei Faktoren unterschiedliche Vorzeichen, so wird das Produkt negativ . | $3 \cdot (-8) = -24$ $(-3) \cdot 8 = -24$ | $a \cdot (-x) = -ax$ $(-a) \cdot x = -ax$ |
| Haben Zähler und Nenner bzw. Divident und Divisor gleiche Vorzeichen, so ist der Bruch bzw. der Quotient positiv . | $\frac{15}{3} = 15 : 3 = 5$ $\frac{-15}{-3} = (-15) : (-3) = 5$ | $\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$ $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$ |
| Haben Zähler und Nenner bzw. Divident und Divisor unterschiedliche Vorzeichen, so ist der Bruch bzw. der Quotient negativ . | $\frac{15}{-3} = 15 : (-3) = -5$ $\frac{-15}{3} = (-15) : 3 = -5$ | $\frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$ |
| Punktrechnungen (\cdot und $:$) müssen vor Strichrechnungen ($+$ und $-$) ausgeführt werden. | $8 \cdot 4 - 18 : 3 = 32 - 6 = 26$ $\frac{16}{4} + \frac{20}{5} - \frac{18}{3} = 4 + 4 - 6 = 2$ | $8a \cdot b - c : 3d$ $= 8ab - \frac{cd}{3}$ |

Klammerrechnung

| | | |
|---|--------------------------------------|-----------------------------|
| Klammern, vor denen ein Pluszeichen steht, können weggelassen werden. Die Vorzeichen der Glieder bleiben dann unverändert. | $16 + (9 - 5)$ $= 16 + 9 - 5$ $= 20$ | $a + (b - c)$ $= a + b - c$ |
| Klammern, vor denen ein Minuszeichen steht, können nur aufgelöst (weggelassen) werden, wenn alle Summanden (Glieder in der Klammer) entgegengesetzte Vorzeichen erhalten. | $16 - (9 - 5)$ $= 16 - 9 + 5$ $= 12$ | $a - (b - c)$ $= a - b + c$ |

Fortsetzung auf Seite 11

Klammerrechnung (Fortsetzung)

| Regel | Zahlenbeispiel | Algebraisches Beispiel |
|--|--|--|
| Ein Klammerausdruck wird mit einem Faktor multipliziert, indem man jedes Glied der Klammer mit dem Faktor multipliziert. | $7 \cdot (4 + 5)$ $= 7 \cdot 4 + 7 \cdot 5 = 63$ | $a \cdot (b + c)$ $= ab + ac$ |
| Ein Klammerausdruck wird mit einem Klammerausdruck multipliziert, indem man jedes Glied der einen Klammer mit jedem Glied der anderen Klammer multipliziert. | $(3 + 5) \cdot (10 - 7)$ $= 3 \cdot 10 + 3 \cdot (-7)$ $+ 5 \cdot 10 + 5 \cdot (-7)$ $= 30 - 21 + 50 - 35 = 24$ | $(a + b) \cdot (c - d)$ $= ac - ad + bc - bd$ |
| Ein Klammerausdruck wird durch einen Wert (Zahl, Buchstabe, Klammerausdruck) dividiert, indem man jedes Glied in der Klammer durch diesen Wert dividiert. | $(16 - 4) : 4$ $= 16 : 4 - 4 : 4$ $= 4 - 1 = 3$ | $(a + b) : c = a : c + b : c$ $\frac{a - b}{b} = \frac{a}{b} - 1$ |
| Ein Bruchstrich fasst Ausdrücke in gleicher Weise zusammen wie eine Klammer. | $\frac{3 + 4}{2} = (3 + 4) : 2$ | $\frac{a + b}{2} \cdot h = (a + b) \cdot \frac{h}{2}$ |
| Bei gemischten Punkt- und Strichrechnungen mit Klammerausdrücken müssen zuerst die Klammern aufgelöst und danach die Punkt- und dann die Strichrechnung ausgeführt werden. | $= 8 \cdot (3 - 2) + 4 \cdot (16 \cdot 5)$ $= 8 \cdot 1 + 4 \cdot 11$ $= 8 + 44 = 52$ | $= a \cdot (3x - 5x) - b \cdot (12y - 2y)$ $= a \cdot (-2x) - b \cdot 10y$ $= -2ax - 10by$ |

Potenzieren

| | | |
|---|---|--|
| Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Exponenten addiert und die Basis beibehält. | $3^2 \cdot 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ $= 3^5$ oder $3^2 \cdot 3^3 = 3^{(2+3)} = 3^5$ | $x^4 \cdot x^2 = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$ $= x^6$ oder $x^4 \cdot x^2 = x^{(4+2)} = x^6$ |
| Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man ihre Exponenten subtrahiert und die Basis beibehält. | $\frac{4^3}{4^2} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 4}{4 \cdot 4} = 4$ oder $4^3 : 4^2 = 4^{(3-2)} = 4^1 = 4$ | $\frac{m^2}{m^3} = \frac{m \cdot m}{m \cdot m \cdot m} = \frac{1}{m} = m^{-1}$ oder $m^2 : m^3 = m^{(2-3)} = m^{-1} = \frac{1}{m}$ |
| Werden Potenzen mit einem Faktor multipliziert, so muss zuerst die Potenz berechnet werden. Potenzrechnung geht vor Punktrechnung. | $6 \cdot 10^3 = 6 \cdot 1000$ $= 6000$ $7 \cdot 10^{-2} = 7 \cdot \frac{1}{100} = 0,07$ | $a \cdot 10^2 = a \cdot 100 = 100a$ $b \cdot 10^{-1} = b \cdot \frac{1}{10} = 0,1b$ |
| Jede Potenz mit dem Exponenten Null hat den Wert 1. | $\frac{10^4}{10^4} = 10^{(4-4)} = 10^0 = 1$ | $(m + n)^0 = 1$ |

