



EUROPA-FACHBUCHREIHE  
für Metallberufe

# Tabellenbuch für Metallbautechnik

Herausgegeben von Armin Steinmüller

Autoren:	M. Fehrmann	Dr. E. Ignatowitz	D. Köhler
	F. Köhler	G. Lämmlin	H.-J. Pahl
	A. Steinmüller	A. Weingartner	

**9. verbesserte Auflage**

**Europa-Nr.: 16011**

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Autoren**

Fehrman, Michael	Dipl.-Ing. (FH), Studienrat	Waiblingen
Ignatowitz, Eckhard	Dr.-Ing., Studienrat	Waldbonn
Köhler, Dagmar	Dipl.-Ing.-Päd.	Dresden
Köhler, Frank	Dipl.-Ing.-Päd.	Dresden
Lämmelin, Gerhard	Dipl.-Ing.; Studiendirektor	Neustadt/Weinstraße
Pahl, Hans-Joachim	Oberstudienrat	Hamburg
Steinmüller, Armin	Dipl.-Ing.	Hamburg
Weingartner, Alfred	Studiendirektor i. R.	München

Für die Mitarbeit an der 1. bis 5. Auflage dieses Buches dankt der Arbeitskreis Herrn Jürgen Hohenstein und Herrn Werner Röhrer; für die Mitarbeit an der 1. bis 6. Auflage Herrn Gunter Mahr.

**Lektorat** und Leitung des Arbeitskreises:

Steinmüller, Armin; Dipl.-Ing., Verlagslektor, Hamburg

**Bildbearbeitung:**

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Die Angaben in diesem Tabellenbuch beziehen sich auf die neuesten Ausgaben der Normblätter und sonstiger amtlicher Regelwerke. Es sind jedoch nur auf das Wesentliche beschränkte ausgewählte Teile der Originale. Verbindlich für die Anwendung sind nur die Original-Normblätter mit dem neuesten Ausgabedatum des DIN (Deutsches Institut für Normung e.V.) selbst. Sie können durch die Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

Auch andere Inhalte, die auf Verordnungen, Regelwerken oder Herstellervorgaben unterschiedlicher Herkunft basieren, dürfen nur an Hand der jeweils neuesten Ausgabe der Originalfassung angewendet werden. In diesem Nachschlagewerk stehen in der Regel nur Auszüge aus den oft umfangreichen Unterlagen.

Das vorliegende Werk wurde mit aller gebotenen Sorgfalt erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Herausgeber und Verlag für die Richtigkeit von Fakten, Hinweisen und Vorschlägen sowie für eventuelle Satz- und Druckfehler keine Haftung.

Die in diesem Buch wiedergegebenen Namen und Bezeichnungen dürfen nicht als frei zur allgemeinen Benutzung im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung betrachtet werden. Bei der Entstehung dieses Buches wurde auf eventuelle Urheberrechte Dritter Rücksicht genommen. Sollten Rechteinhaber ihre Rechte verletzt sehen, bitten wir um Benachrichtigung.

**Hinweis:** Die Seiten 40 bis 47 mussten neu geschrieben werden. Um die weiteren Seitenzahlen nicht ändern zu müssen, haben wir für diese Auflage auf die bisherigen Seiten 44, 45 und 46 verzichtet. Sie werden in die folgende Auflage wieder aufgenommen. Im Internet finden Sie diese Seiten inzwischen unter [www.europa-lehrmittel.de/16011](http://www.europa-lehrmittel.de/16011). In Zukunft werden wir Sie über wichtige Fehlerkorrekturen, Normänderungen oder andere Fakten unter dieser Adresse informieren.

**9. Auflage 2016, korrigierter Nachdruck 2017**

Druck 5 4 3

Alle Drucke dieser Auflage sind im Unterricht nebeneinander einsetzbar, da sie bis auf die korrigierten Druckfehler und kleine Normänderungen unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-1614-0

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2016 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: rkt, 42799 Leichlingen, [www.rktypo.com](http://www.rktypo.com)

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagfoto: © Erik Schumann – fotolia.com

Druck: Hitzegrad Print Medien und Service GmbH, 44149 Dortmund

Während der letzten Jahrzehnte hat sich die Berufsgruppe der Metallbauer und Konstruktionsmechaniker zusammen mit den Stahl- und Metallbauunternehmen stark entwickelt – sowohl auf Grund neuer Tendenzen in der Architektur als auch wegen erhöhter Anforderungen beim Wärmeschutz von Gebäuden als Beitrag zum Klimaschutz. Die für diese Berufe herausgegebene Fachbuchreihe des Verlages EUROPA-LEHRMITTEL besitzt mit diesem Tabellenbuch eine für Unterricht und Praxis notwendige aktuelle Basis an Daten und Fakten. Es ist aber auch unabhängig vom Schulunterricht als Nachschlagewerk geeignet.

In erster Linie ist diese Tabellen- und Formelsammlung für die Berufsausbildung der Metallbauer und Konstruktionsmechaniker bestimmt. Um den vielfältigen Anforderungen der beruflichen Weiterbildung Rechnung zu tragen, wurden darüber hinaus Informationen aufgenommen, die für den Unterricht in Meisterschulen und Fachschulen Bedeutung haben. Außerdem enthält dieses Nachschlagewerk für Studierende der Architektur und des Bauwesens viele wichtige Angaben und kann ein hilfreicher Wegweiser zu anderen Quellen mit weitergehenden Detailinformationen sein.

Der Inhalt des Buches gliedert sich in die nebenstehend aufgeführten acht Themenbereiche. Die Vielfalt der Informationen bedingt, dass hin und wieder Inhalte einer Überschrift zugeordnet werden, die möglicherweise auch an anderer Stelle stehen könnten.

Jeder der 8 Hauptteile enthält Formeln, Tabellen, Definitionen und in manchen Fällen auch knappe Erläuterungen. In den Tabellen sind wesentliche Inhalte von DIN-Normen, Regeln der Behörden und Berufsgenossenschaften, Stoffwerte und Firmenangaben zu speziellen Verfahren und Konstruktionslösungen zu finden.

Zum schnellen Aufsuchen bestimmter Sachverhalte dienen die umfangreichen Teil-Inhaltsverzeichnisse sowie ein Sachwortverzeichnis mit englischer Übersetzung. Inhaltlich ähnliche Seiten wurden nach denselben grafischen Prinzipien benutzerfreundlich gestaltet. Bei Normteilen, Werkstoffen, vielen Bauteilen sowie bei Kurzangaben in Zeichnungen wird jeweils ein Bezeichnungsbeispiel aufgeführt. Zu Beginn eines entsprechenden Sachteils findet sich außerdem häufig eine Erläuterung zum Aufbau der Bezeichnungsbeispiele.

Die jetzt vorliegende **9. Auflage** entspricht in der Abfolge von Seiten und Themen sowie der Seitenzahl der vorherigen. Alle Normangaben wurden überprüft und, falls notwendig, aktualisiert. In einigen Fällen waren wegen erneuerter oder ersetzter Normen größere Änderungen notwendig, bei der Steuerungstechnik, den Schweißzeichnungen sowie Berechnungen im Stahlbau mussten Seiten komplett überarbeitet werden.

Der Umfang des gesamten Fachgebietes und die Vielfalt der Informationen aus den in permanenter Weiterentwicklung befindlichen einzelnen Sachgebieten des Metall- und Stahlbaus zwang uns im Interesse einer überschaubaren Seitenzahl dazu, manche von einzelnen Lesern gewünschte Sachverhalte nicht zu berücksichtigen.

Wir danken unseren Lesern für ihre Zuschriften und hoffen auch weiterhin auf ihre Meinungsäußerungen. Ebenso sind wir stets dankbar für Fehlerhinweise, Anregungen und Verbesserungsvorschläge, die wir Sie bitten, an [lektorat@europa-lehrmittel.de](mailto:lektorat@europa-lehrmittel.de) zu schicken.

