



Leseprobe

Heinz Mann, Horst Schiffelgen, Rainer Froriep

Einführung in die Regelungstechnik

Analoge und digitale Regelung, Fuzzy-Regler, Regler-Realisierung,
Software

ISBN: 978-3-446-41765-6

Weitere Informationen oder Bestellungen unter

<http://www.hanser.de/978-3-446-41765-6>

sowie im Buchhandel.

2 Analoge Übertragungsglieder¹⁾

Das Blockschema von Bild 2.1 wird als Übertragungsglied bezeichnet, wenn zusätzlich eine Berechnungsvorschrift vorhanden ist, nach der aus gegebenem Eingangsgrößenverlauf $u(t)$ eindeutig ein Ausgangsgrößenverlauf $v(t)$ berechnet werden kann, z. B. mittels **Simulation** auf einem Digitalrechner. Die Berechnungsvorschrift ergibt sich aus der physikalischen Gesetzmäßigkeit, nach der eine Größe u eine andere Größe v in einem Gerät, einer Anlage, einem Fahrzeug usw. rückwirkungsfrei beeinflusst (vgl. Abschn. 1.2). Die Berechnungsvorschrift, die das **Übertragungsverhalten** zwischen u und v darstellt, wird als **mathematisches Modell** bezeichnet. Sind u und v analog (d. h. zeit- und wertkontinuierlich, vgl. Bild 6.6), dann spricht man von einem analogen Übertragungsglied. Ein Übertragungsglied kann auch mehrere Ein- und Ausgangsgrößen haben wie z. B. Stell- und Störgrößen bei einer Strecke (z. B. Bilder 1.4 oder 1.8). Der zeitliche Verlauf einer Größe wird auch als **Signal** bezeichnet.

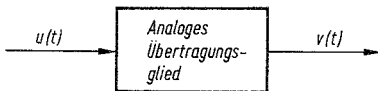


Bild 2.1 Analoges Übertragungsglied mit einer Eingangs- und einer Ausgangsgröße

In Projektphase 2 (Abschn. 1.5) wird häufig ein mathematisches Modell der Strecke verwendet. Die dazu erforderliche **mathematische Modellbildung** wird in Abschn. 2.3 behandelt. Zuvor werden zwei Aspekte im Hinblick auf die Modellbildung besprochen: in Abschn. 2.1 eine sehr nützliche spezielle Art von mathematischen Modellen, die linearen, zeitinvarianten Übertragungsglieder oder kurz **LZI-Glieder**, und in Abschn. 2.2 eine einfache Methode, ohne spezielle Programmiersprachenkenntnisse mathematische Modelle zu simulieren.

Die Abschn. 2.4 bis 2.6 erläutern die wichtigsten **Kennfunktionen** von LZI-Gliedern, die aus Testsignalantworten berechnet werden, wie z. B. die Übergangsfunktion (Abschn. 2.4.1), den Frequenzgang (Abschn. 2.5) und die Übertragungsfunktion (Abschn. 2.6). Abschn. 2.7 behandelt die **Stabilität** von LZI-Gliedern, eine für jede Regelung grundlegende Eigenschaft. Abschnitt 2.8 stellt die Eigenschaften der am häufigsten verwendeten **einfachen Übertragungsglieder** zusammen.

2.1 Lineare zeitinvariante Übertragungsglieder (LZI-Glieder)²⁾

Mit LZI-Gliedern arbeiten zu können, hat große Vorteile. Zum Beispiel ist ein Frequenzgang (Abschn. 2.5) oder eine Übertragungsfunktion (Abschn. 2.6) nur für LZI-Glieder anwendbar. In einem konkreten Anwendungsfall ist zunächst zu klären, ob und in welchen physikalischen Grenzen ein LZI-Glied als mathematisches Modell in Frage kommt (s. u. Gl. 2.1), inwieweit also Linearität und Zeitinvarianz vorliegen.

¹⁾ Digitale Übertragungsglieder werden in Kap. 8 behandelt.

²⁾ Für Übertragungsglieder in Regelkreisen wird gelegentlich auch die Bezeichnung **Regelkreisglieder** verwendet. Da viele Eigenschaften z. B. auch bei Steuerungen oder Signalfiltern Bedeutung haben, wird hier gemäß DIN 19226 T2 der allgemeinere Begriff des Übertragungsglieds verwendet.

Ein Übertragungsglied ist **linear**, wenn es das Verstärkungs- und das Überlagerungsprinzip erfüllt, und **zeitinvariant**, wenn es das Verschiebungsprinzip erfüllt. Die folgenden Beispiele erläutern diese grundlegenden Begriffe.

