



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Kraftfahrzeugtechnik

Tabellenbuch Fahrradtechnik

Bearbeitet von Gewerbelehrern, Ingenieuren und Sachverständigen

Lektorat: Dipl. Ing. Michael Gressmann, Borken (Hessen)

4. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL • Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 • 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 23315

| | | |
|-----------------|--------------------|-----------------|
| Autoren: | Gressmann, Michael | Borken (Hessen) |
| | Hertel, Dietmar | Erfurtstadt |
| | Herkendell, Franz | Bonn |
| | Brust, Ernst | Schweinfurt |
| | Muschweck, Oliver | Feucht |

Unter Mitwirkung der Arbeitskreise „Tabellenbuch Metall“, „Tabellenbuch für Metallbau-technik“ sowie „Tabellenbuch Kraftfahrzeugtechnik“

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat: Michael Gressmann

Bildbearbeitung: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar

Betreuung der Bildbearbeitung: Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Verlag und Autoren bedanken sich bei den Herren Jens Leiner, Wolfgang Küchler und Ralf Roletschek für Korrekturhinweise und Verbesserungsvorschläge.

4. Auflage 2016

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-2334-6

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2016 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagfotos: Scott Sports AG, 85748 Garching und Pinion GmbH, 73770 Denkendorf

Druck: M.P. Media-Print Informationstechnologie GmbH, 33100 Paderborn

Das **Tabellenbuch Fahrradtechnik** ergänzt und erweitert das Lehr- und Fachbuchangebot des Verlages im Bereich Fahrradtechnik. Es soll den Auszubildenden eine Hilfestellung bei Klassenarbeiten und in Zwischen- und Abschlussprüfungen sein.

Es dient als Nachschlagewerk für alle Sachgebiete rund um das Fahrrad:

- Mathematik und Physik
- Werkstoffe
- Gewinde
- Gangschaltung
- Bremse
- Elektrik und Licht
- Wartung und Pflege
- Formelsammlung
- Rahmen
- Lager
- Räder und Reifen
- Federung
- Vermessung und Ergonomie
- Werkzeuge

Weitere Schwerpunkte der Sammlung sind neben dem Kapitel „Werkstatt und Verkauf“ die aktuellen Normen und gesetzlichen Bestimmungen rund um das Verkehrsmittel „Fahrrad“.

Eine ausführliche Vokabelsammlung Englisch-Deutsch und Deutsch-Englisch mit allen Fachbegriffen der Fahrradtechnik und eine umfangreiche Sammlung von Fachbegriffen erleichtern die Lektüre von Prospekten, Werkstatthandbüchern und Bedienungsanleitungen.

Zielgruppen sind Fahrradmonteure, Zweiradmechatroniker der Fachrichtung Fahrradtechnik, Servicetechniker und Meister. Daneben liefert es in der täglichen Werkstattarbeit, in der Kundenberatung und im Verkauf nützliche Informationen. Auch Techniker und Produktmanager der Fahrrad- und Komponentenhersteller finden in dem Tabellenbuch wertvolle Hinweise.

In die vorliegende **4. Auflage** sind neue Produkte, Neuentwicklungen und aktuelle Prüf- und Sicherheitsbestimmungen (DIN EN ISO 4210: Sicherheitstechnische Anforderungen an Fahrräder) aufgenommen. Beispiele: Lastenräder, Fat-Bikes, Kettenlinien, Entfaltungstabellen, Einbaumaße, rechnerische Verfahren zur Bestimmung der Speichenlänge, Innen- und Steuerlager, Torschrauben, Reifengrößen u.v.a.m.

In die umfangreiche Formelsammlung sind alle relevanten Formeln und Kennlinien rund um die Motoren- und Akkutechnik, Lichttechnik aufgenommen und anhand von Schaubildern, Skizzen und Beispielen erläutert.

Der Verlag und die Autoren bedanken sich über Rückmeldungen und Verbesserungsvorschläge aus Industrie, Handwerk, Handel und Schule (Hinweise bitte an lektorat@europa-lehrmittel.de).

Wir bedanken uns beim Bundesinnungsverband für das Deutsche Zweiradmechaniker-Handwerk für die Hilfe zur Erstellung des Tabellenbuches.

Der Verlag und die Autoren bedanken sich bei den aufgeführten Firmen und Institutionen für die Bereitstellung von Bild- und Informationsmaterial.

| | | |
|---|--|--|
| ADFC Bremen | Go-One Beyss Leichtfahrzeuge Straelen | Sapim Wilrijk (Belgien) |
| AVK Industrievereinigung verstärkte Kunststoffe e.V. Frankfurt/Main | Grofa GmbH Bad Camberg | Schaeffler Technologies Herzogenaurach |
| BAM Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung Berlin | Hase Spezialräder GmbH Waltrop | Schmidt Maschinenbau (SON) Tübingen |
| Basta Deutschland Schwerte | HP Velotechnik Krifte | Schwalbe (R. Bohle) Reichshof |
| Bernds GmbH Überlingen | Humpert Wickede/Ruhr | Shimano (Paul Lange & Co.) Stuttgart |
| Bike-Components.de Aachen | Handwerkskammer Rhein-Main Frankfurt/M | Shock Service Center Rodalben |
| Bundesinnungsverband für das deutsche Zweiradmechaniker-Handwerk Bonn | Kalle Kalkhoff - Pedersen Oldenburg | Sigma Neustadt/Weinstraße |
| Busch & Müller Meinerzhagen | Magura Bad Urach | SRAM Schweinfurt |
| Cannondale Europe B.V. Allschwiel BL (Schweiz) | NC-17 Frechen | Stadt Bonn Amt für Abfallwirtschaft Bonn |
| Continental Korbach | OTOUPALÍK-Bikes Radball- und Kunsträder Kuřim (Tschechien) | Utopia Velo GmbH Saarbrücken |
| Croozer GmbH Köln | Paul Lange & Co. Stuttgart | Velodata Stolberg |
| EFBe Prüftechnik GmbH Waltrop | Puky GmbH & Co. KG Wülfrath | Velotech.de Schweinfurt |
| ExtraEnergy e.V. Tanna | Sqlab GmbH Strasslach | velotraum Weil der Stadt |
| Felt Bikes Edewecht | Rohloff AG Fulda | Verlag Delius Klasing Bielefeld |
| GfT Gesellschaft für Tribologie e.V. Aachen | Ruderer Klebetechnik GmbH Zorneding | Verlag Moby Dick Kiel |
| | R&G Faserverbundwerkstoffe GmbH Waldenbuch | Wulfhorst Gütersloh |

| | |
|--|-----|
| M Mathematik/Physik/Technik | |
| Zahlentabellen | 8 |
| Winkelfunktionen | 9 |
| Rechenregeln | 11 |
| Zeichen und Umrechnungen | 21 |
| Einheiten und Größen | 22 |
| Formelsammlung | 26 |
| T Technologie | |
| Werkstoffe | |
| Stoffwerte | 48 |
| Stahl- und Stahllegierungen | 50 |
| Stahlrohre | 65 |
| Stahlsorten im Fahrradbau | 66 |
| Wärmebehandlung | 67 |
| Schwermetalle | 72 |
| Aluminium | 73 |
| Aluminiumrohre | 75 |
| Titan | 76 |
| Magnesium, Beryllium, Scandium | 77 |
| Zugfestigkeit, E-Modul | 78 |
| Faserverbundwerkstoffe | 79 |
| Kunststoffe | 87 |
| Werkstoffprüfung | |
| Kunststoffe | 93 |
| Schleiffunkenbilder | 94 |
| Zugversuch | 95 |
| Härteprüfungen | 96 |
| Kerbschlagbiegeversuch | 99 |
| Scherversuch, Faltversuch | 99 |
| Dauerschwingversuch | 100 |
| Wöhlerkurve | 101 |
| Korrosion | |
| Korrosionsarten | 102 |
| Elektrochemische Spannungsreihe | 102 |
| Korrosionsschutz | 103 |
| Tribologie | |
| Tribologisches System | 104 |
| Reibung | 107 |
| Verschleiß | 110 |
| Festigkeitslehre | |
| Festigkeit und Steifigkeit | 115 |
| Zulässige Spannungen | 116 |
| Belastungen und Beanspruchungen | 117 |
| Flächenmomente | 118 |
| Gestaltfestigkeit | 120 |
| Kerbwirkung | 120 |
| Fertigungsverfahren | |
| Bohren | 122 |
| Reiben | 124 |
| Gewindebohren- und schneiden | 125 |
| Sägen, Feilen, Schleifen | 126 |
| Drehen | 127 |
| Biegen | 128 |
| Löten | 130 |
| Gassschmelzschweißen | 133 |
| Lichtbogenhandschweißen | 134 |
| Schutzgassschweißen | 136 |
| Nahtformen, Nahtarten | 139 |
| Kleben | 140 |
| Passungen und Toleranzen | |
| Grenzmaße | 144 |
| Passungssysteme | 145 |
| Allgemeintoleranzen | 145 |
| Einheitsbohrung, Einheitswelle | 146 |
| B Bauteile | |
| Lager | |
| Gleitlager, Gleitlagerbuchsen | 148 |
| Wälzlager | 150 |
| Rillenkugellager am Fahrrad | 152 |
| Lagerkugelgrößen, Fahrrad | 155 |
| Schrauben | |
| Schraubenarten | 156 |
| Torxschrauben | 157 |
| Festigkeitsklassen von Schrauben | 158 |

| | | | |
|--|-----|---|-----|
| Mindesteinschraubtiefen | 158 | Bodenfreiheit, Fußfreiheit | 230 |
| Sechskantschrauben | 159 | Rahmen | 231 |
| Zylinderschrauben | 160 | Rahmengeometrie (Auswahl) | 234 |
| Senkschrauben | 161 | Lenker | 237 |
| Blechschrauben | 162 | Lenkparameter | 240 |
| Muttern | | Gabel | 241 |
| Mutterarten | 164 | Steuersatz | 242 |
| Festigkeitsklassen von Muttern | 165 | Naben, Einbaumaß | 246 |
| Sechskantmuttern, Splinte | 166 | Nabenarten | 247 |
| Schraubensicherungen | 167 | Tretlager, Innenlager | 248 |
| Scheiben | 170 | Federung | 252 |
| Stifte, Bolzen | 171 | Getriebe | 257 |
| Keile | 174 | Planetengetriebe | 259 |
| Dichtringe | 174 | Kettenblatt | 260 |
| Blindniete | 176 | Fahrradketten | 262 |
| Druckfedern | 177 | Kettenlinie | 265 |
| Gasfeder | 178 | Ritzel | 268 |
| Gewinde | | Q-Faktor | 269 |
| Gewindeeinsätze | 179 | Übersetzungen, Ketten schaltungen | 270 |
| Schraubendreher | 180 | Entfaltung, Nabenschaltungen | 273 |
| Schlüsselweite | 181 | Kettenwerfer, Umwerfer | 284 |
| Reibungszahlen für Gewinde | 182 | Schaltwerk | 285 |
| Anziehmomente, Gewinde | 183 | Bremse | 286 |
| Anziehmomente von Stahlschrauben | 185 | Hydraulische Bremse | 290 |
| Gewinde im Fahrradbau | 186 | Scheibenbremse | 292 |
| Fahrradgewinde DIN 79012 | 188 | Reifen | 294 |
| Britische Gewinde | 189 | Rollwiderstand | 300 |
| Metrische ISO-Gewinde | 191 | Fahrradventile | 303 |
| Rohrgewinde | 192 | Felgen | 304 |
| Anziehmomente, Fahrrad | 193 | Felgenband | 309 |
| F Fahrradkomponenten | | Speichen | 310 |
| Fahrradbauarten | 197 | Elektrik, Schaltzeichen | 316 |
| Lastenräder | 204 | Stromwirkungen | 318 |
| Elektrofahrräder | 205 | Dynamobauarten | 319 |
| Akkumulatoren | 209 | Reflektoren | 323 |
| Fachbegriffe Elektrofahrrad | 210 | Rücklichter | 324 |
| Fachbegriffe Fahrrad | 216 | Scheinwerfer | 325 |
| Messblatt Fahrrad | 228 | Glühlampen | 326 |
| | | Lichttechnische Vorschriften | 328 |