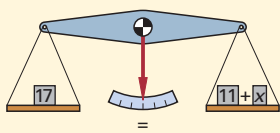
Radizieren

| | | |
|---|---|---|
| Ist der Radikand ein Produkt, so kann die Wurzel entweder aus dem Produkt oder aus jedem einzelnen Faktor gezogen werden. | $\sqrt[3]{9 \cdot 16} = \sqrt[3]{144} = 12$ oder $\sqrt[3]{9 \cdot 16} = \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{16} = 3 \cdot 4 = 12$ | $\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$ |
| Ist der Radikand eine Summe oder eine Differenz, so kann nur aus dem Ergebnis die Wurzel gezogen werden. | $\sqrt[3]{9 + 16} = \sqrt[3]{25} = 5$ $\sqrt[3]{5^2 - 4^2} = \sqrt[3]{25 - 16} = \sqrt[3]{9} = 3$ | $\sqrt[3]{a - b} = \sqrt[3]{(a - b)}$ |
| Eine Wurzel kann als Potenz geschrieben werden. | $\sqrt[3]{27} = 27^{\frac{1}{3}} = 3^{3 \cdot \frac{1}{3}} = 3^1 = 3$ | $\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$ |

Umformen von Gleichungen

Gleichheitsgrundsatz

Beide Seiten einer Gleichung können vertauscht werden.



Die beiden Seiten einer Gleichung sind mit dem Gleichgewicht einer Waage vergleichbar.

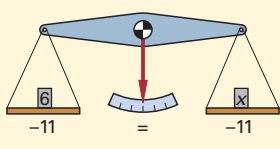
$$\begin{aligned} 17 &= 11 + x \\ 11 + x &= 17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 48 &= 6 \cdot y \\ 6 \cdot y &= 48 \end{aligned}$$

Anwendung des Kommutativgesetzes

Veränderungsoperationen

Die Veränderungen müssen so erfolgen, dass das Gleichgewicht erhalten bleibt.



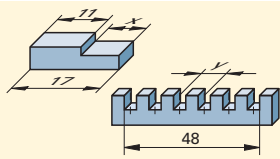
Auf beiden Seiten der Gleichung müssen die gleichen Rechenoperationen ausgeführt werden.

Auf beiden Seiten das Gleiche **addieren** oder **subtrahieren**.

Auf beiden Seiten mit dem Gleichen **multiplizieren** oder durch das Gleiche **dividieren**.

Grundregel

Beim Seitentausch einer Größe ändert sich das Operationszeichen.



Die gesuchte Größe soll auf der linken Seite der Gleichung isoliert werden. Nach der Seitenwechselregel folgt:

aus + wird - aus - wird +

aus · wird : aus : wird ·

$$\begin{aligned} 11 + x &= 17 \\ x &= 17 - 11 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 \cdot y &= 48 \\ y &= \frac{48}{6} = 8 \end{aligned}$$

| Regel | Zahlenbeispiel | Algebraisches Beispiel |
|--|---|--|
| Durch Addition der gleichen Zahl oder Größe auf beiden Seiten steht die gesuchte Größe allein auf der linken Seite. | $\begin{aligned} y - 5 &= 9 \\ y - 5 + 5 &= 9 + 5 \\ y &= 14 \end{aligned}$ | $\begin{aligned} y - c &= d \\ y - c + c &= d + c \\ y &= d + c \end{aligned}$ |
| Durch Subtraktion der gleichen Zahl oder Größe auf beiden Seiten steht die gesuchte Größe allein auf der linken Seite. | $\begin{aligned} x + 7 &= 18 \\ x + 7 - 7 &= 18 - 7 \\ x &= 11 \end{aligned}$ | $\begin{aligned} x + a &= b \\ x + a - a &= b - a \\ x &= b - a \end{aligned}$ |
| Durch Division durch die gleiche Zahl oder Größe auf beiden Seiten steht die gesuchte Größe allein auf der linken Seite. | $\begin{aligned} 6 \cdot x &= 23 \\ \frac{6 \cdot x}{6} &= \frac{23}{6} \\ x &= \frac{23}{6} = 3 \frac{5}{6} \end{aligned}$ | $\begin{aligned} a \cdot x &= b \\ \frac{a \cdot x}{a} &= \frac{b}{a} \\ x &= \frac{b}{a} \end{aligned}$ |
| Durch Multiplikation mit der gleichen Zahl oder Größe auf beiden Seiten steht die gesuchte Größe allein auf der linken Seite. | $\begin{aligned} \frac{y}{3} &= 7 \\ \frac{y \cdot 3}{3} &= 7 \cdot 3 \\ y &= 21 \end{aligned}$ | $\begin{aligned} \frac{y}{c} &= d \\ \frac{y \cdot c}{c} &= d \cdot c \\ y &= d \cdot c \end{aligned}$ |
| Durch Potenzieren auf beiden Seiten steht die gesuchte Größe allein auf der linken Seite. | $\begin{aligned} \sqrt{x} &= 4 \\ (\sqrt{x})^2 &= 4^2 \\ x &= 16 \end{aligned}$ | $\begin{aligned} \sqrt{x} &= a + b \\ (\sqrt{x})^2 &= (a + b)^2 \\ x &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$ |
| Durch Radizieren auf beiden Seiten steht die gesuchte Größe allein auf der linken Seite. | $\begin{aligned} x^2 &= 36 \\ \sqrt{x^2} &= \sqrt{36} \\ x &= \pm 6 \end{aligned}$ | $\begin{aligned} x^2 &= a + b \\ \sqrt{x^2} &= \sqrt{a + b} \\ x &= \pm \sqrt{a + b} \end{aligned}$ |