## Mathematische Grundlagen

M

## Naturwissenschaftlich-technische Grundlagen

N

## Arbeitsplanung Technische Kommunikation Arbeitssicherheit Umweltschutz

A

## Werkstoffe

W

## Bauteile Befestigungsmittel Verbindungsmittel

B

## Fertigungstechnik

F

## Konstruktionselemente und Bauteile

K

## Steuerungs- und Regelungstechnik, NC-Technik

S

## 4 Inhaltsübersicht

<b>M</b>	<b>Technische Mathematik</b>	<b>5</b>	<b>B</b>	<b>Bauteile, Befestigungsmittel, Verbindungsmitte</b>	<b>229</b>
Formelzeichen, mathematische Zeichen . . . . .	6	Gewinde . . . . .	230		
Einheiten, Umwandlungstabellen . . . . .	7	Schrauben, Eigenschaften und Belastungen . . . . .	235		
Mathematische Grundlagen . . . . .	10	Schraubenarten . . . . .	244		
Winkel . . . . .	15	Muttern und Scheiben . . . . .	258		
Längen . . . . .	17	Bolzen, Splinte, Kerbstifte . . . . .	264		
Flächen . . . . .	18	Niete . . . . .	266		
Volumen, Oberflächen, Masse . . . . .	23	Befestigungselemente . . . . .	269		
Längenbezogene und flächenbezogene Masse . . . . .	27	Montagetechnik . . . . .	282		
Schwerpunkte . . . . .	28	Anschlagmittel, Handzeichen . . . . .	284		
<b>N</b>	<b>Naturwissenschaftlich-technische Grundlagen</b>	<b>29</b>	<b>F</b>	<b>Fertigungstechnik</b>	<b>291</b>
Kräfte und Bewegungen . . . . .	30	Biegetechnik . . . . .	292		
Arbeit, Leistung, Energie . . . . .	34	Schmieden . . . . .	302		
Druck . . . . .	36	Mechanisches und thermisches Trennen . . . . .	303		
Statik, Festigkeit . . . . .	37	Antriebstechnik . . . . .	306		
Einwirkungen auf Tragwerke . . . . .	51	Spanende Fertigungsverfahren . . . . .	311		
Elektrotechnik . . . . .	59	Schweißen . . . . .	318		
Bauphysik . . . . .	61	Löten . . . . .	338		
Chemie . . . . .	76	Kleben . . . . .	340		
<b>A</b>	<b>Arbeitsplanung – Technische Kommunikation – Arbeits-sicherheit – Umweltschutz</b>	<b>79</b>		<b>Kalkulation . . . . .</b>	<b>341</b>
Grundlagen der Technischen Kommunikation . . . . .	80	<b>K</b>	<b>Konstruktionselemente und Bauteile</b>	<b>347</b>	
Grundlagen des Technischen Zeichnens . . . . .	81	Schlösser . . . . .	348		
Geometrische Grundkonstruktionen . . . . .	96	Türöffneranlage, Schließenanlagen . . . . .	354		
Maßeintragung . . . . .	103	Türen . . . . .	357		
Grenzmaße und Passungen . . . . .	116	Bänder . . . . .	366		
Oberflächenbeschaffenheit . . . . .	124	Tore . . . . .	368		
Wärmebehandlungsangaben . . . . .	126	Treppen . . . . .	377		
Schweißzeichnungen . . . . .	127	Geländer . . . . .	387		
Metall- und Stahlbauzeichnungen . . . . .	132	Fenster . . . . .	397		
Rohrleitungsdarstellungen . . . . .	141	Verglasungen . . . . .	402		
Bauzeichnungen . . . . .	143	Fugendichtstoffe . . . . .	419		
Gestaltung . . . . .	148	Sonnenschutzeinrichtungen . . . . .	421		
Gesundheit und Sicherheit am Arbeitsplatz . . . . .	150	Stahlbau . . . . .	423		
Gefahrstoffe . . . . .	157	Metallbauelemente . . . . .	442		
<b>W</b>	<b>Werkstoffe</b>	<b>159</b>	Rohrrahmenprofile . . . . .	444	
Stoffwerte . . . . .	160	Instandhaltung . . . . .	452		
Werkstoffnummern . . . . .	162	<b>S</b>	<b>Steuerungs- und Regelungs-technik, CNC-Technik</b>	<b>453</b>	
Bezeichnungssystem für Stähle . . . . .	164	Grundbegriffe der Steuerungs- und Regelungstechnik . . . . .	454		
Stahlsorten und Gusseisen . . . . .	169	Schaltalgebra und elektrotechnische Schaltzeichen . . . . .	455		
Harte Schneidstoffe . . . . .	173	Logische Verknüpfungen . . . . .	458		
Stahlbleche . . . . .	174	GRAFCET . . . . .	462		
Warmgewalzte Stahlprofile . . . . .	177	Kennzeichnung von elektrischen Betriebsmitteln . . . . .	464		
Rohre . . . . .	188	Funktionsdiagramme . . . . .	465		
Bauteile und Erzeugnisse aus Stahl . . . . .	194	Pneumatik und Hydraulik . . . . .	466		
Flächen- und längenbezogene Massen . . . . .	196	Steuerung von Werkzeugmaschinen . . . . .	476		
Nichteisenmetalle . . . . .	198	Datenverarbeitung und Internet . . . . .	485		
Kunststoffe und Kunststofferzeugnisse . . . . .	204	<b>Normen und Regeln</b>	<b>487</b>		
Schmierstoffe und Hydrauliköle . . . . .	207	<b>Sachwortverzeichnis</b>	<b>490</b>		
Korrosionsschutz . . . . .	209	<b>Quellenverzeichnis</b>	<b>500</b>		
Wärmebehandlung der Stähle . . . . .	220				
Werkstoffprüfung . . . . .	223				
RAL-Farbregister . . . . .	227				

<b>Allgemeine Grundlagen</b>	<b>6</b>
Formelzeichen . . . . .	6
Mathematische Zeichen . . . . .	6
Einheiten im Messwesen . . . . .	7
Umrechnung von Maßeinheiten . . . . .	9
<b>Mathematische Grundlagen</b>	<b>10</b>
Bruchrechnung . . . . .	10
Vorzeichenregeln . . . . .	10
Klammerrechnung . . . . .	10
Potenzieren – Radizieren . . . . .	11
Umformen von Gleichungen . . . . .	12
Umstellen von Formeln . . . . .	13
Prozentrechnung . . . . .	13
Schlussrechnung – Dreisatz . . . . .	14
Mischungsrechnung . . . . .	14
<b>Winkel</b>	<b>15</b>
Winkelarten . . . . .	15
Strahlensatz . . . . .	15
Zehnerpotenzen . . . . .	15
Winkelsumme im Dreieck . . . . .	15
Winkelfunktionen in rechtwinkligen Dreieck . . . . .	16
Winkelfunktionen im schiefwinkligen Dreieck . . . . .	16
Anwendungen des Sinus- und Kosinussatzes . . . . .	16
<b>Längen</b>	<b>17</b>
Gestreckte Längen . . . . .	17
Rohlängen von Schmiede- und Presstücke n . . . . .	17
Teilung von Längen, Randabstände . . . . .	17
<b>Flächen</b>	<b>18</b>
Gradlinig begrenzte einfache Flächen . . . . .	18
Lehrsatz des Pythagoras . . . . .	19
Lehrsatz des Euklid . . . . .	19
Höhensatz . . . . .	19
Gleichseitiges Dreieck . . . . .	19
Regelmäßiges und unregelmäßiges Vieleck . . . . .	20
Kreis – Kreisring . . . . .	20
Kreisringausschnitt – Kreisausschnitt . . . . .	21
Kreisabschnitt – Ellipse . . . . .	21
Zusammengesetzte Flächen . . . . .	22
Verschnitt . . . . .	22
<b>Volumen – Oberflächen</b>	<b>23</b>
Würfel – Vierkantprisma . . . . .	23
Zylinder – Hohlzylinder – Torus . . . . .	23
Pyramide – Pyramidenstumpf – Kegel – Kegelstumpf . . . . .	24
Kugel – Kugelabschnitt – Kugelausschnitt . . . . .	25
Flächen und Volumen nach der Guldin'schen Regel . . . . .	25
<b>Volumen – Masse</b>	<b>26</b>
Volumen von Werkstücken . . . . .	26
Masse von Werkstücken . . . . .	26
Längenbezogene und flächenbezogene Masse . . . . .	27
<b>Schwerpunkte</b>	<b>28</b>
Linienschwerpunkte . . . . .	28
Flächenschwerpunkte . . . . .	28

#### Erläuterungen zu den folgenden Teiltonahlsverzeichnissen:

Um eine optimale Übersichtlichkeit und schnelles Auffinden zu erreichen, wurden in den Verzeichnissen manchmal Überschriften verkürzt, zusammengefasst oder auch anders formuliert als auf den jeweiligen Seiten. Dabei bleiben die inhaltlichen Aussagen aber stets gewahrt.

# 6 Allgemeine Grundlagen

M

## Formelzeichen

vgl. DIN 1304-1 (1994-03)

Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung	
<b>Länge, Fläche, Volumen, Winkel</b>		<b>Mechanik</b>			<b>Wärme</b>	
<i>l</i>	Länge	<i>m</i>	Masse	<i>T, Θ</i>	thermodynamische Temperatur <sup>3)</sup>	
<i>b</i>	Breite	<i>m'</i>	längenbezogene Masse	$\Delta T, \Delta t, \Delta \vartheta$	Temperaturdifferenz <sup>3)</sup>	
<i>h</i>	Höhe, Tiefe	<i>m''</i>	flächenbezogene Masse	<i>t, θ</i>	Celsius-Temperatur <sup>3)</sup>	
<i>r, R</i>	Radius, Halbmesser	<i>ρ</i>	Dichte	<i>a<sub>i, α</sub></i>	Längenausdehnungskoeffizient	
<i>d, D</i>	Durchmesser	<i>J</i>	Trägheitsmoment, Massenmoment 2. Grades	<i>a<sub>v, γ</sub></i>	Volumenausdehnungskoeffizient	
<i>s</i>	Weglänge, Kurvenlänge	<i>F</i>	Kraft	<i>Q</i>	Wärme, Wärmemenge	
<i>λ</i>	Wellenlänge	<i>F<sub>G, G</sub></i>	Gewichtskraft	<i>λ</i>	Wärmeleitfähigkeit	
<i>A, S</i>	Fläche, Querschnittsfläche	<i>M</i>	Drehmoment	<i>α</i>	Wärmeübergangskoeffizient <sup>3)</sup>	
<i>V</i>	Volumen	<i>T</i>	Torsionsmoment	<i>k</i>	Wärmedurchgangskoeffizient <sup>3)</sup>	
<i>a, β, γ</i>	ebener Winkel	<i>M<sub>b</sub></i>	Biegemoment	$\Phi, \dot{Q}$	Wärmestrom <sup>3)</sup>	
$\Omega$	Raumwinkel	<i>p</i>	Druck	<i>a</i>	Temperaturleitfähigkeit	
<b>Zeit</b>		<i>p<sub>abs</sub></i>	absoluter Druck	<i>C</i>	Wärmekapazität	
<i>t</i>	Zeit, Dauer	<i>p<sub>amb</sub></i>	Atmosphärendruck	<i>c</i>	spez. Wärmekapazität	
<i>T</i>	Periodendauer	<i>p<sub>e</sub></i>	Überdruck	<i>H<sub>u</sub></i>	spezifischer Heizwert	
<i>f, ν</i>	Frequenz	<i>σ</i>	Normalspannung	<b>Elektrizität</b>		
<i>n</i>	Drehzahl, Umdrehungsfrequenz	<i>τ</i>	Schubspannung	<i>Q</i>	Ladung, Elektrizitätsmenge	
<i>ω</i>	Winkelgeschwindigkeit	<i>A</i>	Bruchdehnung <sup>2)</sup>	<i>U</i>	Spannung	
<i>v, u</i>	Geschwindigkeit	<i>ε</i>	Dehnung, rel. Längenänderung	<i>C</i>	Kapazität	
<i>a</i>	Beschleunigung	<i>E</i>	Elastizitätsmodul	<i>ε</i>	Permittivität	
<i>g</i>	örtliche Fallbeschleunigung	<i>G</i>	Schubmodul	<i>I</i>	Stromstärke	
<i>α</i>	Winkelbeschleunigung	<i>μ, f</i>	Reibungszahl	<i>L</i>	Induktivität	
$q_v, \dot{V}$	Volumenstrom	<i>W</i>	Widerstandsmoment	<i>μ</i>	Permeabilität	
<b>Akustik</b>		<i>I</i>	Flächenmoment 2. Grades	<i>R</i>	Widerstand	
<i>p</i>	Schalldruck	<i>W, E</i>	Arbeit, Energie	$\varrho$	spezifischer Widerstand	
dB(A)	Schallpegel <sup>1)</sup>	<i>W<sub>p</sub>, E<sub>p</sub></i>	potenzielle Energie	<i>γ, z</i>	elektrische Leitfähigkeit	
<i>c</i>	Schallgeschwindigkeit	<i>W<sub>k</sub>, E<sub>k</sub></i>	kinetische Energie	<i>X</i>	Blindwiderstand	
<i>L<sub>p</sub></i>	Schalldruckpegel	<i>P</i>	Leistung	<i>Z</i>	Scheinwiderstand	
<i>L<sub>N</sub></i>	Lautstärkepegel	$\eta$	Wirkungsgrad	$\varphi$	Phasenverschiebungswinkel	
<i>I</i>	Schallintensität	<b>Licht, elektromagnet. Strahlung</b>			<i>N</i>	Windungszahl
<i>N</i>	Lautheit	<i>E<sub>v</sub></i>	Beleuchtungsstärke			
		<i>f</i>	Brennweite			
		<i>n</i>	Brechzahl			
		<i>I<sub>e</sub></i>	Strahlstärke			
		<i>Q<sub>er</sub>, W</i>	Strahlungsenergie			