| | |
|------------------------------------|---|
| V Vermessung, Ergonomie | Checkliste Fahrradinspektion Werkstattkontrollbogen Reparaturauftrag Arbeitswerte Fahrrad Arbeitswerte Elektrofahrrad Fahrradmuseen Zuschlagskalkulation Berufsverbände, Schulen |
| N Normen, Gesetze, Vokabeln | Verkehrszeichen Allgemeine Vorschriften für Radfahrer Bußgeldkatalog für Radfahrer Radfahren mit Kindern Benutzerinformation Führerscheinrecht Unfallerfassung Fahrrad Unfallursachen, Technische Fehler Fahrradrelevante Normen Normen Akkutechnik Publikationen Reglement der UCI Übersetzungsbeschränkungen im Radrennsport Lernfelder Zweiradmechatroniker Fachterminologie Englisch-Deutsch Fachterminologie Deutsch-Englisch Fachbegriffe Fahrrad in 6 Sprachen |
| R Reinigung und Pflege | Reinigungs- und Konservierungsmittel Schmierstoffe Schmierfette Pasten, Sprays |
| W Werkstatt und Verkauf | Kennzeichnung von Gasflaschen Sicherheitskennzeichen Hautschutz Abfallbeseitigung Werkzeugsatz Checkliste Fahrraddurchsicht |
| | Sachwortverzeichnis 443 |

| Quadratwurzel, Kreisfläche | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|------------|-------------------------------|-----|------------|-------------------------------|-----|------------|-------------------------------|-----|------------|-------------------------------|
| d | \sqrt{d} | $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | d | \sqrt{d} | $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | d | \sqrt{d} | $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ | d | \sqrt{d} | $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ |
| 1 | 1,0000 | 0,7854 | 51 | 7,1414 | 2042,82 | 101 | 10,0499 | 8011,85 | 151 | 12,2882 | 17907,9 |
| 2 | 1,4142 | 3,1416 | 52 | 7,2111 | 2123,72 | 102 | 10,0995 | 8171,28 | 152 | 12,3288 | 18145,8 |
| 3 | 1,7321 | 7,0686 | 53 | 7,2801 | 2206,18 | 103 | 10,1489 | 8332,29 | 153 | 12,3693 | 18385,4 |
| 4 | 2,0000 | 12,5664 | 54 | 7,3485 | 2290,22 | 104 | 10,1980 | 8494,87 | 154 | 12,4097 | 18626,5 |
| 5 | 2,2361 | 19,6350 | 55 | 7,4162 | 2375,83 | 105 | 10,2470 | 8659,01 | 155 | 12,4499 | 18869,2 |
| 6 | 2,4495 | 28,2743 | 56 | 7,4833 | 2463,01 | 106 | 10,2956 | 8824,73 | 156 | 12,4900 | 19113,4 |
| 7 | 2,6458 | 38,4845 | 57 | 7,5498 | 2551,76 | 107 | 10,3441 | 8992,02 | 157 | 12,5300 | 19359,3 |
| 8 | 2,8284 | 50,2655 | 58 | 7,6158 | 2642,08 | 108 | 10,3923 | 9160,88 | 158 | 12,5698 | 19606,7 |
| 9 | 3,0000 | 63,6173 | 59 | 7,6811 | 2733,97 | 109 | 10,4403 | 9331,32 | 159 | 12,6095 | 19855,7 |
| 10 | 3,1623 | 78,5398 | 60 | 7,7460 | 2827,43 | 110 | 10,4881 | 9503,32 | 160 | 12,6491 | 20106,2 |
| 11 | 3,3166 | 95,0332 | 61 | 7,8102 | 2922,47 | 111 | 10,5357 | 9676,89 | 161 | 12,6886 | 20358,3 |
| 12 | 3,4641 | 113,097 | 62 | 7,8740 | 3019,07 | 112 | 10,5830 | 9852,03 | 162 | 12,7279 | 20612,0 |
| 13 | 3,6056 | 132,732 | 63 | 7,9373 | 3117,25 | 113 | 10,6301 | 10028,7 | 163 | 12,7671 | 20867,2 |
| 14 | 3,7417 | 153,938 | 64 | 8,0000 | 3216,99 | 114 | 10,6771 | 10207,0 | 164 | 12,8062 | 21124,1 |
| 15 | 3,8730 | 176,715 | 65 | 8,0623 | 3318,31 | 115 | 10,7238 | 10386,9 | 165 | 12,8452 | 21382,5 |
| 16 | 4,0000 | 201,062 | 66 | 8,1240 | 3421,19 | 116 | 10,7703 | 10568,3 | 166 | 12,8841 | 21642,4 |
| 17 | 4,1231 | 226,980 | 67 | 8,1854 | 3525,65 | 117 | 10,8167 | 10751,3 | 167 | 12,9228 | 21904,0 |
| 18 | 4,2426 | 254,469 | 68 | 8,2462 | 3631,68 | 118 | 10,8628 | 10935,9 | 168 | 12,9615 | 22167,1 |
| 19 | 4,3589 | 283,529 | 69 | 8,3066 | 3739,28 | 119 | 10,9087 | 11122,0 | 169 | 13,0000 | 22431,8 |
| 20 | 4,4721 | 314,159 | 70 | 8,3666 | 3848,45 | 120 | 10,9545 | 11309,7 | 170 | 13,0384 | 22698,0 |
| 21 | 4,5826 | 346,361 | 71 | 8,4261 | 3959,19 | 121 | 11,0000 | 11499,0 | 171 | 13,0767 | 22965,8 |
| 22 | 4,6904 | 380,133 | 72 | 8,4853 | 4071,50 | 122 | 11,0454 | 11689,9 | 172 | 13,1149 | 23235,2 |
| 23 | 4,7958 | 415,476 | 73 | 8,5440 | 4185,39 | 123 | 11,0905 | 11882,3 | 173 | 13,1529 | 23506,2 |
| 24 | 4,8990 | 452,389 | 74 | 8,6023 | 4300,84 | 124 | 11,1355 | 12076,3 | 174 | 13,1909 | 23778,7 |
| 25 | 5,0000 | 490,874 | 75 | 8,6603 | 4417,86 | 125 | 11,1803 | 12271,8 | 175 | 13,2288 | 24052,8 |
| 26 | 5,0990 | 530,929 | 76 | 8,7178 | 4536,46 | 126 | 11,2250 | 12469,0 | 176 | 13,2665 | 24328,5 |
| 27 | 5,1962 | 572,555 | 77 | 8,7750 | 4656,63 | 127 | 11,2694 | 12667,7 | 177 | 13,3041 | 24605,7 |
| 28 | 5,2915 | 615,752 | 78 | 8,8318 | 4778,36 | 128 | 11,3137 | 12868,0 | 178 | 13,3417 | 24884,6 |
| 29 | 5,3852 | 660,520 | 79 | 8,8882 | 4901,67 | 129 | 11,3578 | 13069,8 | 179 | 13,3791 | 25164,9 |
| 30 | 5,4772 | 706,858 | 80 | 8,9443 | 5026,55 | 130 | 11,4018 | 13273,2 | 180 | 13,4164 | 25446,9 |
| 31 | 5,5678 | 754,768 | 81 | 9,0000 | 5153,00 | 131 | 11,4455 | 13478,2 | 181 | 13,4536 | 25730,4 |
| 32 | 5,6569 | 804,248 | 82 | 9,0554 | 5281,02 | 132 | 11,4891 | 13684,8 | 182 | 13,4907 | 26015,5 |
| 33 | 5,7446 | 855,299 | 83 | 9,1104 | 5410,61 | 133 | 11,5326 | 13892,9 | 183 | 13,5277 | 26302,2 |
| 34 | 5,8310 | 907,920 | 84 | 9,1652 | 5541,77 | 134 | 11,5758 | 14102,6 | 184 | 13,5647 | 26590,4 |
| 35 | 5,9161 | 962,113 | 85 | 9,2195 | 5674,50 | 135 | 11,6190 | 14313,9 | 185 | 13,6015 | 26880,3 |
| 36 | 6,0000 | 1017,88 | 86 | 9,2736 | 5808,80 | 136 | 11,6619 | 14526,7 | 186 | 13,6382 | 27171,6 |
| 37 | 6,0828 | 1075,21 | 87 | 9,3274 | 5944,68 | 137 | 11,7047 | 14741,1 | 187 | 13,6748 | 27464,6 |
| 38 | 6,1644 | 1134,11 | 88 | 9,3808 | 6082,12 | 138 | 11,7473 | 14957,1 | 188 | 13,7113 | 27759,1 |
| 39 | 6,2450 | 1194,59 | 89 | 9,4340 | 6221,14 | 139 | 11,7898 | 15174,7 | 189 | 13,7477 | 28055,2 |
| 40 | 6,3246 | 1256,64 | 90 | 9,4868 | 6361,73 | 140 | 11,8322 | 15393,8 | 190 | 13,7840 | 28352,9 |
| 41 | 6,4031 | 1320,25 | 91 | 9,5394 | 6503,88 | 141 | 11,8743 | 15614,5 | 191 | 13,8203 | 28652,1 |
| 42 | 6,4807 | 1385,44 | 92 | 9,5917 | 6647,61 | 142 | 11,9164 | 15836,8 | 192 | 13,8564 | 28952,9 |
| 43 | 6,5574 | 1452,20 | 93 | 9,6437 | 6792,91 | 143 | 11,9583 | 16060,6 | 193 | 13,8924 | 29255,3 |
| 44 | 6,6332 | 1520,53 | 94 | 9,6954 | 6939,78 | 144 | 12,0000 | 16286,0 | 194 | 13,9284 | 29559,2 |
| 45 | 6,7082 | 1590,43 | 95 | 9,7468 | 7088,22 | 145 | 12,0416 | 16513,0 | 195 | 13,9642 | 29864,8 |
| 46 | 6,7823 | 1661,90 | 96 | 9,7980 | 7238,23 | 146 | 12,0830 | 16741,5 | 196 | 14,0000 | 30171,9 |
| 47 | 6,8557 | 1734,94 | 97 | 9,8489 | 7389,81 | 147 | 12,1244 | 16971,7 | 197 | 14,0357 | 30480,5 |
| 48 | 6,9282 | 1809,56 | 98 | 9,8995 | 7542,96 | 148 | 12,1655 | 17203,4 | 198 | 14,0712 | 30790,7 |
| 49 | 7,0000 | 1885,74 | 99 | 9,9499 | 7697,69 | 149 | 12,2066 | 17436,6 | 199 | 14,1067 | 31102,6 |
| 50 | 7,0711 | 1963,50 | 100 | 10,0000 | 7853,98 | 150 | 12,2474 | 17671,5 | 200 | 14,1421 | 31415,9 |

Die für \sqrt{d} und A angegebenen Werte sind gerundet.