Umstellen von Formeln

$$W_k = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Linke
Formelseite

Rechte
Formelseite

Wenn die zu ermittelnde Größe in einer Formel nicht allein auf einer Seite steht, dann ist es erforderlich die Formel umzustellen. Hier kommen die gleichen Regeln zur Anwendung wie beim Umformen von Gleichungen.
Demnach gilt für alle Schritte der Umstellung:

Veränderung auf der
linken Formelseite

=

Veränderung auf der
rechten Formelseite

Beispiel: Formel umstellen nach v

Handlungsschritte

- 1 Multiplikation mit 2 auf beiden Seiten
- 2 Kürzen von 2 auf der rechten Formelseite
- 3 Beide Seiten durch m dividieren
- 4 Kürzen von m auf der rechten Formelseite
- 5 Formelseiten vertauschen
- 6 Beide Formelseiten radizieren

Lösungsschritte

$$\begin{aligned} W_k &= \frac{m \cdot v^2}{2} & | \cdot 2 \\ 2 \cdot W_k &= \frac{2 \cdot m \cdot v^2}{2} \\ \frac{2 \cdot W_k}{m} &= \frac{m \cdot v^2}{m} & | : m \\ \frac{2 \cdot W_k}{m} &= \frac{\cancel{m} \cdot v^2}{\cancel{m}} \\ v^2 &= \frac{2 \cdot W_k}{m} & | \sqrt{} \\ \sqrt{v^2} &= \sqrt{\frac{2 \cdot W_k}{m}} & \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot W_k}{m}} \end{aligned}$$

Prozentrechnung

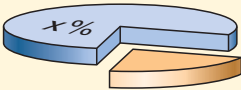
$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100 \%}$$

P_s Prozentsatz, Prozent
 P_w Prozentwert
 G_w Grundwert

Bei der Prozentrechnung werden anteilige Größen vom Ganzen berechnet.

Prozentsatz

Der Prozentsatz gibt den Teil des Grundwertes in Hunderstel an.



z. B.

$$\frac{75}{100} \text{ vom Ganzen} \hat{=} 75 \% \quad | \quad \frac{1}{100} \text{ vom Ganzen} \hat{=} 1 \%$$

Grundwert

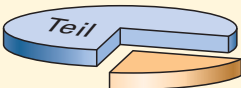
Der Grundwert ist der Wert einer Größe, von dem die Prozente zu berechnen sind.



Der Grundwert ist immer eine Größe.
(Größe = Zahlenwert · Einheit), z. B. 500 cm²
reiner Grundwert = 100 %
vermehrter Grundwert = 100 % + Prozentsatz
verminderter Grundwert = 100 % – Prozentsatz

Prozentwert

Der Prozentwert ist der Betrag der Größe des Grundwertes, den die Prozente des Grundwertes ergeben.



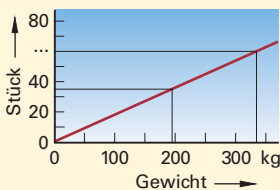
$$\text{z. B.} \quad \begin{array}{|c|} \hline \text{Prozentsatz} \\ 75 \% \\ \hline \end{array} \quad \text{von} \quad \begin{array}{|c|} \hline \text{Grundwert} \\ 500 \text{ cm}^2 \\ \hline \end{array} \quad \hat{=} \quad \begin{array}{|c|} \hline \text{Prozentwert} \\ 375 \text{ cm}^2 \\ \hline \end{array}$$

Beispiel: Werkstückrohling 250 kg (Grundwert); Abbrand 2 % (Prozentsatz); Abbrand in kg = ? (Prozentwert)

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100 \%} = \frac{250 \text{ kg} \cdot 2 \%}{100 \%} = 5 \text{ kg}$$

Schlussrechnung, Mischungsrechnung

Dreisatz für direkt proportionale Verhältnisse



Beispiel: 60 Rohrkrümmer wiegen 330 kg. Wie groß ist die Masse von 35 Rohrkrümmern?