<sup>1)</sup> nicht in DIN 1304; siehe Seite 72

<sup>2)</sup> nicht in DIN 1304; siehe Seite 169 ff.

<sup>3)</sup> Abweichungen von DIN 1304 s.S. 61 bis 71

## Mathematische Zeichen

Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise
$\approx$	ungefähr gleich	$\pi$	pi (Kreiszahl = 3,14159...)	$\ln$	natürlicher Logarithmus
$\cong$	entspricht	$a^x$	a hoch x, x-te Potenz von a	$\log$	Logarithmus (allgemein)
$\dots$	und so weiter bis	$\sqrt[n]{\dots}$	Quadratwurzel aus n-te Wurzel aus	$\lg$	dekadischer Logarithmus
$=$	gleich	$ x $	Betrag von x	$\sin$	Sinus
$\neq$	ungleich	$\infty$	unendlich	$\cos$	Kosinus
def	ist definitionsgemäß	$\perp$	senkrecht auf	$\tan$	Tangens
gleich		$\parallel$	ist parallel zu	$\cot$	Kotangens
<	kleiner	$\uparrow\uparrow$	gleichsinnig parallel	$\arcsin$	Arcussinus
$\leq$	kleiner gleich	$\uparrow\downarrow$	gegensinnig parallel	$\%$	Prozent, vom Hundert
>	größer	$\downarrow\uparrow$	gegensinnig parallel	$\frac{\%}{100}$	Promille, vom Tausend
$\geq$	größer gleich	$\times$	Winkel	$(, , )$	klammer auf und zu
+	plus	$\triangle$	Dreieck	$\overline{AB}$	Strecke AB
-	minus	$\equiv$	kongruent zu	$\bar{AB}$	Bogen AB
$\cdot$	mal, multipliziert mit	$\Delta x$	Delta x (Differenz zweier Werte)	$a', a''$	a Strich, a zwei Strich
$-/, : \sum$	durch, geteilt durch, zu Summe			$a_1, a_2$	a eins, a zwei
$\sim$	proportional				

## Einheiten im Messwesen

Die Einheiten im Messwesen sind im Internationalen Einheitensystem (**SI** = Systeme International) festgelegt. Es baut auf den sieben **Basiseinheiten** (Grundeinheiten) auf, von denen weitere Einheiten abgeleitet werden.  
→ vgl. DIN 1301-1 (2002-10), -2 (1978-02), -3 (1979-10)

### Basisgrößen und Basiseinheiten

	Basisgröße	Basiseinheit	Einheitenzeichen
	Länge	Meter	m
	Masse	Kilogramm	kg
	Zeit	Sekunde	s
	elektrische Stromstärke	Ampere	A
	Temperatur	Kelvin	K
	Stoffmenge	Mol	mol
	Lichtstärke	Candela	cd

### Größen und Einheiten

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung
<b>Länge, Fläche, Volumen, Winkel</b>					
Länge	<i>l</i>	Meter	m	$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm}$ $= 1000 \text{ mm}$ $1 \text{ mm} = 1000 \mu\text{m}$ $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$	1 inch = 1 Zoll = 25,4 mm  In der Luft- und Seefahrt gilt: 1 internationale Seemeile = 1852 m
Fläche	<i>A, S</i>	Quadratmeter Ar Hektar	$\text{m}^2$ a ha	$1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2$ $= 1000000 \text{ mm}^2$ $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$ $1 \text{ ha} = 100 \text{ a} = 10000 \text{ m}^2$ $100 \text{ ha} = 1 \text{ km}^2$	Zeichen S nur für Querschnittsflächen  Ar und Hektar nur für Flächen von Grundstücken
Volumen	<i>V</i>	Kubikmeter Liter	$\text{m}^3$ l, L	$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$ $= 1000000 \text{ cm}^3$ $1 \text{ l} = 1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 =$ $= 10 \text{ dl} = 0,001 \text{ m}^3$ $1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$	Meist für Flüssigkeiten und Gase
ebener Winkel (Winkel)	$\alpha, \beta, \gamma \dots$	Radian Grad Minute Sekunde	rad ° ' "	$1 \text{ rad} = 1 \text{ m/m} = 57,2957 \dots^\circ$ $= 180^\circ/\pi$ $1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad} = 60'$ $1' = 1^\circ/60 = 60''$ $1'' = 1'/60 = 1''/3600$	1 rad ist der Winkel, der aus einem um den Scheitelpunkt geschlagenen Kreis mit 1 m Radius einen Bogen von 1 m Länge schneidet. Bei techn. Berechnungen z.B. nicht $\alpha = 33^\circ 17' 27,6''$ , sondern besser $\alpha = 33,291^\circ$ verwenden.
<b>Zeit</b>					
Zeit, Zeitspanne, Dauer	<i>t</i>	Sekunde Minute Stunde Tag Jahr	s min h d a	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$ $1 \text{ d} = 24 \text{ h}$	3 h bedeutet eine Zeitspanne (3 Std.) 3 <sup>h</sup> bedeutet einen Zeitpunkt (3 Uhr). Werden Zeitpunkte in gemischter Form, z.B. 3 <sup>h</sup> 24 <sup>m</sup> 10 <sup>s</sup> geschrieben, so kann das Zeichen min auf m verkürzt werden.
Drehzahl, Um-drehungs-frequenz	<i>n</i>	1 durch Sekunde 1 durch Minute	1/s 1/min	$1/\text{s} = 60/\text{min} = 60 \text{ min}^{-1}$ $1/\text{min} = 1 \text{ min}^{-1} = \frac{1}{60} \text{ s}$	
Geschwindigkeit	<i>v</i>	Meter durch Sekunde Meter durch Minute Kilometer d. Stunde	$\text{m}/\text{s}$ $\text{m}/\text{min}$ $\text{km}/\text{h}$	$1 \text{ m/s} = 60 \text{ m/min}$ $= 3,6 \text{ km/h}$ $1 \text{ m/min} = \frac{1 \text{ m}}{60 \text{ s}}$ $1 \text{ km/h} = \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{1 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}$	Geschwindigkeit bei der Seefahrt in Knoten (kn). 1 kn = 1,852 km/h  Mile per hour = 1 mile/h = 1 mph 1 mph = 1,60934 km/h
Beschleunigung	<i>a, g</i>	Meter durch Sekunde hoch zwei	$\text{m}/\text{s}^2$	$1 \text{ m/s}^2 = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ s}}$	Formelzeichen <i>g</i> nur für Fallbeschleunigung. $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

## 8 Allgemeine Grundlagen

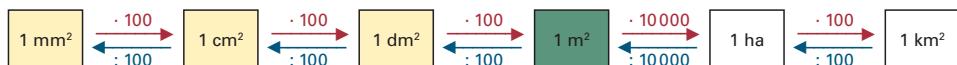
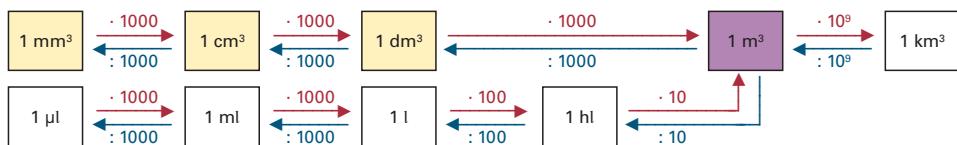
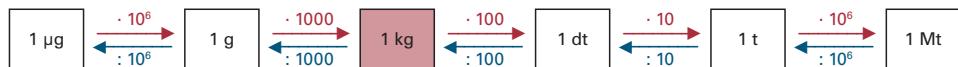
### Einheiten im Messwesen

vgl. DIN 1301-1 (2002-10), -2 (1978-02), -3 (1979-10)