Winkelfunktionen Sinus und Cosinus

| Grad ↓ | Sinus 0° ... 45° | | | | | | | Grad ↓ | Sinus 45° ... 90° | | | | | | | Grad ↑ | |
|-----------|------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-----------|-------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-----------|----|
| | 0' | 10' | 20' | 30' | 40' | 50' | 60' | | 0' | 10' | 20' | 30' | 40' | 50' | 60' | | |
| 0 | 0,0000 | 0,0029 | 0,0058 | 0,0087 | 0,0116 | 0,0145 | 0,0175 | 89 | 45 | 0,7071 | 0,7092 | 0,7112 | 0,7133 | 0,7153 | 0,7173 | 0,7193 | 44 |
| 1 | 0,0175 | 0,0204 | 0,0233 | 0,0262 | 0,0291 | 0,0320 | 0,0349 | 88 | 46 | 0,7193 | 0,7214 | 0,7234 | 0,7254 | 0,7274 | 0,7294 | 0,7314 | 43 |
| 2 | 0,0349 | 0,0378 | 0,0407 | 0,0436 | 0,0465 | 0,0494 | 0,0523 | 87 | 47 | 0,7314 | 0,7333 | 0,7353 | 0,7373 | 0,7392 | 0,7412 | 0,7431 | 42 |
| 3 | 0,0523 | 0,0552 | 0,0581 | 0,0610 | 0,0640 | 0,0669 | 0,0698 | 86 | 48 | 0,7431 | 0,7451 | 0,7470 | 0,7490 | 0,7509 | 0,7528 | 0,7547 | 41 |
| 4 | 0,0698 | 0,0727 | 0,0756 | 0,0785 | 0,0814 | 0,0843 | 0,0872 | 85 | 49 | 0,7547 | 0,7566 | 0,7585 | 0,7604 | 0,7623 | 0,7642 | 0,7660 | 40 |
| 5 | 0,0872 | 0,0901 | 0,0929 | 0,0958 | 0,0987 | 0,1016 | 0,1045 | 84 | 50 | 0,7660 | 0,7679 | 0,7698 | 0,7716 | 0,7735 | 0,7753 | 0,7771 | 39 |
| 6 | 0,1045 | 0,1074 | 0,1103 | 0,1132 | 0,1161 | 0,1190 | 0,1219 | 83 | 51 | 0,7771 | 0,7790 | 0,7808 | 0,7826 | 0,7844 | 0,7862 | 0,7880 | 38 |
| 7 | 0,1219 | 0,1248 | 0,1276 | 0,1305 | 0,1334 | 0,1363 | 0,1392 | 82 | 52 | 0,7880 | 0,7898 | 0,7916 | 0,7934 | 0,7951 | 0,7969 | 0,7986 | 37 |
| 8 | 0,1392 | 0,1421 | 0,1449 | 0,1478 | 0,1507 | 0,1536 | 0,1564 | 81 | 53 | 0,7986 | 0,8004 | 0,8021 | 0,8039 | 0,8056 | 0,8073 | 0,8090 | 36 |
| 9 | 0,1564 | 0,1593 | 0,1622 | 0,1650 | 0,1679 | 0,1708 | 0,1736 | 80 | 54 | 0,8090 | 0,8107 | 0,8124 | 0,8141 | 0,8158 | 0,8175 | 0,8192 | 35 |
| 10 | 0,1736 | 0,1765 | 0,1794 | 0,1822 | 0,1851 | 0,1880 | 0,1908 | 79 | 55 | 0,8192 | 0,8208 | 0,8225 | 0,8241 | 0,8258 | 0,8274 | 0,8290 | 34 |
| 11 | 0,1908 | 0,1937 | 0,1965 | 0,1994 | 0,2022 | 0,2051 | 0,2079 | 78 | 56 | 0,8290 | 0,8307 | 0,8323 | 0,8339 | 0,8355 | 0,8371 | 0,8387 | 33 |
| 12 | 0,2079 | 0,2108 | 0,2136 | 0,2164 | 0,2193 | 0,2221 | 0,2250 | 77 | 57 | 0,8387 | 0,8403 | 0,8418 | 0,8434 | 0,8450 | 0,8465 | 0,8480 | 32 |
| 13 | 0,2250 | 0,2278 | 0,2306 | 0,2334 | 0,2363 | 0,2391 | 0,2419 | 76 | 58 | 0,8480 | 0,8496 | 0,8511 | 0,8526 | 0,8542 | 0,8557 | 0,8572 | 31 |
| 14 | 0,2419 | 0,2447 | 0,2476 | 0,2504 | 0,2532 | 0,2560 | 0,2588 | 75 | 59 | 0,8572 | 0,8587 | 0,8601 | 0,8616 | 0,8631 | 0,8646 | 0,8660 | 30 |
| 15 | 0,2588 | 0,2616 | 0,2644 | 0,2672 | 0,2700 | 0,2728 | 0,2756 | 74 | 60 | 0,8660 | 0,8675 | 0,8689 | 0,8704 | 0,8718 | 0,8732 | 0,8746 | 29 |
| 16 | 0,2756 | 0,2784 | 0,2812 | 0,2840 | 0,2868 | 0,2896 | 0,2924 | 73 | 61 | 0,8746 | 0,8760 | 0,8774 | 0,8788 | 0,8802 | 0,8816 | 0,8829 | 28 |
| 17 | 0,2924 | 0,2952 | 0,2979 | 0,3007 | 0,3035 | 0,3062 | 0,3090 | 72 | 62 | 0,8829 | 0,8843 | 0,8857 | 0,8870 | 0,8884 | 0,8897 | 0,8910 | 27 |
| 18 | 0,3090 | 0,3118 | 0,3145 | 0,3173 | 0,3201 | 0,3228 | 0,3256 | 71 | 63 | 0,8910 | 0,8923 | 0,8936 | 0,8949 | 0,8962 | 0,8975 | 0,8988 | 26 |
| 19 | 0,3256 | 0,3283 | 0,3311 | 0,3338 | 0,3365 | 0,3393 | 0,3420 | 70 | 64 | 0,8988 | 0,9001 | 0,9013 | 0,9026 | 0,9038 | 0,9051 | 0,9063 | 25 |
| 20 | 0,3420 | 0,3448 | 0,3475 | 0,3502 | 0,3529 | 0,3557 | 0,3584 | 69 | 65 | 0,9063 | 0,9075 | 0,9088 | 0,9100 | 0,9112 | 0,9124 | 0,9135 | 24 |
| 21 | 0,3584 | 0,3611 | 0,3638 | 0,3665 | 0,3692 | 0,3719 | 0,3746 | 68 | 66 | 0,9135 | 0,9147 | 0,9159 | 0,9171 | 0,9182 | 0,9194 | 0,9205 | 23 |
| 22 | 0,3746 | 0,3773 | 0,3800 | 0,3827 | 0,3854 | 0,3881 | 0,3907 | 67 | 67 | 0,9205 | 0,9216 | 0,9228 | 0,9239 | 0,9250 | 0,9261 | 0,9272 | 22 |
| 23 | 0,3907 | 0,3934 | 0,3961 | 0,3987 | 0,4014 | 0,4041 | 0,4067 | 66 | 68 | 0,9272 | 0,9283 | 0,9293 | 0,9304 | 0,9315 | 0,9325 | 0,9336 | 21 |
| 24 | 0,4067 | 0,4094 | 0,4120 | 0,4147 | 0,4173 | 0,4200 | 0,4226 | 65 | 69 | 0,9336 | 0,9346 | 0,9356 | 0,9367 | 0,9377 | 0,9387 | 0,9397 | 20 |
| 25 | 0,4226 | 0,4253 | 0,4279 | 0,4305 | 0,4331 | 0,4358 | 0,4384 | 64 | 70 | 0,9397 | 0,9407 | 0,9417 | 0,9426 | 0,9436 | 0,9446 | 0,9455 | 19 |
| 26 | 0,4384 | 0,4410 | 0,4436 | 0,4462 | 0,4488 | 0,4514 | 0,4540 | 63 | 71 | 0,9455 | 0,9465 | 0,9474 | 0,9483 | 0,9492 | 0,9502 | 0,9511 | 18 |
| 27 | 0,4540 | 0,4566 | 0,4592 | 0,4617 | 0,4843 | 0,4669 | 0,4695 | 62 | 72 | 0,9511 | 0,9520 | 0,9528 | 0,9537 | 0,9546 | 0,9555 | 0,9563 | 17 |
| 28 | 0,4695 | 0,4720 | 0,4746 | 0,4772 | 0,4797 | 0,4823 | 0,4848 | 61 | 73 | 0,9563 | 0,9572 | 0,9580 | 0,9588 | 0,9596 | 0,9605 | 0,9613 | 16 |
| 29 | 0,4848 | 0,4874 | 0,4899 | 0,4924 | 0,4950 | 0,4975 | 0,5000 | 60 | 74 | 0,9613 | 0,9621 | 0,9628 | 0,9636 | 0,9644 | 0,9652 | 0,9659 | 15 |
| 30 | 0,5000 | 0,5025 | 0,5050 | 0,5075 | 0,5100 | 0,5125 | 0,5150 | 59 | 75 | 0,9659 | 0,9667 | 0,9674 | 0,9681 | 0,9689 | 0,9696 | 0,9703 | 14 |
| 31 | 0,5150 | 0,5175 | 0,5200 | 0,5225 | 0,5250 | 0,5275 | 0,5299 | 58 | 76 | 0,9703 | 0,9710 | 0,9717 | 0,9724 | 0,9730 | 0,9737 | 0,9744 | 13 |
| 32 | 0,5299 | 0,5324 | 0,5348 | 0,5373 | 0,5398 | 0,5422 | 0,5446 | 57 | 77 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9757 | 0,9763 | 0,9769 | 0,9775 | 0,9781 | 12 |
| 33 | 0,5446 | 0,5471 | 0,5495 | 0,5519 | 0,5544 | 0,5568 | 0,5592 | 56 | 78 | 0,9781 | 0,9787 | 0,9793 | 0,9799 | 0,9805 | 0,9811 | 0,9816 | 11 |
| 34 | 0,5592 | 0,5616 | 0,5640 | 0,5664 | 0,5688 | 0,5712 | 0,5736 | 55 | 79 | 0,9816 | 0,9822 | 0,9827 | 0,9833 | 0,9838 | 0,9843 | 0,9848 | 10 |
| 35 | 0,5736 | 0,5760 | 0,5783 | 0,5807 | 0,5831 | 0,5854 | 0,5878 | 54 | 80 | 0,9848 | 0,9853 | 0,9858 | 0,9863 | 0,9868 | 0,9872 | 0,9877 | 9 |
| 36 | 0,5878 | 0,5901 | 0,5925 | 0,5948 | 0,5972 | 0,5995 | 0,6018 | 53 | 81 | 0,9877 | 0,9881 | 0,9886 | 0,9890 | 0,9894 | 0,9899 | 0,9903 | 8 |
| 37 | 0,6018 | 0,6041 | 0,6065 | 0,6088 | 0,6111 | 0,6134 | 0,6157 | 52 | 82 | 0,9903 | 0,9907 | 0,9911 | 0,9914 | 0,9918 | 0,9922 | 0,9925 | 7 |
| 38 | 0,6157 | 0,6180 | 0,6202 | 0,6225 | 0,6248 | 0,6271 | 0,6293 | 51 | 83 | 0,9925 | 0,9929 | 0,9932 | 0,9936 | 0,9939 | 0,9942 | 0,9945 | 6 |
| 39 | 0,6293 | 0,6316 | 0,6338 | 0,6361 | 0,6383 | 0,6406 | 0,6428 | 50 | 84 | 0,9945 | 0,9948 | 0,9951 | 0,9954 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9962 | 5 |
| 40 | 0,6428 | 0,6450 | 0,6472 | 0,6494 | 0,6517 | 0,6539 | 0,6561 | 49 | 85 | 0,9962 | 0,9964 | 0,9967 | 0,9969 | 0,9971 | 0,9974 | 0,9976 | 4 |
| 41 | 0,6561 | 0,6583 | 0,6604 | 0,6626 | 0,6848 | 0,6670 | 0,6691 | 48 | 86 | 0,9976 | 0,9978 | 0,9980 | 0,9981 | 0,9983 | 0,9985 | 0,9986 | 3 |
| 42 | 0,6691 | 0,6713 | 0,6734 | 0,6756 | 0,6777 | 0,6799 | 0,6820 | 47 | 87 | 0,9986 | 0,9988 | 0,9989 | 0,9990 | 0,9992 | 0,9993 | 0,9994 | 2 |
| 43 | 0,6820 | 0,6841 | 0,6862 | 0,6884 | 0,6905 | 0,6926 | 0,6947 | 46 | 88 | 0,9994 | 0,9995 | 0,9996 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9998 | 0,99985 | 1 |
| 44 | 0,6947 | 0,6967 | 0,6988 | 0,7009 | 0,7030 | 0,7050 | 0,7071 | 45 | 89 | 0,99985 | 0,99989 | 0,99993 | 0,99996 | 0,99998 | 0,99999 | 1,0000 | 0 |