1. Satz: **Vorgabe** 60 Rohrkrümmer wiegen 330 kg

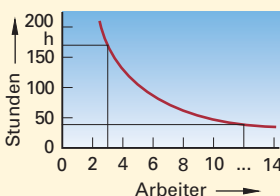
2. Satz: **Berechnung der Einheit: Durch Dividieren**

$$1 \text{ Rohrkrümmer wiegt } \frac{330 \text{ kg}}{60}$$

3. Satz: **Berechnung der Mehrheit: Durch Multiplizieren**

$$35 \text{ Rohrkrümmer wiegen } \frac{330 \text{ kg} \cdot 35}{60} = \mathbf{192,5 \text{ kg}}$$

Dreisatz für indirekt proportionale Verhältnisse



Beispiel: 3 Arbeiter erledigen einen Auftrag in 170 Stunden. Wie viele Stunden benötigen 12 Arbeiter für den gleichen Auftrag?

1. Satz: **Vorgabe** 3 Arbeiter benötigen 170 Stunden

2. Satz: **Berechnung der Einheit: Durch Dividieren**

$$1 \text{ Arbeiter benötigt } 3 \cdot 170 \text{ h}$$

3. Satz: **Berechnung der Mehrheit: Durch Multiplizieren**

$$12 \text{ Arbeiter benötigen } \frac{3 \cdot 170 \text{ h}}{12} = \mathbf{42,5 \text{ h}}$$

Dreisatz mit mehrgliedrigen Verhältnissen

Beispiel:

660 Werkstücke werden durch 5 Maschinen in 24 Tagen hergestellt.

In welcher Zeit können 312 Werkstücke gleicher Art von 9 Maschinen angefertigt werden?

1. Dreisatz: 5 Maschinen fertigen 660 Werkstücke in 24 Tagen
1 Maschine fertigt 660 Werkstücke in 24 · 5 Tagen

$$9 \text{ Maschinen fertigen 660 Werkstücke in } \frac{24 \cdot 5}{9} \text{ Tagen}$$

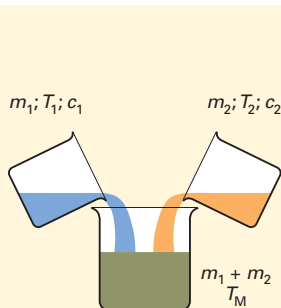
2. Dreisatz: 9 Maschinen fertigen 660 Werkstücke in $\frac{24 \cdot 5}{9}$ Tagen

$$9 \text{ Maschinen fertigen 1 Werkstück in } \frac{24 \cdot 5}{9 \cdot 660} \text{ Tagen}$$

$$9 \text{ Maschinen fertigen 312 Werkstücke in } \frac{24 \cdot 5 \cdot 312}{9 \cdot 660}$$

$$= \mathbf{6,3 \text{ Tagen}}$$

Mischungsrechnung



m_1, m_2 Teilmassen
 T_1, T_2 Temperaturen der Teilmassen in K
 c_1, c_2 spez. Wärmekapazitäten¹⁾ der Teilmassen
 T_M Temperatur der Mischung

Temperatur der Mischung

$$T_M = \frac{c_1 \cdot m_1 \cdot T_1 + c_2 \cdot m_2 \cdot T_2}{c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot m_2}$$

Beispiel:

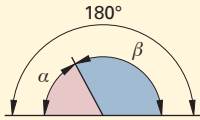
Ein Stahlbehälter mit $m_1 = 6 \text{ kg}$ und $T_1 = 293 \text{ K}$ wird mit $m_2 = 24 \text{ l}$ Wasser von $T_2 = 318 \text{ K}$ vollständig gefüllt. Welche Temperatur T_M stellt sich ein?

$$T_M = \frac{c_1 \cdot m_1 \cdot T_1 + c_2 \cdot m_2 \cdot T_2}{c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot m_2} = \frac{0,49 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 6 \text{ kg} \cdot 293 \text{ K} + 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 24 \text{ kg} \cdot 318 \text{ K}}{0,49 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 6 \text{ kg} + 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 24 \text{ kg}} = \mathbf{317,29 \text{ K} \approx 44,1 \text{ °C}}$$

¹⁾ Spezifische Wärmekapazität Seite 160 und Seite 161

Winkelarten

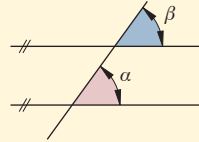
Nebenwinkel



Nebenwinkel ergänzen sich zu 180° .

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

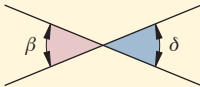
Stufenwinkel



Stufenwinkel sind gleich groß.

$$\alpha = \beta$$

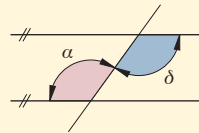
Scheitelwinkel



Scheitelwinkel sind gleich groß.

$$\beta = \alpha$$

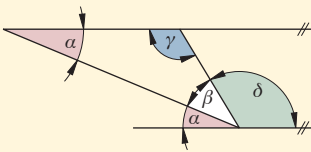
Wechselwinkel



Wechselwinkel sind gleich groß.

$$\alpha = \delta$$

Winkelsumme im Dreieck



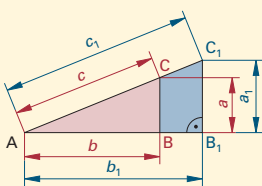
In jedem Dreieck ist die Summe der Innenwinkel gleich 180° .