Beispiel 2.1: Elektrische Schaltung und Zeitvarianz bzw. **Verschiebungsprinzip**

Bild 2.2a zeigt eine reale elektrische Schaltung und b definiert Ein- und Ausgangsgröße des gesuchten Übertragungsgliedes. Untersucht wird die Schaltung gemäß Bildteil c mit einem PC mit Prozessankopplung, der als Signalgenerator ein Eingangssignal u_e auf die Schaltung geben und den resultierenden Verlauf der Ausgangsgröße u_C erfassen kann. Zu Beginn des Experiments seien $u_e = 0$ und $u_C = 0$. (Das ist ein **Gleichgewichtszustand**, d. h. ein Zustand, bei dem alle betrachteten Größen konstant sind).

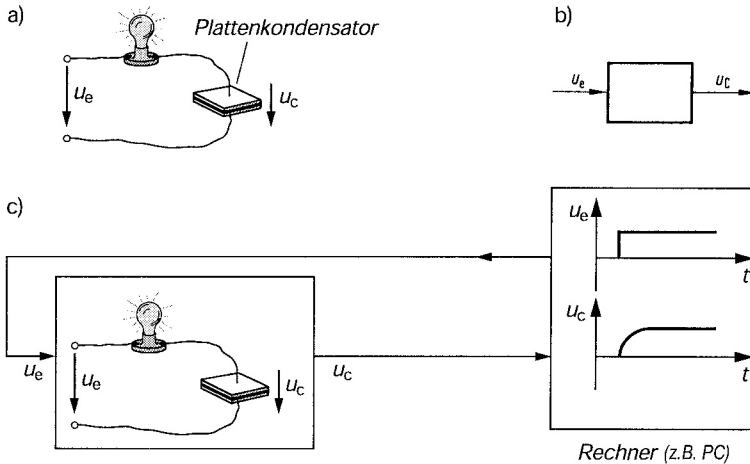


Bild 2.2 Elektrische Schaltung

a) Realer Aufbau b) Übertragungsglied c) Rechner mit Prozessankopplung

Zu einem Zeitpunkt t_0 wird ein beliebiger Eingangsspannungsverlauf z. B. u_{e1} , in Bild 2.3, auf die Schaltung gegeben. Als Ausgangsgröße wird u_{C1} gemessen. Dann wird die Messung mit demselben Eingangsspannungsverlauf zu einem späteren Zeitpunkt t_1 wiederholt, wobei nun u_{C2} als Ausgangsgröße gemessen wird. Da der Verlauf von u_{C2} demjenigen von u_{C1} gleicht – abgesehen von der zeitlichen Verschiebung –, sagt man, dass die Schaltung ihr Übertragungsverhalten (z. B. infolge Beschädigung oder Alterung der Leitungen und Widerstände) zwischen den Zeitpunkten t_0 und t_1 nicht verändert hat. Es kann somit für diesen Zeitabschnitt als **zeitinvariant** angenommen werden.

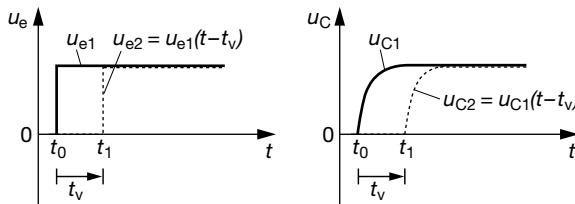


Bild 2.3 Zur Zeitinvarianz bzw. zum Verschiebungsprinzip (Beispiel elektrische Schaltung Bild 2.2a)

Verschiebungsprinzip: Ein Übertragungsglied (Bild 2.1) mit dem beliebigen Eingangsverlauf $u(t)$ und dem zugehörigen Ausgangsverlauf $v(t)$ genügt dem Verschiebungsprinzip, soweit ein auf einen beliebigen späteren Zeitpunkt verschobener Eingangsverlauf $u(t - t_v)$ einen genauso verschobenen Ausgangsverlauf $v(t - t_v)$ auslöst.

Beispiel 2.2: Elektrische Schaltung und Verstärkungsprinzip

Zu einem Zeitpunkt t_0 (Bild 2.4) wird ein beliebiger Eingangsspannungsverlauf u_e , z. B. u_{e1} , auf die Schaltung gegeben. Als Ausgangsgröße wird der Verlauf der Kondensatorspannung u_{C1} gemessen (fette Linien), bis ein neuer Gleichgewichtszustand erreicht ist. Verändert („verstärkt“) man nun bei weiteren Messungen (und gültigem Verschiebungsprinzip) das Eingangssignal um einen beliebigen positiven oder negativen konstanten Faktor c , z. B. $u_{e2} = 2 \cdot u_{e1}$, dann erhält man bei der Schaltung einen mit dem gleichen Faktor c „verstärkten“ Ausgangsspannungsverlauf. Es ergibt sich also z. B. $u_{C2} = 2 \cdot u_{C1}$, wenn $u_{e2} = 2 \cdot u_{e1}$, bis z. B. der Kondensator durchschlägt (u_{C4}). Bis zu dieser physikalischen Grenze kann man hier annehmen, dass das Verstärkungsprinzip erfüllt ist.