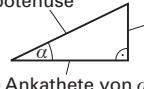
| Winkelfunktionen Tangens und Cotangens | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|---------------------|---------|---------|---------|----------|----------|----------|---------|----|
| Grad | Tangens 0° ... 45° | | | | | | | Grad | Tangens 45° ... 90° | | | | | | | | |
| | 0' | 10' | 20' | 30' | 40' | 50' | 60' | | 0' | 10' | 20' | 30' | 40' | 50' | 60' | | |
| 0 | 0,0000 | 0,0029 | 0,0058 | 0,0087 | 0,0116 | 0,0145 | 0,0175 | 89 | 45 | 1,0000 | 1,0058 | 1,0117 | 1,0176 | 1,0235 | 1,0295 | 1,0355 | 44 |
| 1 | 0,0175 | 0,0204 | 0,0233 | 0,0262 | 0,0291 | 0,0320 | 0,0349 | 88 | 46 | 1,0355 | 1,0416 | 1,0477 | 1,0538 | 1,0599 | 1,0661 | 1,0724 | 43 |
| 2 | 0,0349 | 0,0378 | 0,0407 | 0,0437 | 0,0466 | 0,0495 | 0,0524 | 87 | 47 | 1,0724 | 1,0786 | 1,0850 | 1,0913 | 1,0977 | 1,1041 | 1,1106 | 42 |
| 3 | 0,0524 | 0,0553 | 0,0582 | 0,0612 | 0,0641 | 0,0670 | 0,0699 | 86 | 48 | 1,1106 | 1,1171 | 1,1237 | 1,1303 | 1,1369 | 1,1436 | 1,1504 | 41 |
| 4 | 0,0699 | 0,0729 | 0,0758 | 0,0787 | 0,0816 | 0,0846 | 0,0875 | 85 | 49 | 1,1504 | 1,1571 | 1,1640 | 1,1708 | 1,1778 | 1,1847 | 1,1918 | 40 |
| 5 | 0,0875 | 0,0904 | 0,0934 | 0,0963 | 0,0992 | 0,1022 | 0,1051 | 84 | 50 | 1,1918 | 1,1988 | 1,2059 | 1,2131 | 1,2203 | 1,2276 | 1,2349 | 39 |
| 6 | 0,1051 | 0,1080 | 0,1110 | 0,1139 | 0,1169 | 0,1198 | 0,1228 | 83 | 51 | 1,2349 | 1,2423 | 1,2497 | 1,2572 | 1,2647 | 1,2723 | 1,2799 | 38 |
| 7 | 0,1228 | 0,1257 | 0,1287 | 0,1317 | 0,1346 | 0,1376 | 0,1405 | 82 | 52 | 1,2799 | 1,2876 | 1,2954 | 1,3032 | 1,3111 | 1,3190 | 1,3270 | 37 |
| 8 | 0,1405 | 0,1435 | 0,1465 | 0,1495 | 0,1524 | 0,1554 | 0,1584 | 81 | 53 | 1,3270 | 1,3351 | 1,3432 | 1,3154 | 1,3597 | 1,3680 | 1,3764 | 36 |
| 9 | 0,1584 | 0,1614 | 0,1644 | 0,1673 | 0,1703 | 0,1733 | 0,1763 | 80 | 54 | 1,3764 | 1,3848 | 1,3934 | 1,4019 | 1,4106 | 1,4193 | 1,4281 | 35 |
| 10 | 0,1763 | 0,1793 | 0,1823 | 0,1853 | 0,1883 | 0,1914 | 0,1944 | 79 | 55 | 1,4281 | 1,4370 | 1,4460 | 1,4550 | 1,4641 | 1,4733 | 1,4826 | 34 |
| 11 | 0,1944 | 0,1974 | 0,2004 | 0,2035 | 0,2065 | 0,2095 | 0,2126 | 78 | 56 | 1,4826 | 1,4919 | 1,5013 | 1,5108 | 1,5204 | 1,5301 | 1,5399 | 33 |
| 12 | 0,2126 | 0,2156 | 0,2186 | 0,2217 | 0,2247 | 0,2278 | 0,2309 | 77 | 57 | 1,5399 | 1,5497 | 1,5597 | 1,5697 | 1,5798 | 1,5900 | 1,6003 | 32 |
| 13 | 0,2309 | 0,2339 | 0,2370 | 0,2401 | 0,2432 | 0,2462 | 0,2493 | 76 | 58 | 1,6003 | 1,6107 | 1,6213 | 1,6318 | 1,6426 | 1,6534 | 1,6643 | 31 |
| 14 | 0,2493 | 0,2524 | 0,2555 | 0,2586 | 0,2617 | 0,2648 | 0,2679 | 75 | 59 | 1,6643 | 1,6753 | 1,6864 | 1,6977 | 0,7090 | 1,7205 | 1,7321 | 30 |
| 15 | 0,2679 | 0,2711 | 0,2742 | 0,2773 | 0,2805 | 0,2836 | 0,2867 | 74 | 60 | 1,7321 | 1,7438 | 1,7556 | 1,7675 | 1,7796 | 1,7917 | 1,8041 | 29 |
| 16 | 0,2867 | 0,2899 | 0,2931 | 0,2962 | 0,2994 | 0,3026 | 0,3057 | 73 | 61 | 1,8041 | 1,8165 | 1,8291 | 1,8418 | 1,8546 | 1,8676 | 1,8807 | 28 |
| 17 | 0,3057 | 0,3089 | 0,3121 | 0,3153 | 0,3185 | 0,3217 | 0,3249 | 72 | 62 | 1,8807 | 1,8940 | 1,9074 | 1,9210 | 1,9347 | 1,9486 | 1,9626 | 27 |
| 18 | 0,3249 | 0,3281 | 0,3314 | 0,3346 | 0,3378 | 0,3411 | 0,3443 | 71 | 63 | 1,9626 | 1,9768 | 1,9912 | 2,0057 | 2,0204 | 2,0353 | 2,0503 | 26 |
| 19 | 0,3443 | 0,3476 | 0,3508 | 0,3541 | 0,3574 | 0,3607 | 0,3640 | 70 | 64 | 2,0503 | 2,0655 | 2,0809 | 2,0965 | 2,1123 | 2,1283 | 2,1445 | 25 |
| 20 | 0,3640 | 0,3673 | 0,3706 | 0,3739 | 0,3772 | 0,3805 | 0,3839 | 69 | 65 | 2,1445 | 2,1609 | 2,1775 | 2,1943 | 2,2113 | 2,2286 | 2,2460 | 24 |
| 21 | 0,3839 | 0,3872 | 0,3906 | 0,3939 | 0,3973 | 0,4006 | 0,4040 | 68 | 66 | 2,2460 | 2,2637 | 2,2817 | 2,2998 | 2,3183 | 2,3369 | 2,3559 | 23 |
| 22 | 0,4040 | 0,4074 | 0,4108 | 0,4142 | 0,4176 | 0,4210 | 0,4245 | 67 | 67 | 2,3559 | 2,3750 | 2,3945 | 2,4142 | 2,4342 | 2,4545 | 2,4751 | 22 |
| 23 | 0,4245 | 0,4279 | 0,4314 | 0,4348 | 0,4383 | 0,4417 | 0,4452 | 66 | 68 | 2,4751 | 2,4960 | 2,5172 | 2,5387 | 2,5605 | 2,5826 | 2,6051 | 21 |
| 24 | 0,4452 | 0,4487 | 0,4522 | 0,4557 | 0,4592 | 0,4628 | 0,4663 | 65 | 69 | 2,6051 | 2,6279 | 2,6511 | 2,6746 | 2,6985 | 2,7228 | 2,7475 | 20 |
| 25 | 0,4663 | 0,4699 | 0,4734 | 0,4770 | 0,4806 | 0,4811 | 0,4877 | 64 | 70 | 2,7475 | 2,7725 | 2,7980 | 2,8239 | 2,8502 | 2,8770 | 2,9042 | 19 |
| 26 | 0,4877 | 0,4913 | 0,4950 | 0,4986 | 0,5022 | 0,5059 | 0,5095 | 63 | 71 | 2,9042 | 2,9319 | 2,9600 | 2,9887 | 3,0178 | 3,0475 | 3,0777 | 18 |
| 27 | 0,5095 | 0,5132 | 0,5169 | 0,5206 | 0,5243 | 0,5280 | 0,5317 | 62 | 72 | 3,0777 | 3,1084 | 3,1397 | 3,1716 | 3,2041 | 3,2371 | 3,2709 | 17 |
| 28 | 0,5317 | 0,5354 | 0,5392 | 0,5430 | 0,5467 | 0,5505 | 0,5543 | 61 | 73 | 3,2709 | 3,3052 | 3,3402 | 3,3759 | 3,4124 | 3,4495 | 3,4874 | 16 |
| 29 | 0,5543 | 0,5581 | 0,5619 | 0,5658 | 0,5696 | 0,5735 | 0,5774 | 60 | 74 | 3,4874 | 3,5261 | 3,5656 | 3,6059 | 3,6470 | 3,6891 | 3,7321 | 15 |
| 30 | 0,5774 | 0,5812 | 0,5851 | 0,5890 | 0,5939 | 0,5969 | 0,6009 | 59 | 75 | 3,7321 | 3,7760 | 3,8208 | 3,8667 | 3,9136 | 3,9617 | 4,0108 | 14 |
| 31 | 0,6009 | 0,6048 | 0,6088 | 0,6128 | 0,6168 | 0,6208 | 0,6249 | 58 | 76 | 4,0108 | 4,0611 | 4,1126 | 4,1653 | 4,2193 | 4,2747 | 4,3315 | 13 |
| 32 | 0,6249 | 0,6289 | 0,6330 | 0,6371 | 0,6412 | 0,6453 | 0,6494 | 57 | 77 | 4,3315 | 4,3897 | 4,4494 | 4,5107 | 4,5736 | 4,6383 | 4,7046 | 12 |
| 33 | 0,6494 | 0,6536 | 0,6577 | 0,6619 | 0,6661 | 0,6703 | 0,6745 | 56 | 78 | 4,7046 | 4,7729 | 4,8430 | 4,9152 | 4,9894 | 5,0658 | 5,1446 | 11 |
| 34 | 0,6745 | 0,6787 | 0,6833 | 0,6873 | 0,6916 | 0,6959 | 0,7002 | 55 | 79 | 5,1446 | 5,2257 | 5,3093 | 5,3955 | 5,4845 | 5,5764 | 5,6713 | 10 |
| 35 | 0,7002 | 0,7046 | 0,7089 | 0,7133 | 0,7177 | 0,7221 | 0,7265 | 54 | 80 | 5,6713 | 5,7694 | 5,8708 | 5,8758 | 6,0844 | 6,1970 | 6,3138 | 9 |
| 36 | 0,7265 | 0,7310 | 0,7355 | 0,7400 | 0,7445 | 0,7490 | 0,7536 | 53 | 81 | 6,3138 | 6,4348 | 6,5605 | 6,6912 | 6,8269 | 6,9682 | 7,1154 | 8 |
| 37 | 0,7536 | 0,7581 | 0,7627 | 0,7673 | 0,7720 | 0,7766 | 0,7813 | 52 | 82 | 7,1154 | 7,2687 | 7,4287 | 7,5958 | 7,7704 | 7,9530 | 8,1444 | 7 |
| 38 | 0,7813 | 0,7860 | 0,7907 | 0,7954 | 0,8002 | 0,8050 | 0,8098 | 51 | 83 | 8,1444 | 8,3450 | 8,5556 | 8,7769 | 9,0098 | 9,2553 | 9,5144 | 6 |
| 39 | 0,8098 | 0,8146 | 0,8195 | 0,8243 | 0,8292 | 0,8342 | 0,8391 | 50 | 84 | 9,5144 | 9,7882 | 10,0780 | 10,3854 | 10,7119 | 11,0594 | 11,4301 | 5 |
| 40 | 0,8391 | 0,8441 | 0,8491 | 0,8541 | 0,8591 | 0,8642 | 0,8693 | 49 | 85 | 11,4301 | 11,8262 | 12,2505 | 12,7062 | 13,1969 | 13,7267 | 14,3007 | 4 |
| 41 | 0,8693 | 0,8744 | 0,8796 | 0,8847 | 0,8899 | 0,8952 | 0,9004 | 48 | 86 | 14,3007 | 14,9244 | 15,6048 | 16,3499 | 17,1693 | 18,0750 | 19,0811 | 3 |
| 42 | 0,9004 | 0,9057 | 0,9110 | 0,9163 | 0,9217 | 0,9271 | 0,9325 | 47 | 87 | 19,0811 | 20,2056 | 21,4704 | 22,9038 | 24,5418 | 26,4316 | 28,6363 | 2 |
| 43 | 0,9325 | 0,9380 | 0,9435 | 0,9490 | 0,9545 | 0,9601 | 0,9657 | 46 | 88 | 28,6363 | 31,2416 | 34,3678 | 38,1885 | 42,9641 | 49,1039 | 57,2900 | 1 |
| 44 | 0,9657 | 0,9713 | 0,9770 | 0,9827 | 0,9884 | 0,9942 | 1,0000 | 45 | 89 | 57,2900 | 68,7501 | 85,9398 | 114,5887 | 171,8854 | 343,7737 | ∞ | 0 |