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Im rechtwinkligen Dreieck ist $\gamma = 90^\circ$, die Winkel α und β ergänzen sich zu 90° .

$$\alpha + \beta + \delta = 180^\circ$$

Strahlensatz



Werden zwei von einem Punkt ausgehende Strahlen von zwei Parallelen geschnitten, bilden die Abschnitte der Parallelen und die zugehörigen Strahlenabschnitte gleiche Verhältnisse.

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1}$$

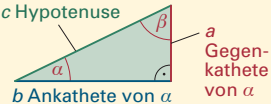
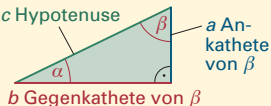
$$\frac{b}{c} = \frac{b_1}{c_1}$$

Zehnerpotenzen

| Schreibweise als | | | Schreibweise als | | |
|------------------|--------------|-------------------|------------------|--------------|-------------------|
| Ziffer | Zehnerpotenz | Einheiten-Vorsatz | Ziffer | Zehnerpotenz | Einheiten-Vorsatz |
| 1 000 000 | 10^6 | Mega (M) | 1 | 10^0 | – |
| 100 000 | 10^5 | – | 0,1 | 10^{-1} | Deci (d) |
| 10 000 | 10^4 | – | 0,01 | 10^{-2} | Centi (c) |
| 1 000 | 10^3 | Kilo (k) | 0,001 | 10^{-3} | Milli (c) |
| 100 | 10^2 | Hekto (h) | 0,000 1 | 10^{-4} | – |
| 10 | 10^1 | Deka (da) | 0,000 01 | 10^{-5} | – |
| 1 | 10^0 | – | 0,000 001 | 10^{-6} | Mikro (μ) |

M

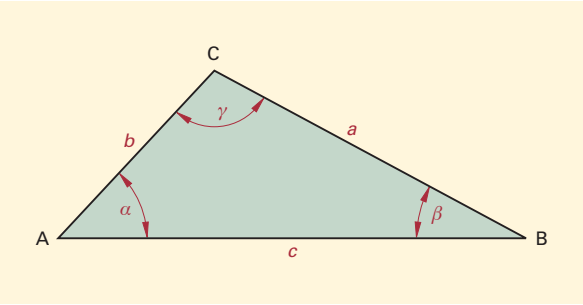
Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck

| Bezeichnungen im rechtwinkligen Dreieck | Bezeichnungen der Seitenverhältnisse | Anwendung für | |
|---|--|-----------------------------|----------------------------|
| | | α | β |
| für α :  | Sinus = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$ | $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ | $\sin \beta = \frac{b}{c}$ |
| | Kosinus = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$ | $\cos \alpha = \frac{b}{c}$ | $\cos \beta = \frac{a}{c}$ |
| für β :  | Tangens = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$ | $\tan \alpha = \frac{a}{b}$ | $\tan \beta = \frac{b}{a}$ |
| | Kotangens = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$ | $\cot \alpha = \frac{b}{a}$ | $\cot \beta = \frac{a}{b}$ |

Funktionswerte für ausgewählte Winkel

| | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° | 180° | 270° | 360° |
|-----|----------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------|----------|----------|----------|
| sin | 0 | $\frac{1}{2} = 0,5000$ | $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = 0,7071$ | $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = 0,8660$ | 1 | 0 | -1 | 0 |
| cos | 1 | $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = 0,8660$ | $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = 0,7071$ | $\frac{1}{2} = 0,5000$ | 0 | -1 | 0 | 1 |
| tan | 0 | $\frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} = 0,5774$ | 1 | $\sqrt{3} = 1,7321$ | ∞ | 0 | ∞ | 0 |
| cot | ∞ | $\sqrt{3} = 1,7321$ | 1 | $\frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} = 0,5774$ | 0 | ∞ | 0 | ∞ |

Winkelfunktionen im schiefwinkligen Dreieck



Sinussatz

$$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$$
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Kosinussatz

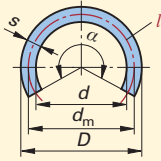
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 b \cdot c \cdot \cos \alpha$$
$$b^2 = c^2 + a^2 - 2 c \cdot a \cdot \cos \beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

Anwendungen des Sinus- und Kosinussatzes

| Seitenberechnung | Winkelberechnung | | Flächenberechnung |
|--|--|---|---|
| $a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$ | $\sin \alpha = \frac{a \cdot \sin \beta}{b} = \frac{a \cdot \sin \gamma}{c}$ | $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$ | $A = \frac{a \cdot b \cdot \sin \gamma}{2}$ |
| $b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$ | $\sin \beta = \frac{b \cdot \sin \alpha}{a} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{c}$ | $\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c}$ | $A = \frac{b \cdot c \cdot \sin \alpha}{2}$ |
| $c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$ | $\sin \gamma = \frac{c \cdot \sin \alpha}{a} = \frac{a \cdot \sin \beta}{b}$ | $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$ | $A = \frac{a \cdot c \cdot \sin \beta}{2}$ |

Gestreckte Längen

Kreisringausschnitt



- D Außendurchmesser
 d Innendurchmesser
 d_m mittlerer Durchmesser
 s Dicke
 l gestreckte Länge
 l_1, l_2 Teillänge
 L zusammengesetzte Länge
 Siehe auch Seite 293 ff.