#### Größen und Einheiten (Fortsetzung)

M

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung
<b>Mechanik</b>					
Massen	<i>m</i>	Kilogramm Gramm Megagramm Tonne	kg g Mg t	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg  1 t = 1000 kg = 1 Mg 0,2 g = 1 Kt	Gewicht im Sinne eines Wägeergebnisses oder eines Wägestückes ist eine Größe von der Art der Masse (Einheit kg). Masse für Edelsteine in Karat (Kt).
längenbezogene Masse	<i>m'</i>	Kilogramm durch Meter	kg/m	1 kg/m = 1 g/mm	Die längenbezogene Masse wird z.B. zur Berechnung der Masse (Gewicht) von Stabwerkstoffen, Profilen und Rohren verwendet.
flächenbezogene Masse	<i>m''</i>	Kilogramm durch Meter hoch zwei	kg/m <sup>2</sup>	1 kg/m <sup>2</sup> = 0,1 g/cm <sup>2</sup>	Die flächenbezogene Masse wird z.B. zur Berechnung der Masse von Blechen verwendet.
Dichte	<i>ρ</i>	Kilogramm durch Meter hoch drei	kg/m <sup>3</sup>	1000 kg/m <sup>3</sup> = 1 t/m <sup>3</sup> = 1 kg/dm <sup>3</sup> = 1 g/cm <sup>3</sup> = 1 g/ml = 1 mg/mm <sup>3</sup>	Die Dichte ist eine vom Ort unabhängige Größe.
Trägheitsmoment, Massenmoment 2. Grades	<i>J</i>	Kilogramm mal Meter hoch zwei	kg · m <sup>2</sup>		früher: Massenträgheitsmoment
Kraft Gewichtskraft	<i>F</i> <i>F<sub>G</sub>, G</i>	Newton	N	1 N = 1 $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$ = 1 $\frac{\text{J}}{\text{m}}$ 1 MN = 10 <sup>3</sup> kN = 1 000 000 N	Die Kraft 1 N bewirkt bei der Masse 1 kg in 1 s eine Geschwindigkeitsänderung von 1 m/s.
Drehmoment Biegemoment Torsionsmoment	<i>M</i> <i>M<sub>b</sub></i> <i>T</i>	Newton mal Meter	N · m		
Druck mechanische Spannung	<i>p</i> <i>σ, τ</i>	Pascal Newton durch Meter hoch zwei	Pa N/m <sup>2</sup>	1 Pa = 1 N/m <sup>2</sup> = 0,01 mbar 1 bar = 100 000 N/m <sup>2</sup> = 10 N/cm <sup>2</sup> = 10 <sup>5</sup> Pa 1 mbar = 1 hPa 1 N/mm <sup>2</sup> = 10 bar = 1 MN/m <sup>2</sup> = 1 MPa 1 bar = 0,1 N/mm <sup>2</sup>	Unter Druck versteht man die Kraft je Flächeneinheit. <i>p<sub>o</sub></i> – Überdruck <i>p<sub>abs</sub></i> – absoluter Druck <i>p<sub>atm</sub></i> – atmosphärischer Druck
Flächenmoment 2. Grades	<i>I</i>	Meter hoch vier Zentimeter hoch vier	m <sup>4</sup> cm <sup>4</sup>	1 m <sup>4</sup> = 100 000 000 cm <sup>4</sup>	früher: Flächenträgheitsmoment
Energie, Arbeit Wärmemenge	<i>E, W</i>	Joule	J	1 J = 1 N · m = 1 W · s = 1 kg · m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>	Joule für jede Energieart, kW · h bevorzugt für elektrische Energie
Leistung Wärmestrom	<i>P, Φ</i>	Watt	W	1 W = 1 J/s = 1 N · m/s = 1 V · A = 1 m <sup>2</sup> · kg/s <sup>3</sup>	
<b>Elektrizität und Magnetismus</b>					
Elektrische Stromstärke Elektr. Spannung Elektr. Widerstand	<i>I</i> <i>U</i> <i>R</i>	Ampere Volt Ohm	A V Ω	1 V = 1 W/1 A = 1 J/C 1 Ω = 1 V/1 A	
spez. Widerstand Leitfähigkeit	<i>ρ</i> <i>γ, χ</i>	Ohm mal Meter Siemens durch Meter	Ω · m S/m	10 <sup>-6</sup> Ω · m = 1 Ω · mm <sup>2</sup> /m	$\rho = \frac{1}{\chi} \ln \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ $\chi = \frac{1}{\rho} \ln \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$
Frequenz Elektr. Arbeit	<i>f</i> <i>W</i>	Hertz Joule	Hz J	1 Hz = $\frac{1}{s}$ ; 1000 Hz = 1 kHz 1 J = 1 W · s = 1 N · m 1 kW · h = 3,6 MJ 1 W · h = 3,6 kJ	

**Umrechnung von Maßeinheiten****Längeneinheiten****Umrechnungszahl 10****Flächeneinheiten****Umrechnungszahl 100****Volumeneinheiten****Umrechnungszahl 1000****Masseeinheiten****Krafteinheiten****Druckeinheiten****1. Beispiel:** ges:  $4 \text{ m}^2 = ? \text{ cm}^2$ 

$$1 \text{ m}^2 \cdot \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{100} = 1 \cdot \frac{1}{10^4} \text{ m}^2 = 1 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow 1 \text{ m}^2 = 1 \cdot 10^4 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow 4 \text{ m}^2 = 4 \cdot 10^4 \text{ cm}^2 = 40000 \text{ cm}^2$$

**2. Beispiel:** ges:  $3400 \text{ mm}^3 = ? \text{ dm}^3$ 

$$1 \text{ mm}^3 \cdot 1000 \cdot 1000 = 1 \text{ dm}^3 \Rightarrow 1 \text{ mm}^3 = \frac{1 \text{ dm}^3}{1000 \cdot 1000}$$

$$\Rightarrow 3400 \text{ mm}^3 = \frac{3400 \cdot 1 \text{ dm}^3}{1000 \cdot 1000} = 3400 \cdot 10^{-6} \text{ dm}^3$$

$$= 0,0034 \text{ dm}^3$$

**Vorsätze zur Bezeichnung von dezimalen Teilen und Vielfachen der Einheiten**

Vorsatz	Piko	Nano	Mikro	Milli	Zenti	Dezi	Deka	Hekto	Kilo	Mega	Giga	Tera
Vorsatzzeichen	P	N	μ	m	c	d	da	h	k	M	G	T
Zehnerpotenz	$10^{-12}$	$10^{-9}$	$10^{-6}$	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	$10^1$	$10^2$	$10^3$	$10^6$	$10^9$	$10^{12}$
Teile (z.B. $1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m} = 0,000001 \text{ m}$ )							Vielfache (z.B. $1 \text{ kN} = 10^3 \text{ N} = 1000 \text{ N}$ )					

Besondere Längeneinheiten		Besondere Flächeneinheiten			Besondere Volumeneinheiten				
1 Zoll (")	= 2,54 cm	1 km <sup>2</sup>	= 100 ha		1 hl	= 100 l			
1 cm	= 0,394 Zoll (")	1 ha	= 100 a		1 barrel	= 1,59 hl			
1 inch	= 1 Zoll	1 a	= 100 m <sup>2</sup>		1 gallone	= 4,55 l			
1 USmile	= 1609 m	1 Morgen	= 25 a		1 l	= 1 dm <sup>3</sup>			

# 10 Mathematische Grundlagen

## M

### Bruchrechnung

Regel	Zahlenbeispiel	Algebraisches Beispiel
Gleichnamige Brüche werden addiert oder subtrahiert, indem man die Zähler addiert oder subtrahiert und die Nenner unverändert lässt.	$\frac{5}{8} + \frac{2}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5+2-1}{8}$ $= \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$	$\frac{5}{a} - \frac{3}{a} + \frac{7}{a} = \frac{5-3+7}{a}$ $= \frac{9}{a}$
Bei ungleichnamigen Brüchen muss zuerst der Hauptnenner gebildet werden, um sie addieren bzw. subtrahieren zu können. Der Hauptnenner ist der kleinste gemeinsame Nenner, in dem die Nenner aller Brüche ganzzahlig enthalten sind. Die Brüche werden durch Erweitern auf den Hauptnenner gebracht.	$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} =$ Hauptnenner = 12 $= \frac{1 \cdot 6}{2 \cdot 6} + \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} - \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3}$ $= \frac{6}{12} + \frac{8}{12} - \frac{9}{12}$ $= \frac{6+8-9}{12} = \frac{5}{12}$	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} =$ Hauptnenner = $b \cdot d$ $= \frac{a \cdot d}{b \cdot d} + \frac{c \cdot b}{b \cdot d}$ $= \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d}$
Ein Bruch wird mit einem anderen multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.	$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$
Ein Bruch wird durch einen anderen Bruch dividiert, indem man den Dividenden (Bruch im Zähler) mit dem Kehrwert des Divisors (Bruch im Nenner) multipliziert.	$\frac{3}{4} : \frac{3}{5} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{5}} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 3}$ $= \frac{5}{4} = 1 \frac{1}{4}$	$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{c} \cdot \frac{d}{b} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

### Vorzeichenregeln

Haben zwei Faktoren <b>gleiche</b> Vorzeichen, so wird das Produkt <b>positiv</b> .	$2 \cdot 5 = 10$ $(-2) \cdot (-5) = 10$	$a \cdot x = ax$ $(-a) \cdot (-x) = ax$
Haben zwei Faktoren <b>unterschiedliche</b> Vorzeichen, so wird das Produkt <b>negativ</b> .	$3 \cdot (-8) = -24$ $(-3) \cdot 8 = -24$	$a \cdot (-x) = -ax$ $(-a) \cdot x = -ax$
Haben Zähler und Nenner bzw. Dividend und Divisor <b>gleiche</b> Vorzeichen, so ist der Bruch bzw. der Quotient <b>positiv</b> .	$\frac{15}{3} = 15 : 3 = 5$ $\frac{-15}{-3} = (-15) : (-3) = 5$	$\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$ $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$
Haben Zähler und Nenner bzw. Dividend und Divisor <b>unterschiedliche</b> Vorzeichen, so ist der Bruch bzw. der Quotient <b>negativ</b> .	$\frac{15}{-3} = 15 : (-3) = -5$ $\frac{-15}{3} = (-15) : 3 = -5$	$\frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$
Punktrechnungen ( $\cdot$ und $:$ ) müssen vor Strichrechnungen ( $+$ und $-$ ) ausgeführt werden.	$8 \cdot 4 - 18 \cdot 3 = 32 - 54$ $= -22$ $\frac{16}{4} + \frac{20}{5} - \frac{18}{3} = 4 + 4 - 6$ $= 2$	$8a \cdot b - c \cdot 3d$ $= 8ab - 3cd$