Minuten ← → Cotangens 45° ... 90° Cotangens 0° ... 45°

Grad ← → Grad

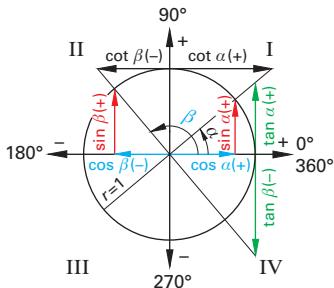
Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck

Definitionen

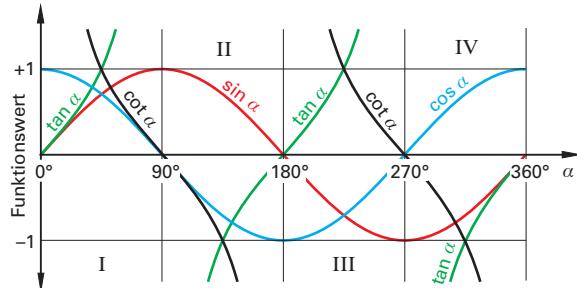
| Bezeichnungen im rechtwinkligen Dreieck | Bezeichnungen der Seitenverhältnisse | Anwendungen für α | Anwendungen für β |
|---|---|-----------------------------|----------------------------|
|  <p>c Hypotenuse b Ankathete von α a Gegenkathete von α</p> <p>c Hypotenuse a Ankathete von β b Gegenkathete von β</p> | Sinus = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$ | $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ | $\sin \beta = \frac{b}{c}$ |
| | Cosinus = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$ | $\cos \alpha = \frac{b}{c}$ | $\cos \beta = \frac{a}{c}$ |
| | Tangens = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$ | $\tan \alpha = \frac{a}{b}$ | $\tan \beta = \frac{b}{a}$ |
| | Cotangens = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$ | $\cot \alpha = \frac{b}{a}$ | $\cot \beta = \frac{a}{b}$ |

Verlauf der Winkelfunktionen zwischen 0° und 360°

Darstellung am Einheitskreis



Verlauf der Winkelfunktionen



Die Werte der Winkelfunktionen von Winkeln $> 90^\circ$ können auf die Werte der Winkel zwischen 0° und 90° zurückgeführt und dann aus Tabellen abgelesen werden. Das Vorzeichen der Funktionswerte ergibt sich aus dem Verlaufsdiagramm. Taschenrechner mit Winkelfunktionen geben die Werte und das Vorzeichen für beliebige Winkel direkt aus.

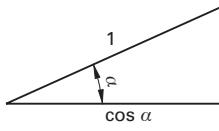
Beispiel: Bezeichnungen für den II. Quadranten

| Beziehungen | Beispiel: Funktionswerte für den Winkel 120° ($\alpha = 30^\circ$ in den Formeln) | | |
|--|--|---|--|
| $\sin(90^\circ + \alpha) = +\cos \alpha$ $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$ $\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$ | $\sin(90^\circ + 30^\circ) = \sin 120^\circ = +0,8660$ $\cos(90^\circ + 30^\circ) = \cos 120^\circ = -0,5000$ $\tan(90^\circ + 30^\circ) = \tan 120^\circ = -1,7321$ | $\cos 30^\circ = +0,8660$ $-\sin 30^\circ = -0,5000$ $-\cot 30^\circ = -1,7321$ | |

Funktionswerte für ausgewählte Winkel

| Funktion | 0° | 90° | 180° | 270° | 360° | Funktion | 0° | 90° | 180° | 270° | 360° |
|----------|-----------|------------|-------------|-------------|-------------|----------|-----------|------------|-------------|-------------|-------------|
| \sin | 0 | +1 | 0 | -1 | 0 | \tan | 0 | ∞ | 0 | ∞ | 0 |
| \cos | +1 | 0 | -1 | 0 | +1 | \cos | ∞ | 0 | ∞ | 0 | ∞ |

Beziehungen zwischen den Funktionen eines Winkels

| | | |
|---|---|---|
|  | $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ | $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$ |
| | $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ | $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ |
| | Beispiel: Berechnung von $\tan \alpha$ aus $\sin \alpha$ und $\cos \alpha$ für $\alpha = 30^\circ$: $\tan \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha = 0,5000 / 0,8660 = 0,5774$ | |