Gestreckte Länge beim Kreisring

$$l = \pi \cdot d_m$$

Gestreckte Länge beim Kreisringausschnitt

$$l = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ}$$

Mittlerer Durchmesser

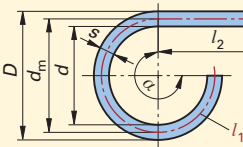
$$d_m = D - s$$

$$d_m = d + s$$

Zusammengesetzte Längen

$$L = l_1 + l_2 + \dots$$

Zusammengesetzte Länge



Beispiel:

Zusammengesetzte Länge (Bild links)

$D = 360 \text{ mm}$; $s = 5 \text{ mm}$; $\alpha = 270^\circ$;

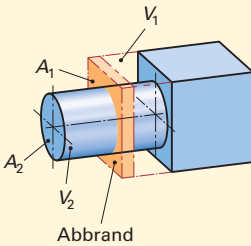
$l_2 = 70 \text{ mm}$; $d_m = ?$; $L = ?$

$$d_m = D - s = 360 \text{ mm} - 5 \text{ mm} = 355 \text{ mm}$$

$$L = l_1 + l_2 = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ} + l_2$$

$$= \frac{\pi \cdot 355 \text{ mm} \cdot 270^\circ}{360^\circ} + 70 \text{ mm} = 906,45 \text{ mm}$$

Rohrlängen von Schmiede- und Pressstücken



Beim Umformen ohne Abbrand ist das Volumen des Rohnteiles gleich dem Volumen des Fertigteiltes. Tritt Abbrand oder eine Gratbildung auf, so wird dies durch einen Zuschlag zum Volumen des Fertigteiltes berücksichtigt.

- V_1 Volumen des Rohnteiles
 V_2 Volumen des Fertigteiltes
 q Zuschlagsfaktor für Abbrand oder Gratverluste
 A_1 Querschnittsfläche des Rohnteiles
 A_2 Querschnittsfläche des Fertigteiltes
 l_1 Ausgangslänge der Zugabe
 l_2 Länge des angeschmiedeten Teiles
 Siehe auch Seite 302.

Volumen ohne Abbrand

$$V_1 = V_2$$

Volumen mit Abbrand

$$V_1 = V_2 + q \cdot V_2$$

$$V_1 = V_2 \cdot (1 + q)$$

$$A_1 \cdot l_1 = A_2 \cdot l_2 \cdot (1 + q)$$

Beispiel:

Wie groß muss die Ausgangslänge l_1 der Schmiedezugabe sein, wenn an einem Flachstahl $50 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$ ein zylindrischer Zapfen mit $d = 24 \text{ mm}$ und $l_2 = 60 \text{ mm}$ abgesetzt werden soll?

Der Verlust durch Abbrand beträgt 10%.

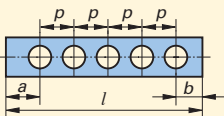
$$V_1 = V_2 \cdot (1 + q)$$

$$A_1 \cdot l_1 = A_2 \cdot l_2 \cdot (1 + q)$$

$$l_1 = \frac{A_2 \cdot l_2 \cdot (1 + q)}{A_1} = \frac{\pi \cdot (24 \text{ mm})^2 \cdot 60 \text{ mm} \cdot (1 + 0,1)}{4 \cdot 50 \text{ mm} \cdot 30 \text{ mm}} = 19,9 \text{ mm} \approx 20 \text{ mm}$$

Teilung von Längen, Randabstände

Randabstand \neq Teilung



- l Gesamtlänge
 n Anzahl der Bohrungen, Sägeschnitte
 p Teilung
 a, b Randabstand

Beispiel: $l = 1950 \text{ mm}$; $a = 100 \text{ mm}$;
 $b = 50 \text{ mm}$; $n = 25$ Bohrungen;
 $p = ?$

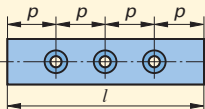
$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1} = \frac{1950 \text{ mm} - 150 \text{ mm}}{25 - 1} = 75 \text{ mm}$$

Teilung

$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

$$l = p(n - 1) + (a + b)$$

Randabstand = Teilung



- l Gesamtlänge
 n Anzahl der Bohrungen, Sägeschnitte, ...
 p Teilung
 z Anzahl der Teile

Beispiel: $l = 2 \text{ m}$; $n = 24$ Bohrungen; $p = ?$

$$p = \frac{l}{n + 1} = \frac{2000 \text{ mm}}{24 + 1} = 80 \text{ mm}$$

Teilung

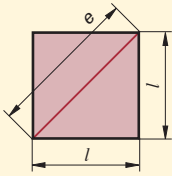
$$p = \frac{l}{n + 1}$$

Anzahl der Teile

$$z = n + 1$$

Geradlinig begrenzte einfache Flächen

Quadrat



A Fläche e Eckenmaß
l Seitenlänge

Beispiel:

$l = 14 \text{ mm}$; $A = ?$; $e = ?$

$A = l^2 = (14 \text{ mm})^2 = 196 \text{ mm}^2$

$e = \sqrt{2} \cdot l = \sqrt{2} \cdot 14 \text{ mm} = 19,8 \text{ mm}$

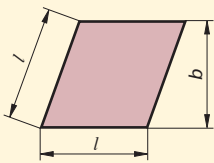
Fläche

$$A = l^2$$

Eckenmaß

$$e = \sqrt{2} \cdot l$$

Raute (Rhombus)