### Klammerrechnung

Klammern, vor denen ein Pluszeichen steht, können weggelassen werden. Die Vorzeichen der Glieder bleiben dann unverändert.	$16 + (9 - 5)$ $= 16 + 9 - 5$ $= 20$	$a + (b - c)$ $= a + b - c$
Klammern, vor denen ein Minuszeichen steht, können nur aufgelöst (weggelassen) werden, wenn alle Summanden (Glieder in der Klammer) entgegengesetzte Vorzeichen erhalten.	$16 - (9 - 5)$ $= 16 - 9 + 5$ $= 12$	$a - (b - c)$ $= a - b + c$ Fortsetzung auf Seite 11

## Klammerrechnung (Fortsetzung)

Regel	Zahlenbeispiel	Algebraisches Beispiel
Ein Klammerausdruck wird mit einem Faktor multipliziert, indem man jedes Glied der Klammer mit dem Faktor multipliziert.	$7 \cdot (4 + 5) = 7 \cdot 4 + 7 \cdot 5 = 63$	$a \cdot (b + c) = ab + ac$
Ein Klammerausdruck wird mit einem Klammerausdruck multipliziert, indem man jedes Glied der einen Klammer mit jedem Glied der anderen Klammer multipliziert.	$(3 + 5) \cdot (10 - 7) = 3 \cdot 10 + 3 \cdot (-7) + 5 \cdot 10 + 5 \cdot (-7) = 30 - 21 + 50 - 35 = 24$	$(a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$
Ein Klammerausdruck wird durch einen Wert (Zahl, Buchstabe, Klammerausdruck) dividiert, indem man jedes Glied in der Klammer durch diesen Wert dividiert.	$(16 - 4) : 4 = 16 : 4 - 4 : 4 = 4 - 1 = 3$	$(a + b) : c = a : c + b : c$ $\frac{a-b}{b} = \frac{a}{b} - 1$
Ein Bruchstrich fasst Ausdrücke in gleicher Weise zusammen wie eine Klammer.	$\frac{3+4}{2} = (3+4) : 2$	$\frac{a+b}{2} \cdot h = (a+b) \cdot \frac{h}{2}$
Bei gemischten Punkt- und Strichrechnungen mit Klammerausdrücken müssen zuerst die Klammern aufgelöst und danach die Punkt- und dann die Strichrechnung ausgeführt werden.	$= 8 \cdot (3 - 2) + 4 \cdot (16 \cdot 5) = 8 \cdot 1 + 4 \cdot 11 = 8 + 44 = 52$	$= a \cdot (3x - 5x) - b \cdot (12y - 2y) = a \cdot (-2x) - b \cdot 10y = -2ax - 10by$

## Potenzieren

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Exponenten addiert und die Basis beibehält.	$3^2 \cdot 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$ oder $3^2 \cdot 3^3 = 3^{(2+3)} = 3^5$	$x^4 \cdot x^2 = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = x^6$ oder $x^4 \cdot x^2 = x^{(4+2)} = x^6$
Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man ihre Exponenten subtrahiert und die Basis beibehält.	$\frac{4^3}{4^2} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 4}{4 \cdot 4} = 4$ oder $4^3 : 4^2 = 4^{(3-2)} = 4^1 = 4$	$\frac{m^2}{m^3} = \frac{m \cdot m}{m \cdot m \cdot m} = \frac{1}{m} = m^{-1}$ oder $m^2 : m^3 = m^{(2-3)} = m^{-1} = \frac{1}{m}$
Werden Potenzen mit einem Faktor multipliziert, so muss zuerst die Potenz berechnet werden. Potenzrechnung geht vor Punktrechnung.	$6 \cdot 10^3 = 6 \cdot 1000 = 6000$ $7 \cdot 10^{-2} = 7 \cdot \frac{1}{100} = 0,07$	$a \cdot 10^2 = a \cdot 100 = 100a$ $b \cdot 10^{-1} = b \cdot \frac{1}{10} = 0,1b$
Jede Potenz mit dem Exponenten Null hat den Wert 1.	$\frac{10^4}{10^4} = 10^{(4-4)} = 10^0 = 1$	$(m+n)^0 = 1$

## Radizieren

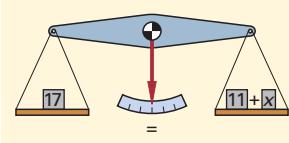
Ist der Radikand ein Produkt, so kann die Wurzel entweder aus dem Produkt oder aus jedem einzelnen Faktor gezogen werden.	$\sqrt[3]{9 \cdot 16} = \sqrt[3]{144} = 12$ oder $\sqrt[3]{9 \cdot 16} = \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{16} = 3 \cdot 4 = 12$	$\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$
Ist der Radikand eine Summe oder eine Differenz, so kann nur aus dem Ergebnis die Wurzel gezogen werden.	$\sqrt[3]{9 + 16} = \sqrt[3]{25} = 5$ $\sqrt[3]{5^2 - 4^2} = \sqrt[3]{25 - 16} = \sqrt[3]{9} = 3$	$\sqrt[3]{a - b} = \sqrt[3]{(a - b)}$
Eine Wurzel kann als Potenz geschrieben werden.	$\sqrt[3]{27} = 27^{\frac{1}{3}} = 3^{3 \cdot \frac{1}{3}} = 3^{\frac{3}{3}} = 3^1 = 3$	$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$

# 12 Mathematische Grundlagen

## Umformen von Gleichungen

### Gleichheitsgrundsatz

Beide Seiten einer Gleichung können vertauscht werden.



Die beiden Seiten einer Gleichung sind mit dem Gleichgewicht einer Waage vergleichbar.

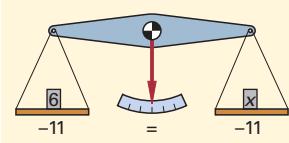
$$17 = 11 + x$$
$$11 + x = 17$$

$$48 = 6 \cdot y$$
$$6 \cdot y = 48$$

Anwendung des Kommutativgesetzes

### Veränderungsoperationen

Die Veränderungen müssen so erfolgen, dass das Gleichgewicht erhalten bleibt.



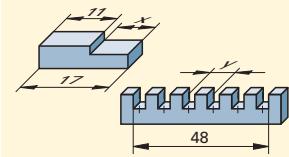
Auf beiden Seiten der Gleichung müssen die gleichen Rechenoperationen ausgeführt werden.

Auf beiden Seiten das Gleiche **addieren** oder **subtrahieren**.

Auf beiden Seiten mit dem Gleichen **multiplizieren** oder durch das Gleiche **dividieren**.

### Grundregel

Beim Seitentausch einer Größe ändert sich das Operationszeichen.



Die gesuchte Größe soll auf der linken Seite der Gleichung isoliert werden. Nach der Seitenwechselregel folgt:

aus + wird - aus - wird + aus : wird : aus : wird :

$$11 + x = 17$$
$$x = 17 - 11$$
$$x = 6$$

$$6 \cdot y = 48$$
$$y = \frac{48}{6}$$
$$y = 8$$

Regel	Zahlenbeispiel	Algebraisches Beispiel
Durch <b>Addition</b> der gleichen Zahl oder Größe auf beiden Seiten steht die gesuchte Größe allein auf der linken Seite.	$y - 5 = 9$ $y - 5 + 5 = 9 + 5$ $y = 14$	$y - c = d$ $y - c + c = d + c$ $y = d + c$
Durch <b>Subtraktion</b> der gleichen Zahl oder Größe auf beiden Seiten steht die gesuchte Größe allein auf der linken Seite.	$x + 7 = 18$ $x + 7 - 7 = 18 - 7$ $x = 11$	$x + a = b$ $x + a - a = b - a$ $x = b - a$
Durch <b>Division</b> durch die gleiche Zahl oder Größe auf beiden Seiten steht die gesuchte Größe allein auf der linken Seite.	$6 \cdot x = 23$ $\frac{6 \cdot x}{6} = \frac{23}{6}$ $x = \frac{23}{6} = 3\frac{5}{6}$	$a \cdot x = b$ $\frac{a \cdot x}{a} = \frac{b}{a}$ $x = \frac{b}{a}$
Durch <b>Multiplikation</b> mit der gleichen Zahl oder Größe auf beiden Seiten steht die gesuchte Größe allein auf der linken Seite.	$\frac{y}{3} = 7$ $\frac{y \cdot 3}{3} = 7 \cdot 3$ $y = 21$	$\frac{y}{c} = d$ $\frac{y \cdot c}{c} = d \cdot c$ $y = d \cdot c$
Durch <b>Potenzieren</b> auf beiden Seiten steht die gesuchte Größe allein auf der linken Seite.	$\sqrt{x} = 4$ $(\sqrt{x})^2 = 4^2$ $x = 16$	$\sqrt{x} = a + b$ $(\sqrt{x})^2 = (a + b)^2$ $x = a^2 + 2ab + b^2$
Durch <b>Radizieren</b> auf beiden Seiten steht die gesuchte Größe allein auf der linken Seite.	$x^2 = 36$ $\sqrt{x^2} = \sqrt{36}$ $x = \pm 6$	$x^2 = a + b$ $\sqrt{x^2} = \sqrt{a + b}$ $x = \pm \sqrt{a + b}$

## Umstellen von Formeln

$$W_k = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Linke Formelseite

Rechte Formelseite

Wenn die zu ermittelnde Größe in einer Formel nicht allein auf einer Seite steht, dann ist es erforderlich die Formel umzustellen. Hier kommen die gleichen Regeln zur Anwendung wie beim Umformen von Gleichungen.  
Demnach gilt für alle Schritte der Umstellung:

Veränderung auf der **linken** Formelseite

=

Veränderung auf der **rechten** Formelseite

### Beispiel: Formel umstellen nach $v$

#### Handlungsschritte

- 1 Multiplikation mit 2 auf beiden Seiten
- 2 Kürzen von 2 auf der rechten Formelseite
- 3 Beide Seiten durch  $m$  dividieren
- 4 Kürzen von  $m$  auf der rechten Formelseite
- 5 Formelseiten vertauschen
- 6 Beide Formelseiten radizieren

#### Lösungsschritte

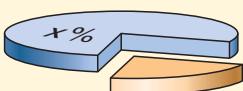
$$\begin{aligned} W_k &= \frac{m \cdot v^2}{2} && | \cdot 2 \\ 2 \cdot W_k &= \cancel{2} \cdot m \cdot v^2 && \cancel{2} \\ \frac{2 \cdot W_k}{m} &= \frac{m \cdot v^2}{m} && | : m \\ \frac{2 \cdot W_k}{m} &= \cancel{m} \cdot v^2 && \cancel{m} \\ v^2 &= \frac{2 \cdot W_k}{m} && | \sqrt{\phantom{x}} \\ \sqrt{v^2} &= \sqrt{\frac{2 \cdot W_k}{m}} && \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot W_k}{m}} \end{aligned}$$

## Prozentrechnung

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100 \%}$$

$P_s$  Prozentsatz, Prozent  
 $P_w$  Prozentwert  
 $G_w$  Grundwert

Bei der Prozentrechnung werden anteilige Größen vom Ganzen berechnet.



z. B.

$$\frac{75}{100} \text{ vom Ganzen} \cong 75 \% \quad | \quad \frac{1}{100} \text{ vom Ganzen} \cong 1 \%$$

### Grundwert

Der Grundwert ist der Wert einer Größe, von dem die Prozente zu berechnen sind.