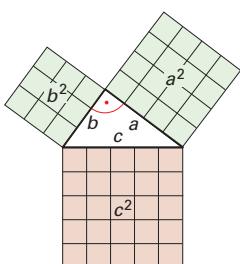
| Klammerrechnung | | |
|--|---|--|
| Regel | Zahlenbeispiel | Algebraisches Beispiel |
| Ein Klammerausdruck wird mit einem Faktor multipliziert, indem man jedes Glied der Klammer mit dem Faktor multipliziert. | $\begin{aligned}7 \cdot (4 + 5) \\= 7 \cdot 4 + 7 \cdot 5 = 63\end{aligned}$ | $\begin{aligned}a \cdot (b + c) \\= ab + ac\end{aligned}$ |
| Ein Klammerausdruck wird mit einem Klammerausdruck multipliziert, indem man jedes Glied der einen Klammer mit jedem Glied der anderen Klammer multipliziert. | $\begin{aligned}(3 + 5) \cdot (10 - 7) \\= 3 \cdot 10 + 3 \cdot (-7) + 5 \cdot 10 + 5 \cdot (-7) \\= 30 - 21 + 50 - 35 = 24\end{aligned}$ | $\begin{aligned}(a + b) \cdot (c - d) \\= ac - ad + bc - bd\end{aligned}$ |
| Ein Klammerausdruck wird durch einen Wert (Zahl, Buchstabe, Klammerausdruck) dividiert, indem man jedes Glied in der Klammer durch diesen Wert dividiert. | $\begin{aligned}(16 - 4) : 4 \\= 16 : 4 - 4 : 4 \\= 4 - 1 = 3\end{aligned}$ | $\begin{aligned}(a + b) : c = a : c + b : c \\a - b = \frac{a}{b} - 1\end{aligned}$ |
| Ein Bruchstrich fasst Ausdrücke in gleicher Weise zusammen wie eine Klammer. | $\frac{3+4}{2} = (3+4) : 2$ | $\frac{a+b}{2} \cdot h = (a+b) \cdot \frac{h}{2}$ |
| Bei gemischten Punkt- und Strichrechnungen mit Klammerausdrücken müssen zuerst die Klammern aufgelöst und danach die Punkt- und dann die Strichrechnung ausgeführt werden. | $\begin{aligned}= 8 \cdot (3 - 2) + 4 \cdot (16 \cdot 5) \\= 8 \cdot 1 + 4 \cdot 11 \\= 8 + 44 = 52\end{aligned}$ | $\begin{aligned}= a \cdot (3x - 5x) - b \cdot (12y - 2y) \\= a \cdot (-2x) - b \cdot 10y \\= -2ax - 10by\end{aligned}$ |
| Potenzieren | | |
| Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Exponenten addiert und die Basis beibehält. | $\begin{aligned}3^2 \cdot 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \\= 3^5\\ \text{oder}\\ 3^2 \cdot 3^3 = 3^{(2+3)} = 3^5\end{aligned}$ | $\begin{aligned}x^4 \cdot x^2 = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \\= x^6\\ \text{oder}\\ x^4 \cdot x^2 = x^{(4+2)} = x^6\end{aligned}$ |
| Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man ihre Exponenten subtrahiert und die Basis beibehält. | $\begin{aligned}\frac{4^3}{4^2} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 4}{4 \cdot 4} = 4 \\ \text{oder}\\ 4^3 : 4^2 = 4^{(3-2)} = 4^1 = 4\end{aligned}$ | $\begin{aligned}\frac{m^2}{m^3} = \frac{m \cdot m}{m \cdot m \cdot m} = \frac{1}{m} = m^{-1} \\ \text{oder}\\ m^2 : m^3 = m^{(2-3)} = m^{-1}\end{aligned}$ |
| Werden Potenzen mit einem Faktor multipliziert, so muss zuerst die Potenz berechnet werden. Potenzrechnung geht vor Punktrechnung. | $\begin{aligned}6 \cdot 10^3 = 6 \cdot 1000 \\= 6000 \\7 \cdot 10^{-2} = 7 \cdot \frac{1}{100} = 0,07\end{aligned}$ | $\begin{aligned}a \cdot 10^2 = a \cdot 100 = 100a \\b \cdot 10^{-1} = b \cdot \frac{1}{10} = 0,1b\end{aligned}$ |
| Jede Potenz mit dem Exponenten Null hat den Wert 1. | $\frac{10^4}{10^4} = 10^{(4-4)} = 10^0 = 1$ | $(m+n)^0 = 1$ |
| Radizieren und Wurzelziehen | | |
| Ist der Radikand ein Produkt, so kann die Wurzel entweder aus dem Produkt oder aus jedem einzelnen Faktor gezogen werden. | $\begin{aligned}\sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{144} = 12 \\ \text{oder} \\ \sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{16} = 3 \cdot 4 = 12\end{aligned}$ | $\begin{aligned}\sqrt[3]{(a \cdot b)} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}\end{aligned}$ |
| Ist der Radikand eine Summe oder eine Differenz, so kann nur aus dem Ergebnis die Wurzel gezogen werden. | $\begin{aligned}\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \\ \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3\end{aligned}$ | $\sqrt[3]{a - b} = \sqrt[3]{(a - b)}$ |
| Eine Wurzel kann als Potenz geschrieben werden. | $\sqrt[3]{27} = 27^{\frac{1}{3}} = 3^3 \cdot \frac{1}{2} = 3^{\frac{3}{2}} = 3^1 = 3$ | $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ |

| Bruchrechnung | | |
|--|---|--|
| Regel | Zahlenbeispiel | Algebraisches Beispiel |
| Gleichnamige Brüche werden addiert oder subtrahiert, indem man die Zähler addiert oder subtrahiert und die Nenner unverändert lässt. | $\frac{5}{8} + \frac{2}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5+2-1}{8}$ $= \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ | $\frac{5}{a} - \frac{3}{a} + \frac{7}{a} = \frac{5-3+7}{a}$ $= \frac{9}{a}$ |
| Bei ungleichnamigen Brüchen muss zuerst der Hauptnenner gebildet werden, um sie addieren bzw. subtrahieren zu können. Der Hauptnenner ist der kleinste gemeinsame Nenner, in dem die Nenner aller Brüche ganzzahlig enthalten sind. Die Brüche werden durch Erweitern auf den Hauptnenner gebracht. | $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} =$ Hauptnenner = 12 $= \frac{1 \cdot 6}{2 \cdot 6} + \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} - \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3}$ $= \frac{6}{12} + \frac{8}{12} - \frac{9}{12}$ $= \frac{6+8-9}{12} = \frac{5}{12}$ | $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} =$ Hauptnenner = $b \cdot d$ $= \frac{a \cdot b}{b \cdot d} + \frac{c \cdot b}{b \cdot d}$ $= \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d}$ |
| Ein Bruch wird mit einem anderen multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert. | $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$ | $\frac{a}{d} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ |
| Ein Bruch wird durch einen anderen Bruch dividiert, indem man den Dividenden (Bruch im Zähler) mit dem Kehrwert des Divisors (Bruch im Nenner) multipliziert. | $\frac{3}{4} : \frac{3}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 3}$ | $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$ |
| Vorzeichenregeln | | |
| Haben zwei Faktoren gleiche Vorzeichen, so wird das Produkt positiv . | $2 \cdot 5 = 10$ $(-2) \cdot (-5) = 10$ | $a \cdot x = ax$ $(-a) \cdot (-x) = ax$ |
| Haben zwei Faktoren unterschiedliche Vorzeichen, so wird das Produkt negativ . | $3 \cdot (-8) = -24$ $(-3) \cdot 8 = -24$ | $a \cdot (-x) = -ax$ $(-a) \cdot x = -ax$ |
| Haben Zähler und Nenner bzw. Dividend und Divisor gleiche Vorzeichen, so ist der Bruch bzw. der Quotient positiv . | $\frac{15}{3} = 15 : 3 = 5$ $-15 : -3 = (-15) : (-3) = 5$ | $\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$ $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$ |
| Haben Zähler und Nenner bzw. Dividend und Divisor unterschiedliche Vorzeichen, so ist der Bruch bzw. der Quotient negativ . | $\frac{15}{-3} = 15 : (-3) = -5$ $\frac{-15}{3} = (-15) : 3 = -5$ | $\frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$ |
| Punktrechnungen (\cdot und $:$) müssen vor Strichrechnungen ($+$ und $-$) ausgeführt werden. | $8 \cdot 4 - 18 \cdot 3 = 32 - 54$ $= -22$ $\frac{16}{4} + \frac{20}{5} - \frac{18}{3} = 4 + 4 - 6$ $= 2$ | $8a \cdot b - c \cdot 3d$ $= 4ab - 3cd$ |
| Klammerrechnung | | |
| Klammern, vor denen ein Pluszeichen steht, können weggelassen werden. Die Vorzeichen der Glieder bleiben dann unverändert. | $16 + (9 - 5)$ $= 16 + 9 - 5$ $= 20$ | $a + (b - c)$ $= a + b - c$ |
| Klammern, vor denen ein Minuszeichen steht, können nur aufgelöst (weggelassen) werden, wenn alle Summanden (Glieder in der Klammer) entgegengesetzte Vorzeichen erhalten. | $16 - (9 - 5)$ $= 16 - 9 + 5$ $= 12$ | $a - (b - c)$ $= a - b + c$ |

M

Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck

Lehrsatz des Pythagoras



Im **rechtwinkligen Dreieck** ist das Hypotenusequadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

a Kathete c Hypotenuse

b Kathete

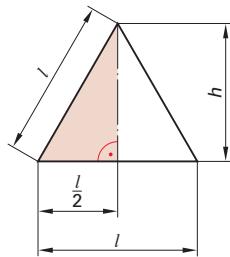
1. Beispiel: $a = 9 \text{ mm}$; $b = 12 \text{ mm}$; $c = ?$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(9 \text{ mm})^2 + (12 \text{ mm})^2} = 15 \text{ mm}$$

2. Beispiel: $c = 35 \text{ mm}$; $a = 21 \text{ mm}$; $b = ?$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(35 \text{ mm})^2 - (21 \text{ mm})^2} = 28 \text{ mm}$$



Im **gleichseitigen Dreieck** ergibt sich für die Höhe nach dem Lehrsatz des Pythagoras:

h Höhe A Fläche

l Seitenlänge

$$h = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot l$$

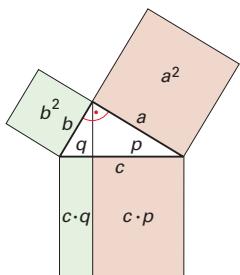
Beispiel: Gleichseitiges Dreieck:

$$l = 50 \text{ mm}; \quad A = ?; \quad h = ?$$

$$A = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot l^2 = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot (50 \text{ mm})^2 = 1082,5 \text{ mm}^2$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot l = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 50 \text{ mm} = 43,3 \text{ mm}$$

Lehrsatz des Euklid (Kathetensatz)



Das Quadrat über einer Kathete ist flächengleich einem Rechteck aus der Hypotenuse und dem angrenzenden Hypotenuseabschnitt.

a, b Fläche p, q Hypotenuseabschnitt

c Hypotenuse

$$a^2 = c \cdot p$$

Beispiel: Ein Rechteck mit $c = 6 \text{ cm}$ und $p = 3 \text{ cm}$ soll in ein flächengleiches Quadrat verwandelt werden.