A Fläche b Breite
l Seitenlänge

Beispiel:

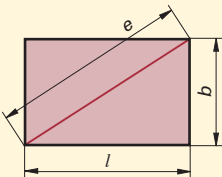
$l = 9 \text{ mm}$; $b = 8,5 \text{ mm}$; $A = ?$

$A = l \cdot b = 9 \text{ mm} \cdot 8,5 \text{ mm} = 76,5 \text{ mm}^2$

Fläche

$$A = l \cdot b$$

Rechteck



A Fläche b Breite
l Länge e Eckenmaß

Beispiel:

$l = 12 \text{ mm}$; $b = 11 \text{ mm}$; $A = ?$; $e = ?$

$A = l \cdot b = 12 \text{ mm} \cdot 11 \text{ mm} = 132 \text{ mm}^2$

$e = \sqrt{l^2 + b^2} = \sqrt{(12 \text{ mm})^2 + (11 \text{ mm})^2}$
 $= \sqrt{265 \text{ mm}^2} = 16,28 \text{ mm}$

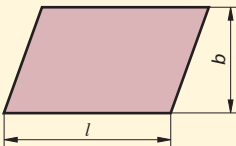
Fläche

$$A = l \cdot b$$

Eckenmaß

$$e = \sqrt{l^2 + b^2}$$

Parallelogramm (Rhomboid)



A Fläche b Breite
l Länge

Beispiel:

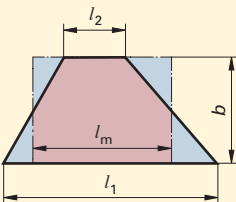
$l = 36 \text{ mm}$; $b = 15 \text{ mm}$; $A = ?$

$A = l \cdot b = 36 \text{ mm} \cdot 15 \text{ mm} = 540 \text{ mm}^2$

Fläche

$$A = l \cdot b$$

Trapez



A Fläche l_m mittlere Länge
 l_1 große Länge b Breite
 l_2 kleine Länge

Beispiel:

$l_1 = 23 \text{ mm}$; $l_2 = 20 \text{ mm}$; $b = 17 \text{ mm}$;
 $A = ?$

$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b = \frac{23 \text{ mm} + 20 \text{ mm}}{2} \cdot 17 \text{ mm}$
 $= 365,5 \text{ mm}^2$

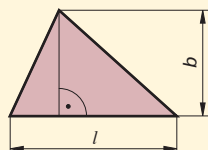
Fläche

$$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$$

Mittlere Länge

$$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$$

Dreieck



A Fläche b Breite
l Seitenlänge

Beispiel:

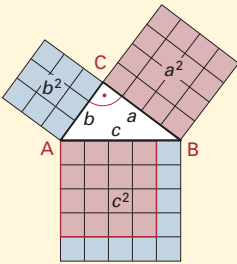
$l_1 = 62 \text{ mm}$; $b = 29 \text{ mm}$; $A = ?$

$A = \frac{l \cdot b}{2} = \frac{62 \text{ mm} \cdot 29 \text{ mm}}{2} = 899 \text{ mm}^2$

Fläche

$$A = \frac{l \cdot b}{2}$$

Lehrsatz des Pythagoras



Im **rechtwinkligen Dreieck** ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

a Kathete c Hypotenuse
 b Kathete

1. Beispiel:

$c = 35 \text{ mm}$; $a = 21 \text{ mm}$; $b = ?$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(35 \text{ mm})^2 - (21 \text{ mm})^2} = 28 \text{ mm}$$

2. Beispiel:

$a = 9 \text{ mm}$; $b = 12 \text{ mm}$; $c = ?$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(9 \text{ mm})^2 + (12 \text{ mm})^2} = 15 \text{ mm}$$

Hypotenusenquadrat

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Hypotenuse

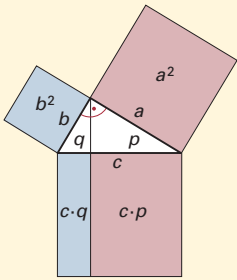
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Katheten

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Lehrsatz des Euklid (Kathetensatz)



Das Quadrat über einer Kathete ist flächengleich einem Rechteck aus der Hypotenuse und dem anliegenden Hypotenusenabschnitt.

a, b Kathete p, q Hypotenusenabschnitt
 c Hypotenuse

Beispiel:

Ein Rechteck mit $c = 6 \text{ cm}$ und $p = 3 \text{ cm}$ soll in ein flächengleiches Quadrat verwandelt werden. Wie groß ist die Quadratseite a ?

$$a^2 = c \cdot p$$

$$a = \sqrt{c \cdot p} = \sqrt{6 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}} = 4,24 \text{ cm}$$

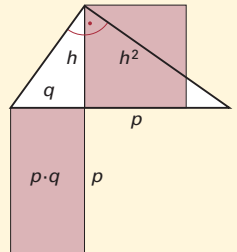
Kathetenquadrat

$$b^2 = c \cdot q$$

Kathetenquadrat

$$a^2 = c \cdot p$$

Höhensatz



Das Quadrat über der Höhe h ist flächengleich dem Rechteck aus den Hypotenusenabschnitten p und q .