Der Grundwert ist immer eine Größe.

(Größe = Zahlenwert · Einheit), z. B. 500 cm<sup>2</sup>

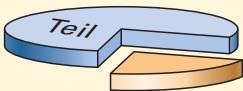
reiner Grundwert = 100 %

vermehrter Grundwert = 100 % + Prozentsatz

verminderter Grundwert = 100 % - Prozentsatz

### Prozentwert

Der Prozentwert ist der Betrag der Größe des Grundwertes, den die Prozente des Grundwertes ergeben.



$$\text{z. B. } \frac{\text{Prozentsatz}}{100 \%} \text{ von } \frac{\text{Grundwert}}{500 \text{ cm}^2} \cong \frac{\text{Prozentwert}}{375 \text{ cm}^2}$$

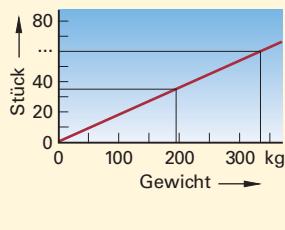
**Beispiel:** Werkstückrohling 250 kg (Grundwert); Abbrand 2 % (Prozentsatz); Abbrand in kg = ? (Prozentwert)

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100 \%} = \frac{250 \text{ kg} \cdot 2 \%}{100 \%} = 5 \text{ kg}$$

# 14 Mathematische Grundlagen

## Schlussrechnung, Mischungsrechnung

### Dreisatz für direkt proportionale Verhältnisse

**M**

**Beispiel:** 60 Rohrkrümmer wiegen 330 kg. Wie groß ist die Masse von 35 Rohrkrümern?

1. Satz: **Vorgabe** 60 Rohrkrümmer wiegen 330 kg

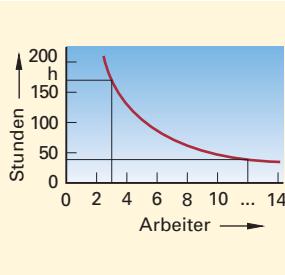
2. Satz: **Berechnung der Einheit: Durch Dividieren**

$$1 \text{ Rohrkrümmer wiegt } \frac{330 \text{ kg}}{60}$$

3. Satz: **Berechnung der Mehrheit: Durch Multiplizieren**

$$35 \text{ Rohrkrümmer wiegen } \frac{330 \text{ kg} \cdot 35}{60} = \mathbf{192,5 \text{ kg}}$$

### Dreisatz für indirekt proportionale Verhältnisse



**Beispiel:** 3 Arbeiter erledigen einen Auftrag in 170 Stunden. Wie viele Stunden benötigen 12 Arbeiter für den gleichen Auftrag?

1. Satz: **Vorgabe** 3 Arbeiter benötigen 170 Stunden

2. Satz: **Berechnung der Einheit: Durch Dividieren**

$$1 \text{ Arbeiter benötigt } 3 \cdot 170 \text{ h}$$

3. Satz: **Berechnung der Mehrheit: Durch Multiplizieren**

$$12 \text{ Arbeiter benötigen } \frac{3 \cdot 170 \text{ h}}{12} = \mathbf{42,5 \text{ h}}$$

### Dreisatz mit mehrgliedrigen Verhältnissen

**Beispiel:**

660 Werkstücke werden durch 5 Maschinen in 24 Tagen hergestellt.

In welcher Zeit können 312 Werkstücke gleicher Art von 9 Maschinen angefertigt werden?

**1. Dreisatz:** 5 Maschinen fertigen 660 Werkstücke in 24 Tagen  
1 Maschine fertigt 660 Werkstücke in  $24 \cdot 5$  Tagen

$$9 \text{ Maschinen fertigen } 660 \text{ Werkstücke in } \frac{24 \cdot 5}{9} \text{ Tagen}$$

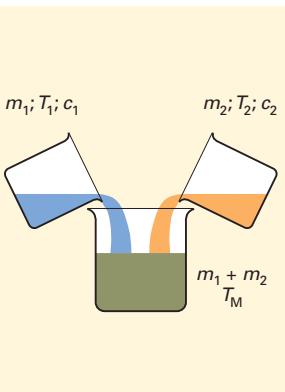
**2. Dreisatz:** 9 Maschinen fertigen 660 Werkstücke in  $\frac{24 \cdot 5}{9}$  Tagen

$$9 \text{ Maschinen fertigen } 1 \text{ Werkstück in } \frac{24 \cdot 5}{9 \cdot 660} \text{ Tagen}$$

$$9 \text{ Maschinen fertigen } 312 \text{ Werkstücke in } \frac{24 \cdot 5 \cdot 312}{9 \cdot 660}$$

$$= \mathbf{6,3 \text{ Tagen}}$$

## Mischungsrechnung



$m_1, m_2$  Teilmassen  
 $T_1, T_2$  Temperaturen der Teilmassen in K  
 $c_1, c_2$  spez. Wärmekapazitäten<sup>1)</sup> der Teilmassen  
 $T_M$  Temperatur der Mischung

**Temperatur der Mischung**

$$T_M = \frac{c_1 \cdot m_1 \cdot T_1 + c_2 \cdot m_2 \cdot T_2}{c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot m_2}$$

**Beispiel:**

Ein Stahlbehälter mit  $m_1 = 6 \text{ kg}$  und  $T_1 = 293 \text{ K}$  wird mit  $m_2 = 24 \text{ l}$  Wasser von  $T_2 = 318 \text{ K}$  vollständig gefüllt. Welche Temperatur  $T_M$  stellt sich ein?

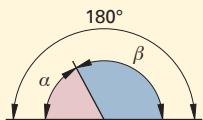
$$T_M = \frac{c_1 \cdot m_1 \cdot T_1 + c_2 \cdot m_2 \cdot T_2}{c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot m_2} =$$

$$= \frac{0,49 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 6 \text{ kg} \cdot 293 \text{ K} + 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 24 \text{ kg} \cdot 318 \text{ K}}{0,49 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 6 \text{ kg} + 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 24 \text{ kg}} = \mathbf{317,29 \text{ K}} \\ \hat{=} 44,1^\circ\text{C}$$

<sup>1)</sup> Spezifische Wärmekapazität Seite 160 und Seite 161

## Winkelarten

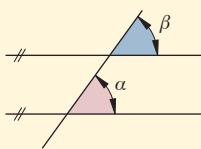
### Nebenwinkel



Nebenwinkel ergänzen sich zu  $180^\circ$ .

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

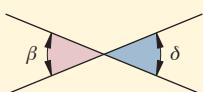
### Stufenwinkel



Stufenwinkel sind gleich groß.

$$\alpha = \beta$$

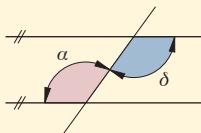
### Scheitelwinkel



Scheitelwinkel sind gleich groß.

$$\beta = \delta$$

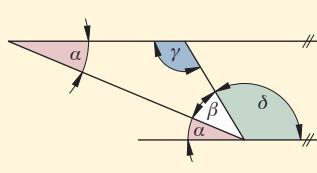
### Wechselwinkel



Wechselwinkel sind gleich groß.

$$\alpha = \delta$$

## Winkelsumme im Dreieck



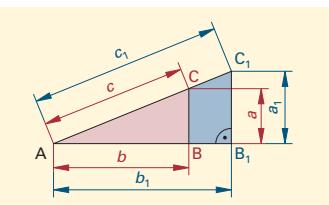
In jedem Dreieck ist die Summe der Innenwinkel gleich  $180^\circ$ .

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Im rechtwinkligen Dreieck ist  $\gamma = 90^\circ$ , die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  ergänzen sich zu  $90^\circ$ .

$$\alpha + \beta + \delta = 180^\circ$$

## Strahlensatz



Werden zwei von einem Punkt ausgehende Strahlen von zwei Parallel-  
len geschnitten, bilden die  
Abschnitte der Parallelten und die  
zugehörigen Strahlenabschnitte  
gleiche Verhältnisse.