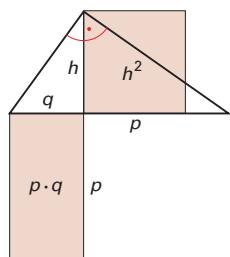
Wie groß ist die Quadratseite a ?

$$a^2 = c \cdot p$$

$$a = \sqrt{c \cdot p} = \sqrt{6 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}} = 4,24 \text{ cm}$$

$$b^2 = c \cdot q$$

Höhensatz



Das Quadrat über der Höhe h ist flächengleich dem Rechteck aus Hypotenuseabschnitt p und q .

h Höhe p, q Hypotenuseabschnitt

$$h^2 = p \cdot q$$

Beispiel: Rechtwinkliges Dreieck

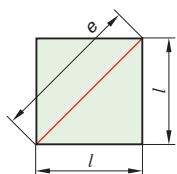
$$p = 6 \text{ cm}; \quad q = 2 \text{ cm}; \quad h = ?$$

$$h^2 = p \cdot q$$

$$h = \sqrt{p \cdot q} = \sqrt{6 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}} = \sqrt{12 \text{ cm}^2} = 3,46 \text{ cm}$$

Flächen

Quadrat



A Fläche e Eckenmaß
 l Seitenlänge

$$e = \sqrt{2} \cdot l$$

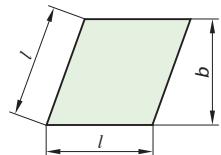
Beispiel: $l = 14 \text{ mm}$; $A = ?$; $e = ?$

$$A = l^2 = (14 \text{ mm})^2 = 196 \text{ mm}^2$$

$$e = \sqrt{2} \cdot l = \sqrt{2} \cdot 14 \text{ mm} = 19,8 \text{ mm}$$

$$A = l^2$$

Rhombus (Raute)



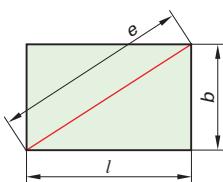
A Fläche b Breite
 l Seitenlänge

$$A = l \cdot b$$

Beispiel: $l = 9 \text{ mm}$; $b = 8,5 \text{ mm}$; $A = ?$

$$A = l \cdot b = 9 \text{ mm} \cdot 8,5 \text{ mm} = 76,5 \text{ mm}^2$$

Rechteck



A Fläche b Breite
 l Länge e Eckenmaß

$$e = \sqrt{l^2 + b^2}$$

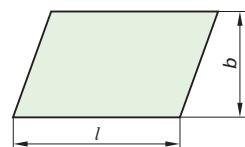
Beispiel: $l = 12 \text{ mm}$; $b = 11 \text{ mm}$; $A = ?$; $e = ?$

$$A = l \cdot b = 12 \text{ mm} \cdot 11 \text{ mm} = 132 \text{ mm}^2$$

$$e = \sqrt{l^2 + b^2} = \sqrt{(12 \text{ mm})^2 + (11 \text{ mm})^2} = \sqrt{265} \text{ mm}^2 \\ = 16,28 \text{ mm}$$

$$A = l \cdot b$$

Rhomoid (Parallelogramm)



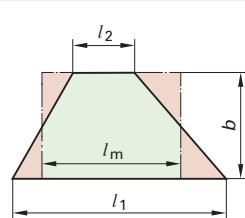
A Fläche b Breite
 l Länge

$$A = l \cdot b$$

Beispiel: $l = 36 \text{ mm}$; $b = 15 \text{ mm}$; $A = ?$

$$A = l \cdot b = 36 \text{ mm} \cdot 15 \text{ mm} = 540 \text{ mm}^2$$

Trapez



A Fläche l_m mittlere Länge
 l_1 große Länge b Breite
 l_2 kleine Länge

$$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$$

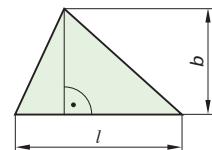
Beispiel: $l_1 = 23 \text{ mm}$; $l_2 = 20 \text{ mm}$; $b = 17 \text{ mm}$;

$$A = ?$$

$$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b = \frac{23 \text{ mm} + 20 \text{ mm}}{2} \cdot 17 \text{ mm} \\ = 365,5 \text{ mm}^2$$

$$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$$

Dreieck



A Fläche b Breite
 l Seitenlänge

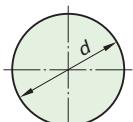
$$A = \frac{l + b}{2}$$

Beispiel: $l_1 = 14 \text{ mm}$; $b = 29 \text{ mm}$; $A = ?$

$$A = \frac{l \cdot b}{2} = \frac{14 \text{ mm} \cdot 29 \text{ mm}}{2} = 899 \text{ mm}^2$$

M

Kreis



A Fläche U Umfang b Durchmesser

Beispiel: $d = 60 \text{ mm}$; $A = ?$; $U = ?$

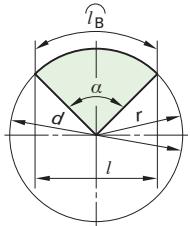
$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (60 \text{ mm})^2}{4} = 2827 \text{ mm}^2$$

$$U = \pi \cdot d = \pi \cdot 60 \text{ mm} = 188,5 \text{ mm}$$

$$U = \pi \cdot d$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

Kreisausschnitt



A Fläche l Sehnenlänge

d Durchmesser r Radius

l_B Bogenlänge α Mittelpunktwinkel

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$A = \frac{l_B \cdot r}{2}$$

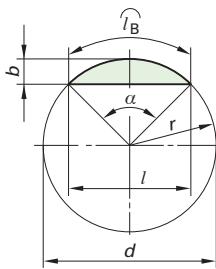
$$l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 24 \text{ mm} \cdot 110^\circ}{180^\circ} = 46,1 \text{ mm}$$

$$A = \frac{l_B \cdot r}{2} = \frac{46,1 \text{ mm} \cdot 24 \text{ mm}}{2} = 553 \text{ mm}^2$$

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

Kreisabschnitt



A Fläche b Breite

d Durchmesser r Radius

l_B Bogenlänge α Mittelpunktwinkel

l Sehnenlänge

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} - \frac{l \cdot (r - b)}{2}$$

$$A = \frac{l_B \cdot r - l \cdot (r - b)}{2}$$

$$l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$l = 2 \cdot \sqrt{b \cdot (2 \cdot r - b)}$$

$$b = \frac{l}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{4}; \quad b = r - \sqrt{r^2 - \frac{l^2}{4}}$$

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}, \quad r = \frac{b}{2} + \frac{l^2}{8 \cdot b}$$

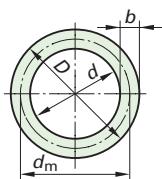
Beispiel: $b = 15,1 \text{ mm}$; $l_B = 62,83 \text{ mm}$;

$$l = 52 \text{ mm}; \quad d = 60 \text{ mm}; \quad A = ?$$

$$A = \frac{l_B \cdot r - l \cdot (r - b)}{2}$$

$$= \frac{(62,83 \cdot 30) \text{ mm}^2 - 52 \cdot (30 - 15,1) \text{ mm}^2}{2} = 555,1 \text{ mm}^2$$

Kreisring



A Fläche d_m mittlerer Durchmesser

D Außendurchmesser b Breite

d Innendurchmesser

$$A = \pi \cdot d_m \cdot b$$

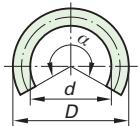
Beispiel: $D = 160 \text{ mm}$; $d = 125 \text{ mm}$; $A = ?$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot (160^2 \text{ mm}^2 - 125^2 \text{ mm}^2) = 7834 \text{ mm}^2$$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

Kreisringausschnitt



A Fläche d Innendurchmesser

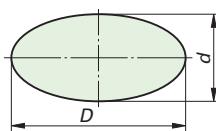
D Außendurchmesser α Mittelpunktwinkel

$$A = \frac{\pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ} \cdot (D^2 - d^2)$$

Beispiel: $D = 120 \text{ mm}$; $d = 180 \text{ mm}$; $\alpha = 110^\circ$; $A = ?$

$$A = \frac{\pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ} \cdot (D^2 - d^2) = \frac{\pi \cdot 110^\circ}{4 \cdot 360^\circ} \cdot (120^2 - 80^2) \text{ mm}^2 = 1920 \text{ mm}^2$$

Ellipse



A Fläche d kleine Achse

D große Achse U Umfang

$$U = \frac{\pi}{2} \cdot (D + d)$$

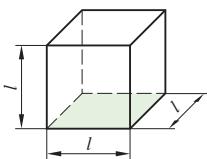
Beispiel: $D = 65 \text{ mm}$; $d = 20 \text{ mm}$; $\alpha = 110^\circ$; $A = ?$

$$A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4} = \frac{\pi \cdot 65 \text{ mm} \cdot 20 \text{ mm}}{4} = 1021 \text{ mm}^2$$

$$A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4}$$

Volumen

Würfel



$$\begin{array}{ll} V \text{ Volumen} & l \text{ Seitenlänge} \\ A_O \text{ Oberfläche} & \end{array}$$

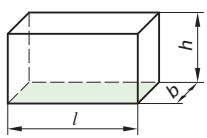
Beispiel: $l = 20 \text{ mm}; V = ?$

$$\begin{aligned} V &= l^3 = (20 \text{ mm})^3 \\ &= 8000 \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

$$A_O = 6 \cdot l^2$$

$$V = l^3$$

Vierkantprisma



$$\begin{array}{ll} V \text{ Volumen} & h \text{ Höhe} \\ A_O \text{ Oberfläche} & b \text{ Breite} \\ l \text{ Seitenlänge} & \end{array}$$

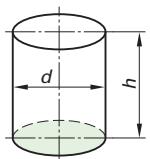
$$A_O = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$$

Beispiel: $l = 6 \text{ cm}; b = 3 \text{ cm}; h = 2 \text{ cm}; V = ?$

$$V = l \cdot b \cdot h = 6 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 36 \text{ cm}^3$$

$$V = l \cdot b \cdot h$$

Zylinder



$$\begin{array}{ll} V \text{ Volumen} & d \text{ Durchmesser} \\ A_O \text{ Oberfläche} & h \text{ Höhe} \\ A_M \text{ Mantelfläche} & \end{array}$$

$$A_O = \pi \cdot d \cdot h + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

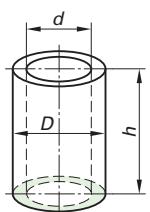
$$A_M = \pi \cdot d \cdot h$$

Beispiel: $d = 14 \text{ mm}; h = 25 \text{ mm}; V = ?$

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h = \frac{\pi \cdot (14 \text{ mm})^2}{4} \cdot 25 \text{ mm} \\ &= 3848 \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$$

Hohlzylinder



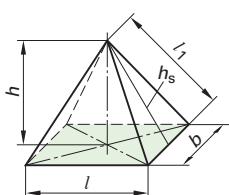
$$\begin{array}{ll} V \text{ Volumen} & D, d \text{ Durchmesser} \\ A_O \text{ Oberfläche} & h \text{ Höhe} \end{array} \quad A_O = \pi \cdot (D+d) \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (D-d) + h \right]$$

$$V = \frac{\pi \cdot h}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

Beispiel: $D = 42 \text{ mm}; d = 20 \text{ mm}; h = 80 \text{ mm}; V = ?$

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi \cdot h}{4} \cdot (D^2 - d^2) = \frac{\pi \cdot 80 \text{ mm}}{4} \cdot (42^2 \text{ mm}^2 - 20^2 \text{ mm}^2) \\ &= 85703 \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

Pyramide



$$\begin{array}{ll} V \text{ Volumen} & l \text{ Seitenlänge} \\ h \text{ Höhe} & l_1 \text{ Kantenlänge} \\ h_s \text{ Mantelhöhe} & b \text{ Breite} \end{array}$$

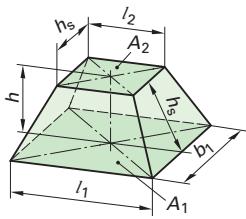
$$l_1 = \sqrt{h_s^2 + \frac{b^2}{4}}; \quad h_s = \sqrt{h^2 + \frac{l^2}{4}}$$