h Höhe p, q Hypotenusenabschnitt

Beispiel:

Rechtwinkliges Dreieck

$p = 6 \text{ cm}$; $q = 2 \text{ cm}$; $h = ?$

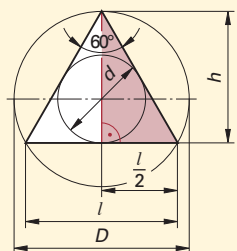
$$h^2 = p \cdot q$$

$$h = \sqrt{p \cdot q} = \sqrt{6 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}} = \sqrt{12 \text{ cm}^2} = 3,46 \text{ cm}$$

Höhenquadrat

$$h^2 = p \cdot q$$

Gleichseitiges Dreieck



A Fläche
 h Höhe
 d Inkreisdurchmesser
 D Umkreisdurchmesser
 l Seitenlänge

Beispiel:

$l = 42 \text{ cm}$; $A = ?$; $h = ?$

$$A = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot l^2$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot (42 \text{ mm})^2 = 763,9 \text{ mm}^2$$

Umkreisdurchmesser

$$D = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot l = 2 \cdot d$$

Fläche

$$A = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot l^2$$

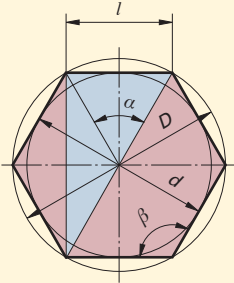
Inkreisdurchmesser

$$d = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot l = \frac{D}{2}$$

Dreieckshöhe

$$h = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot l$$

Regelmäßiges Vieleck



- A** Fläche
l Seitenlänge
D Umkreisdurchmesser
d Inkreisdurchmesser
n Eckenzahl
α Mittelpunktswinkel
β Eckenwinkel

Beispiel:

Sechseck mit $D = 80 \text{ mm}$
 $l = ?$; $d = ?$; $A = ?$

$$l = D \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right) = 80 \text{ mm} \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{6}\right) = 40 \text{ mm}$$

$$d = \sqrt{D^2 - l^2} = \sqrt{6400 \text{ mm}^2 - 1600 \text{ mm}^2} = 69,282 \text{ mm}$$

$$A = \frac{n \cdot l \cdot d}{4} = \frac{6 \cdot 40 \text{ mm} \cdot 69,282 \text{ mm}}{4} = 4156,92 \text{ mm}^2$$

Inkreisdurchmesser

$$d = \sqrt{D^2 - l^2}$$

Umkreisdurchmesser

$$D = \sqrt{d^2 + l^2}$$

Vielecksfläche

$$A = \frac{n \cdot l \cdot d}{4}$$

Seitenlänge

$$l = D \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

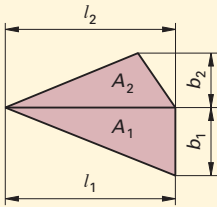
Mittelpunktswinkel

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n}$$

Eckenwinkel

$$\beta = 180^\circ - \alpha$$

Unregelmäßiges Vieleck



- A** Gesamtfläche
A₁, A₂ Teilfläche
l₁, l₂ Länge
b₁, b₂ Breite

Beispiel:

$l_1 = 80 \text{ mm}$; $l_2 = 80 \text{ mm}$; $b_1 = 40 \text{ mm}$;
 $b_2 = 30 \text{ mm}$
 $A_1 = ?$; $A_2 = ?$; $A = ?$

$$A_1 = \frac{l_1 \cdot b_1}{2} = \frac{80 \text{ mm} \cdot 40 \text{ mm}}{2} = 1600 \text{ mm}^2$$

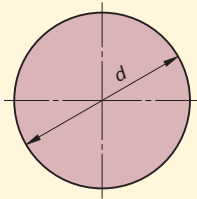
$$A_2 = \frac{l_2 \cdot b_2}{2} = \frac{80 \text{ mm} \cdot 30 \text{ mm}}{2} = 1200 \text{ mm}^2$$

$$A = A_1 + A_2 = 1600 \text{ mm}^2 + 1200 \text{ mm}^2 = 2800 \text{ mm}^2$$

Gesamtfläche

$$A = A_1 + A_2 + \dots$$

Kreis



- A** Fläche
U Umfang
d Durchmesser

Beispiel:

$d = 60 \text{ mm}$; $A = ?$; $U = ?$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (60 \text{ mm})^2}{4} = 2827 \text{ mm}^2$$

$$U = \pi \cdot d = \pi \cdot 60 \text{ mm} = 188,5 \text{ mm}$$

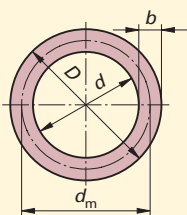
Fläche

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

Umfang

$$U = \pi \cdot d$$

Kreisring



- A** Fläche
d_m mittlerer Durchmesser
D Außendurchmesser
d Innendurchmesser
b Breite

Beispiel: $D = 160 \text{ mm}$; $d = 125 \text{ mm}$; $A = ?$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot (160^2 \text{ mm}^2 - 125^2 \text{ mm}^2) = 7834 \text{ mm}^2$$

Fläche

$$A = \pi \cdot d_m \cdot b$$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$