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{b_1}{c_1}$$

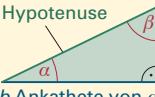
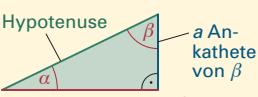
## Zehnerpotenzen

Ziffer	Zehnerpotenz	Schreibweise als Einheiten-Vorsatz	Schreibweise als Einheiten-Vorsatz		
			Ziffer	Zehnerpotenz	Einheiten-Vorsatz
1000 000	$10^6$	Mega (M)	1	$10^0$	-
100 000	$10^5$	-	0,1	$10^{-1}$	Deci (d)
10 000	$10^4$	-	0,01	$10^{-2}$	Centi (c)
1 000	$10^3$	Kilo (k)	0,001	$10^{-3}$	Milli (c)
100	$10^2$	Hekto (h)	0,0001	$10^{-4}$	-
10	$10^1$	Deka (da)	0,00001	$10^{-5}$	-
1	$10^0$	-	0,000001	$10^{-6}$	Mikro ( $\mu$ )

# 16 Winkel

## Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck

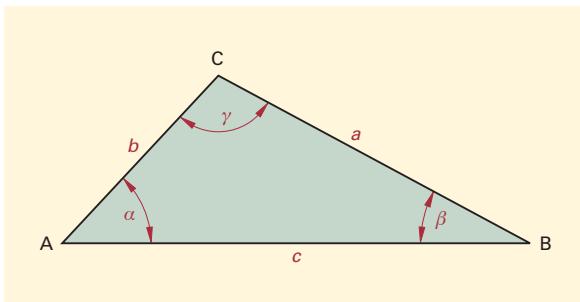
M

Bezeichnungen im rechtwinkligen Dreieck	Bezeichnungen der Seitenverhältnisse	Anwendung für $\alpha$	Anwendung für $\beta$
<p>für <math>\not\approx \alpha</math>:</p>  <p>für <math>\not\approx \beta</math>:</p> 	<b>Sinus</b> = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$	$\sin \alpha = \frac{a}{c}$	$\sin \beta = \frac{b}{c}$
	<b>Kosinus</b> = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$	$\cos \alpha = \frac{b}{c}$	$\cos \beta = \frac{a}{c}$
	<b>Tangens</b> = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$	$\tan \alpha = \frac{a}{b}$	$\tan \beta = \frac{b}{a}$
	<b>Kotangens</b> = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$	$\cot \alpha = \frac{b}{a}$	$\cot \beta = \frac{a}{b}$

## Funktionswerte für ausgewählte Winkel

	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
<b>sin</b>	0	$\frac{1}{2} = 0,5000$	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = 0,7071$	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = 0,8660$	1	0	-1	0
<b>cos</b>	1	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = 0,8660$	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = 0,7071$	$\frac{1}{2} = 0,5000$	0	-1	0	1
<b>tan</b>	0	$\frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} = 0,5774$	1	$\sqrt{3} = 1,7321$	$\infty$	0	$\infty$	0
<b>cot</b>	$\infty$	$\sqrt{3} = 1,7321$	1	$\frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} = 0,5774$	0	$\infty$	0	$\infty$

## Winkelfunktionen im schiefwinkligen Dreieck



### Sinussatz

$$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

### Kosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2 c \cdot a \cdot \cos \beta$$

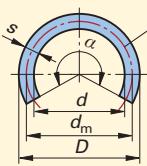
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

## Anwendungen des Sinus- und Kosinussatzes

Seitenberechnung	Winkelberechnung	Flächenberechnung
$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$	$\sin \alpha = \frac{a \cdot \sin \beta}{b} = \frac{a \cdot \sin \gamma}{c}$	$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$
$b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$	$\sin \beta = \frac{b \cdot \sin \alpha}{a} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{c}$	$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c}$
$c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$	$\sin \gamma = \frac{c \cdot \sin \alpha}{a} = \frac{c \cdot \sin \beta}{b}$	$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$

## Gestreckte Längen

### Kreisringausschnitt

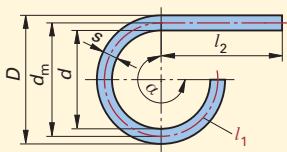


- D Außendurchmesser  
d Innendurchmesser  
 $d_m$  mittlerer Durchmesser  
s Dicke  
l gestreckte Länge  
 $l_1, l_2$  Teillänge  
L zusammengesetzte Länge  
Siehe auch Seite 293 ff.

### Gestreckte Länge beim Kreisring

$$l = \pi \cdot d_m$$

### Zusammengesetzte Länge



**Beispiel:** Zusammengesetzte Länge (Bild links)

$D = 360 \text{ mm}; s = 5 \text{ mm}; \alpha = 270^\circ;$

$l_2 = 70 \text{ mm}; d_m = ?; L = ?$

$$d_m = D - s = 360 \text{ mm} - 5 \text{ mm} = 355 \text{ mm}$$

$$L = l_1 + l_2 = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ} + l_2$$

$$= \frac{\pi \cdot 355 \text{ mm} \cdot 270^\circ}{360^\circ} + 70 \text{ mm} = 906,45 \text{ mm}$$

### Mittlerer Durchmesser

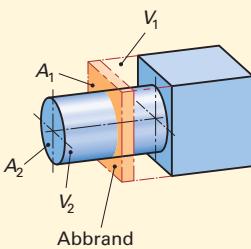
$$d_m = D - s$$

$$d_m = d + s$$

### Zusammengesetzte Längen

$$L = l_1 + l_2 + \dots$$

## Rohlängen von Schmiede- und Pressstücken



Beim Umformen ohne Abbrand ist das Volumen des Rohteiles gleich dem Volumen des Fertigteiles. Tritt Abbrand oder eine Gratbildung auf, so wird dies durch einen Zuschlag zum Volumen des Fertigteiles berücksichtigt.

$V_1$  Volumen des Rohteiles

$V_2$  Volumen des Fertigteiles

q Zuschlagsfaktor für Abbrand oder Gratverluste

$A_1$  Querschnittsfläche des Rohteiles

$A_2$  Querschnittsfläche des Fertigteiles

$l_1$  Ausgangslänge der Zugabe

$l_2$  Länge des angeschmiedeten Teiles

Siehe auch Seite 302.

### Volumen ohne Abbrand

$$V_1 = V_2$$

### Volumen mit Abbrand

$$V_1 = V_2 + q \cdot V_2$$

$$V_1 = V_2 \cdot (1 + q)$$

$$A_1 \cdot l_1 = A_2 \cdot l_2 \cdot (1 + q)$$

### Beispiel:

Wie groß muss die Ausgangslänge  $l_1$  der Schmiedezugabe sein, wenn an einem Flachstahl 50 mm x 30 mm ein zylindrischer Zapfen mit  $d = 24 \text{ mm}$  und  $l_2 = 60 \text{ mm}$  abgesetzt werden soll?

Der Verlust durch Abbrand beträgt 10%.

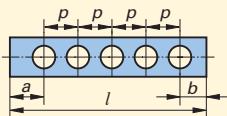
$$V_1 = V_2 \cdot (1 + q)$$

$$A_1 \cdot l_1 = A_2 \cdot l_2 \cdot (1 + q)$$

$$l_1 = \frac{A_2 \cdot l_2 \cdot (1 + q)}{A_1} = \frac{\pi \cdot (24 \text{ mm})^2 \cdot 60 \text{ mm} \cdot (1 + 0,1)}{4 \cdot 50 \text{ mm} \cdot 30 \text{ mm}} = 19,9 \text{ mm} \approx 20 \text{ mm}$$

## Teilung von Längen, Randabstände

### Randabstand $\neq$ Teilung



$l$  Gesamtlänge

$n$  Anzahl der Bohrungen, Sägeschnitte

$p$  Teilung

$a, b$  Randabstand

### Teilung

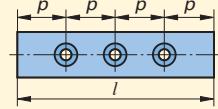
$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

**Beispiel:**  $l = 1950 \text{ mm}; a = 100 \text{ mm}; b = 50 \text{ mm}; n = 25 \text{ Bohrungen}; p = ?$

$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1} = \frac{1950 \text{ mm} - 150 \text{ mm}}{25 - 1} = 75 \text{ mm}$$

$$l = p(n - 1) + (a + b)$$

### Randabstand = Teilung



$l$  Gesamtlänge

$n$  Anzahl der Bohrungen, Sägeschnitte, ...

$p$  Teilung

$z$  Anzahl der Teile

### Teilung

$$p = \frac{l}{n + 1}$$

**Beispiel:**  $l = 2 \text{ m}; n = 24 \text{ Bohrungen}; p = ?$

$$p = \frac{l}{n + 1} = \frac{2000 \text{ mm}}{24 + 1} = 80 \text{ mm}$$

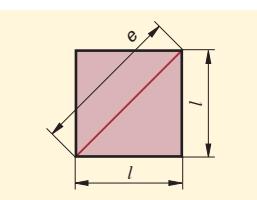
**Anzahl der Teile**

$$z = n + 1$$

# 18 Flächen

## Geradlinig begrenzte einfache Flächen

### Quadrat



$A$  Fläche       $e$  Eckenmaß  
 $l$  Seitenlänge

#### Beispiel:

$$l = 14 \text{ mm}; \quad A = ?; \quad e = ?$$

$$A = l^2 = (14 \text{ mm})^2 = 196 \text{ mm}^2$$

$$e = \sqrt{2} \cdot l = \sqrt{2} \cdot 14 \text{ mm} = 19,8 \text{ mm}$$

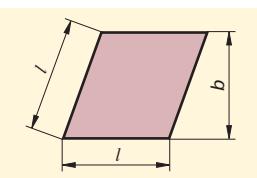
### Fläche

$$A = l^2$$

### Eckenmaß

$$e = \sqrt{2} \cdot l$$

### Raute (Rhombus)



$A$  Fläche       $b$  Breite  
 $l$  Seitenlänge

#### Beispiel:

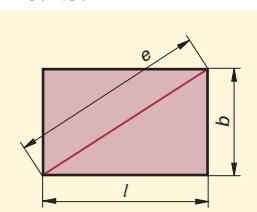
$$l = 9 \text{ mm}; \quad b = 8,5 \text{ mm}; \quad A = ?$$

$$A = l \cdot b = 9 \text{ mm} \cdot 8,5 \text{ mm} = 76,5 \text{ mm}^2$$

### Fläche

$$A = l \cdot b$$

### Rechteck



$A$  Fläche       $b$  Breite  
 $l$  Länge       $e$  Eckenmaß

#### Beispiel:

$$l = 12 \text{ mm}; \quad b = 11 \text{ mm}; \quad A = ?; \quad e = ?$$

$$A = l \cdot b = 12 \text{ mm} \cdot 11 \text{ mm} = 132 \text{ mm}^2$$

$$e = \sqrt{l^2 + b^2} = \sqrt{(12 \text{ mm})^2 + (11 \text{ mm})^2} = \sqrt{265} \text{ mm}^2 = 16,28 \text{ mm}$$