Beispiel: $l = 16 \text{ mm}; b = 21 \text{ mm};$

$$h = 45 \text{ mm}; V = ?$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{l \cdot b \cdot h}{3} = \frac{16 \text{ mm} \cdot 21 \text{ mm} \cdot 45 \text{ mm}}{3} \\ &= 5040 \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

$$V = \frac{l \cdot b \cdot h}{3}$$

M**Pyramidenstumpf**

V Volumen l_1, l_2 Seitenlänge b_1, b_2 Breiten
 A_1 Grundfläche A_2 Deckfläche h Höhe
 h_s Mantelhöhe

Beispiel: $l_1 = 40 \text{ mm}$; $l_2 = 22 \text{ mm}$; $b_1 = 28 \text{ mm}$;
 $b_2 = 15 \text{ mm}$; $h = 50 \text{ mm}$; $V = ?$

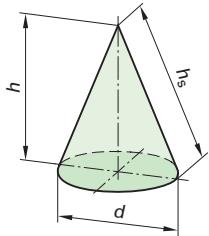
$$V = \frac{h}{3} \cdot (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \cdot A_2})$$

$$V = \frac{h}{3} \cdot (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \cdot A_2})$$

$$= \frac{50 \text{ mm}}{3} \cdot (1120 + 330 + \sqrt{1120 \cdot 330}) \text{ mm}^2$$

$$= 34299 \text{ mm}^2$$

$$h_s = \sqrt{h^2 + \left(\frac{l_1 - l_2}{2}\right)^2}$$

Kegel

V Volumen h Höhe
 A_M Mantelfläche h_s Mantelhöhe
 d Durchmesser

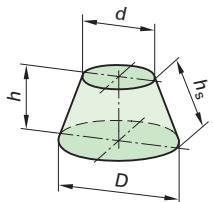
Beispiel: $d = 52 \text{ mm}$; $h = 110 \text{ mm}$; $V = ?$

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{h}{3}$$

$$= \frac{\pi \cdot (52 \text{ mm})^2}{4} \cdot \frac{110 \text{ mm}}{3}$$

$$= 77870 \text{ mm}^3$$

$$h_s = \sqrt{\frac{d^2}{4} + h^2}$$

Kegelstumpf

V Volumen h Höhe
 A_M Mantelfläche h_s Mantelhöhe
 D großer Durchmesser d kleiner Durchmesser

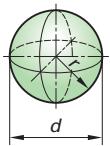
Beispiel: $D = 100 \text{ mm}$; $d = 62 \text{ mm}$; $h = 80 \text{ mm}$; $V = ?$

$$V = \frac{\pi \cdot h}{12} \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d)$$

$$= \frac{\pi \cdot 80 \text{ mm}}{12} \cdot (100^2 + 62^2 + 100 \cdot 62) \text{ mm}^2$$

$$= 419800 \text{ mm}^3$$

$$h_s = \sqrt{h^2 + \left(\frac{|D-d|}{2}\right)^2}$$

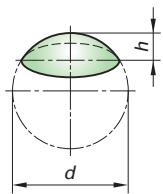
Kugel

V Volumen d Kugeldurchmesser
 A_O Oberfläche

Beispiel: $d = 9 \text{ mm}$; $V = ?$

$$V = \frac{\pi \cdot d^3}{6} \cdot \frac{\pi \cdot (9 \text{ mm})^3}{6} = 382 \text{ mm}^3$$

$$A_O = \pi \cdot d^2$$

Kugelabschnitt

V Fläche d Kugeldurchmesser
 A_M Durchmesser h Höhe
 A_O Bogenlänge

Beispiel: $d = 8 \text{ mm}$; $h = 6 \text{ mm}$; $V = ?$

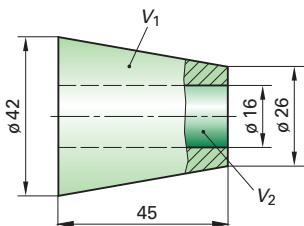
$$V = \pi \cdot h^2 \cdot \left(\frac{d}{2} - \frac{h}{3}\right)$$

$$= \pi \cdot 6^2 \text{ mm}^2 \cdot \left(\frac{8 \text{ mm}}{2} - \frac{6 \text{ mm}}{3}\right)$$

$$= 226 \text{ mm}^3$$

$$A_M = \pi \cdot h \cdot (2 \cdot d - h)$$

$$A_M = \pi \cdot d \cdot h$$

Volumen zusammengesetzter Körper

Zusammengesetzte Körper werden zur Berechnung ihres Volumens in Teilkörper zerlegt, die addiert oder subtrahiert werden.

V Gesamtvolumen

$V_1, V_2, V_3 \dots$ Teilvolumen

Beispiel: Kegelhülse; $V = ?$

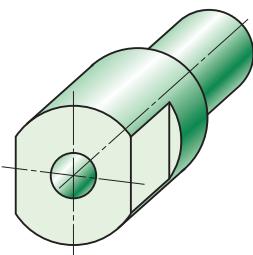
$$V_1 = \frac{\pi \cdot h}{12} \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d)$$

$$= \frac{\pi \cdot 45 \text{ mm}}{12} \cdot (45^2 + 26^2 + 45 \cdot 26) \text{ mm}^2 = 41610 \text{ mm}^3$$

$$V_2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h = \frac{\pi \cdot 16^2 \text{ mm}^2}{4} \cdot 45 \text{ mm} = 9048 \text{ mm}^3$$

$$V = V_1 - V_2 = 41610 \text{ mm}^3 - 9048 \text{ mm}^3 = 32562 \text{ mm}^3$$

$$V = V_1 + V_2 + \dots - V_3 + V_4$$

Berechnung der Masse**Masse, allgemein**

Die Masse eines Körpers wird aus seinem Volumen und seiner Dichte berechnet.

m Masse ϱ Dichte

V Volumen

$$m = V \cdot \varrho$$

Beispiel: Werkstück aus Aluminium;

$$V = 6,4 \text{ dm}^3; \quad \varrho = 2,7 \text{ kg/dm}^3;$$

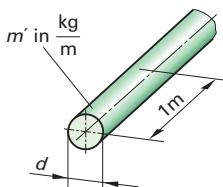
$$1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ kg/dm}^3$$

$$m = ?$$

$$1 \text{ kg/dm}^3 = 1 \text{ g/cm}^3$$

$$m = V \cdot \varrho = 6,4 \text{ dm}^3 \cdot 2,7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 17,28 \text{ kg}$$

Bei festen und flüssigen Stoffen wird die Dichte meist in kg/dm^3 , bei gasförmigen Stoffen in kg/m^3 angegeben.

Längenbezogene Masse¹⁾

m Masse l Länge

m' längenbezogene Masse

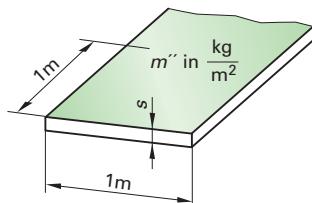
Beispiel: Rundstahl mit $d = 14 \text{ mm}$

$$m' = 1,21 \text{ kg/m}; \quad l = 3,86 \text{ m}; \quad m = ?$$

$$m = m' \cdot l$$

$$m = m' \cdot l = 1,21 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \cdot 3,86 \text{ m}$$

$$= 4,67 \text{ kg}$$

Flächenbezogene Masse¹⁾

m Masse A Fläche

m'' flächenbezogene Masse

Beispiel: Stahlblech

$$s = 1,5 \text{ mm}; \quad m'' = 11,8 \text{ kg/m}^2$$

$$A = 7,5 \text{ m}^2; \quad m = ?$$

$$m = m'' \cdot A = 11,8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \cdot 7,5 \text{ m}^2$$

$$= 88,5 \text{ kg}$$

$$m = m'' \cdot A$$

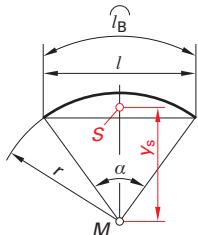
¹⁾ Die Masse von Halbzeugen wird häufig mit Hilfe von Tabellen berechnet. Hier sind die längenbezogenen Massen m' für 1 m bei Profilstählen, Rohren, Drähten oder die flächenbezogenen Massen m'' für 1 m², z. B. bei Blechen oder Belägen, enthalten.

M

l, l_1, l_2 Länge der Linien S, S_1, S_2 Schwerpunkte der Linien
 x_s, x_1, x_2 waagerechte Abstände der Linienschwerpunkte von der y -Achse
 y_s, Y_1, Y_2 senkrechte Abstände der Linienschwerpunkte von der x -Achse

Strecke

$$x_s = \frac{l}{2}$$

Kreisbogen

allgemein

$$y_s = \frac{r \cdot l}{l_B}$$

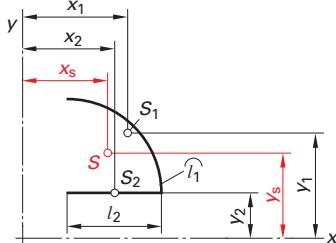
$$y_s = \frac{l \cdot 180^\circ}{\pi \cdot \alpha}$$

Halbkreisbogen

$$y_s \approx 0,6366 \cdot r$$

Viertelkreisbogen

$$y_s \approx 0,9003 \cdot r$$

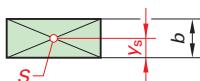
zusammengesetzter Linienzug

$$x_s = \frac{l_1 \cdot x_1 + l_2 \cdot x_2 + \dots}{l_1 + l_2 + \dots}$$

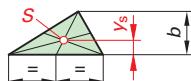
$$y_s = \frac{l_1 \cdot y_1 + l_2 \cdot y_2 + \dots}{l_1 + l_2 + \dots}$$

Flächenschwerpunkte

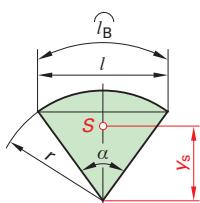
A, A_1, A_2 Flächen S, S_1, S_2 Schwerpunkte der Flächen
 x_s, x_1, x_2 waagerechte Abstände der Linienschwerpunkte von der y -Achse
 y_s, Y_1, Y_2 senkrechte Abstände der Linienschwerpunkte von der x -Achse

Rechteck

$$y_s = \frac{b}{2}$$

Dreieck

$$y_s = \frac{b}{3}$$

Kreisausschnitt

allgemein

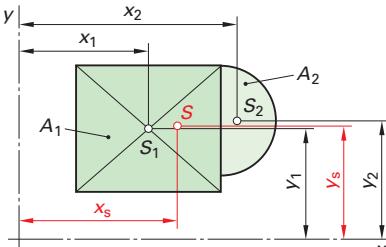
$$y_s \approx \frac{2 \cdot r \cdot l}{3 \cdot l_B}$$

Halbkreisfläche

$$y_s \approx 0,4244 \cdot r$$

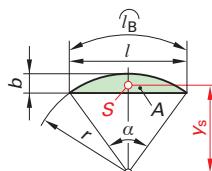
Viertelkreisfläche

$$y_s \approx 0,6002 \cdot r$$

zusammengesetzte Flächen

$$x_s = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + \dots}{A_1 + A_2 + \dots}$$

$$y_s = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + \dots}{A_1 + A_2 + \dots}$$

Kreisabschnitt

$$y_s = \frac{l^3}{12 \cdot A}$$