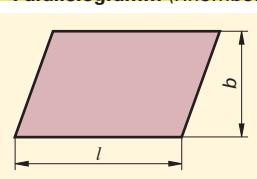
### Fläche

$$A = l \cdot b$$

### Eckenmaß

$$e = \sqrt{l^2 + b^2}$$

### Parallelogramm (Rhomboid)



$A$  Fläche       $b$  Breite  
 $l$  Länge

#### Beispiel:

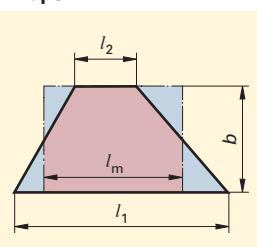
$$l = 36 \text{ mm}; \quad b = 15 \text{ mm}; \quad A = ?$$

$$A = l \cdot b = 36 \text{ mm} \cdot 15 \text{ mm} = 540 \text{ mm}^2$$

### Fläche

$$A = l \cdot b$$

### Trapez



$A$  Fläche       $l_m$  mittlere Länge  
 $l_1$  große Länge       $b$  Breite  
 $l_2$  kleine Länge

#### Beispiel:

$$l_1 = 23 \text{ mm}; \quad l_2 = 20 \text{ mm}; \quad b = 17 \text{ mm}; \quad A = ?$$

$$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b = \frac{23 \text{ mm} + 20 \text{ mm}}{2} \cdot 17 \text{ mm} = 365,5 \text{ mm}^2$$

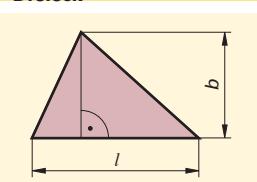
### Fläche

$$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$$

### Mittlere Länge

$$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$$

### Dreieck



$A$  Fläche       $b$  Breite  
 $l$  Seitenlänge

#### Beispiel:

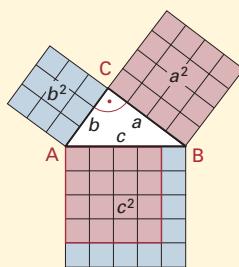
$$l_1 = 62 \text{ mm}; \quad b = 29 \text{ mm}; \quad A = ?$$

$$A = \frac{l \cdot b}{2} = \frac{62 \text{ mm} \cdot 29 \text{ mm}}{2} = 899 \text{ mm}^2$$

### Fläche

$$A = \frac{l \cdot b}{2}$$

## Lehrsatz des Pythagoras



Im **rechtwinkligen Dreieck** ist das Hypotenusequadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

a Kathete                    c Hypotenuse  
b Kathete

### 1. Beispiel:

$$c = 35 \text{ mm}; \quad a = 21 \text{ mm}; \quad b = ?$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(35 \text{ mm})^2 - (21 \text{ mm})^2} = 28 \text{ mm}$$

### 2. Beispiel:

$$a = 9 \text{ mm}; \quad b = 12 \text{ mm}; \quad c = ?$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(9 \text{ mm})^2 + (12 \text{ mm})^2} = 15 \text{ mm}$$

### Hypotenusequadrat

$$c^2 = a^2 + b^2$$

### Hypotenuse

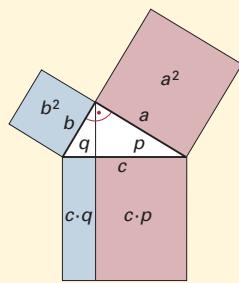
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

### Katheten

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

## Lehrsatz des Euklid (Kathetensatz)



Das Quadrat über einer Kathete ist flächengleich einem Rechteck aus der Hypotenuse und dem anliegenden Hypotenuseabschnitt.

a, b Kathete                    p, q Hypotenuseabschnitt  
c Hypotenuse

### Beispiel:

Ein Rechteck mit  $c = 6 \text{ cm}$  und  $p = 3 \text{ cm}$  soll in ein flächengleiches Quadrat verwandelt werden. Wie groß ist die Quadratseite  $a$ ?

$$a^2 = c \cdot p$$

$$a = \sqrt{c \cdot p} = \sqrt{6 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}} = 4,24 \text{ cm}$$

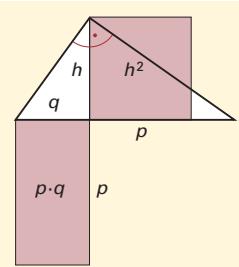
### Kathetenquadrat

$$b^2 = c \cdot q$$

### Kathetenquadrat

$$a^2 = c \cdot p$$

## Höhensatz



Das Quadrat über der Höhe  $h$  ist flächengleich dem Rechteck aus den Hypotenuseabschnitten  $p$  und  $q$ .

h Höhe                    p, q Hypotenuseabschnitt

### Beispiel:

Rechtwinkliges Dreieck

$$p = 6 \text{ cm}; \quad q = 2 \text{ cm}; \quad h = ?$$

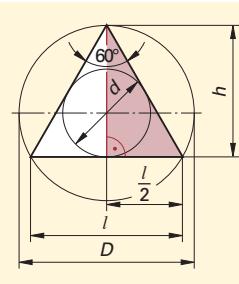
$$h^2 = p \cdot q$$

$$h = \sqrt{p \cdot q} = \sqrt{6 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}} = \sqrt{12 \text{ cm}^2} = 3,46 \text{ cm}$$

### Höhenquadrat

$$h^2 = p \cdot q$$

## Gleichseitiges Dreieck



A Fläche

h Höhe

d Inkreisdurchmesser

D Umkreisdurchmesser

l Seitenlänge

### Beispiel:

$$l = 42 \text{ cm}; \quad A = ?; \quad h = ?$$

$$A = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot l^2$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot (42 \text{ mm})^2 = 763,9 \text{ mm}^2$$

Umkreisdurchmesser

$$D = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot l = 2 \cdot d$$

Fläche

$$A = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot l^2$$

Inkreisdurchmesser

$$d = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot l = \frac{D}{2}$$

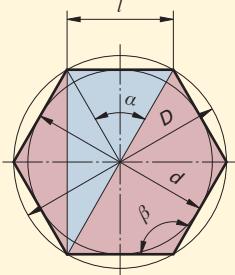
Dreieckshöhe

$$h = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot l$$

## 20 Flächen

### Regelmäßiges Vieleck

M



- A Fläche  
l Seitenlänge  
D Umkreisdurchmesser  
d Inkreisdurchmesser  
n Eckenzahl  
α Mittelpunktwinkel  
β Eckenwinkel

**Beispiel:**

Sechseck mit  $D = 80 \text{ mm}$   
 $l = ?; d = ?; A = ?$

$$l = D \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right) = 80 \text{ mm} \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{6}\right) = 40 \text{ mm}$$

$$d = \sqrt{D^2 - l^2} = \sqrt{6400 \text{ mm}^2 - 1600 \text{ mm}^2} = 69,282 \text{ mm}$$

$$A = \frac{n \cdot l \cdot d}{4} = \frac{6 \cdot 40 \text{ mm} \cdot 69,282 \text{ mm}}{4} = 4156,92 \text{ mm}^2$$

**Inkreisdurchmesser**

$$d = \sqrt{D^2 - l^2}$$

**Umkreisdurchmesser**

$$A = \frac{n \cdot l \cdot d}{4}$$

**Seitenlänge**

$$D = \sqrt{d^2 + l^2}$$

$$l = D \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

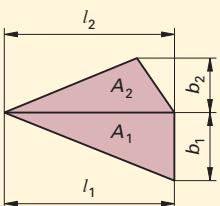
**Mittelpunktwinkel**

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n}$$

**Eckenwinkel**

$$\beta = 180^\circ - \alpha$$

### Unregelmäßiges Vieleck



- A Gesamtfläche       $l_1, l_2$  Länge  
A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub> Teilfläche       $b_1, b_2$  Breite

**Gesamtfläche**

$$A = A_1 + A_2 + \dots$$

**Beispiel:**

$l_1 = 80 \text{ mm}; l_2 = 80 \text{ mm}; b_1 = 40 \text{ mm};$

$b_2 = 30 \text{ mm}$

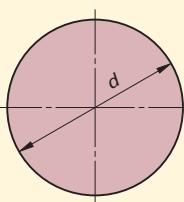
$A_1 = ?; A_2 = ?; A = ?$

$$A_1 = \frac{l_1 \cdot b_1}{2} = \frac{80 \text{ mm} \cdot 40 \text{ mm}}{2} = 1600 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = \frac{l_2 \cdot b_2}{2} = \frac{80 \text{ mm} \cdot 30 \text{ mm}}{2} = 1200 \text{ mm}^2$$

$$A = A_1 + A_2 = 1600 \text{ mm}^2 + 1200 \text{ mm}^2 = 2800 \text{ mm}^2$$

### Kreis



- A Fläche  
U Umfang  
d Durchmesser

**Fläche**

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

**Beispiel:**

$d = 60 \text{ mm}; A = ?; U = ?$

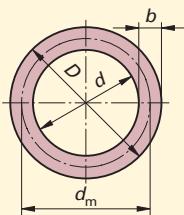
$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (60 \text{ mm})^2}{4} = 2827 \text{ mm}^2$$

$$U = \pi \cdot d = \pi \cdot 60 \text{ mm} = 188,5 \text{ mm}$$

**Umfang**

$$U = \pi \cdot d$$

### Kreisring



- A Fläche                  b Breite  
d<sub>m</sub> mittlerer Durchmesser  
D Außendurchmesser  
d Innendurchmesser

**Fläche**

$$A = \pi \cdot d_m \cdot b$$

**Beispiel:**  $D = 160 \text{ mm}; d = 125 \text{ mm}; A = ?$ 

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot (160^2 \text{ mm}^2 - 125^2 \text{ mm}^2) = 7834 \text{ mm}^2$$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$