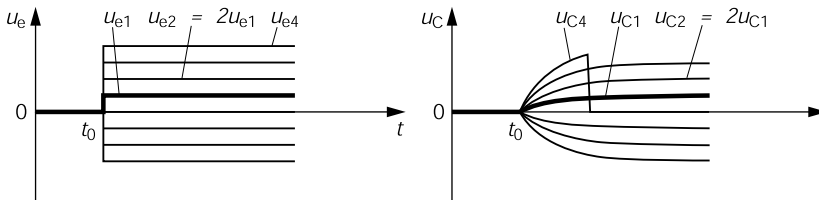


Bild 2.4 Zum Verstärkungsprinzip (Beispiel elektrische Schaltung Bild 2.2a)



Verstärkungsprinzip: Ein Übertragungsglied (Bild 2.1) mit dem beliebigen Eingangsverlauf $u(t)$ und dem zugehörigen Ausgangsverlauf $v(t)$ genügt dem Verstärkungsprinzip, soweit ein mit einem beliebigen (positiven oder negativen) Faktor c „verstärkter“ Eingangsverlauf $cu(t)$ einen genauso „verstärkten“ Ausgangsverlauf $cv(t)$ auslöst (Bild 2.4).

Beispiel 2.3: Elektrische Schaltung und Überlagerungsprinzip

Wieder wird zu einem Zeitpunkt t_0 ein beliebiger Eingangsspannungsverlauf, z. B. u_{e1} in Bild 2.5a, auf die Schaltung gegeben. Als Ausgangsgröße wird u_{C1} gemessen. Dann wird die Messung wiederholt mit einem anderen beliebigen Eingangsspannungsverlauf, z. B. u_{e2} in Bildteil a, und man erhält u_{C2} . Eine weitere Messung erfolgt mit der „Überlagerung“ von u_{e1} und u_{e2} ($u_{e1} + u_{e2}$ in Bildteil b) und man erhält bei nicht zu großen Spannungen (maximale Spannung vgl. vorheriges Beispiel) ungefähr $u_{C1} + u_{C2}$, also auch die Überlagerung der beiden Kondensatorspannungsverläufe aus Bildteil a.

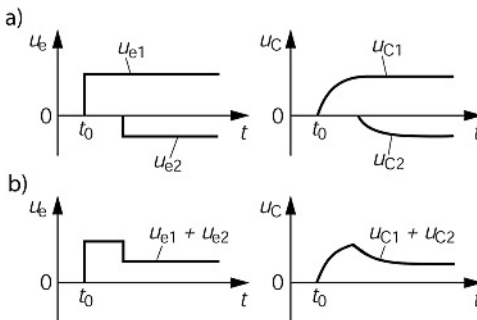


Bild 2.5 Zum Überlagerungsprinzip (Beispiel elektrische Schaltung Bild 2.2a)

a) Einzelne und b) überlagerte Spannungsverläufe



Überlagerungsprinzip: Ein Übertragungsglied (Bild 2.1) mit zwei beliebigen, auch unterschiedlichen Eingangsverläufen $u_1(t)$ und $u_2(t)$ und den zugehörigen Ausgangsverläufen $v_1(t)$ und $v_2(t)$ genügt dem Überlagerungsprinzip, soweit die Überlagerung $u_1(t) + u_2(t)$ der Eingangsverläufe einen entsprechend überlagerten Ausgangsverlauf $v_1(t) + v_2(t)$ auslöst (Bild 2.5).

Ein mathematisches Modell für das lineare, zeitinvariante Übertragungsverhalten eines LZI-Gliedes (**LZI-Modell**) mit der Eingangsgröße $u(t)$ und der Ausgangsgröße $v(t)$ ist die *lineare Differenzialgleichung mit konstanten Koeffizienten*

$$a_n v^{(n)} + a_{n-1} v^{(n-1)} + \dots + a_1 \dot{v} + a_0 v = b_0 u + \dots + b_m u^{(m)}. \quad (2.1)$$

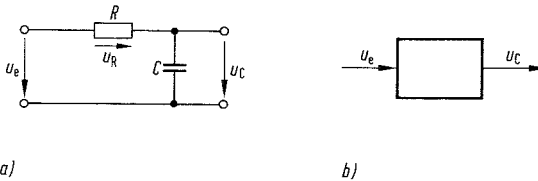
$v^{(n)}$ bedeutet die n -te Ableitung von $v(t)$ nach der Zeit. Mit n bezeichnet man die Ordnung des LZI-Gliedes. Mit diesem mathematischen Modell kann man für gegebene Anfangsbedingungen $v(t_0), \dot{v}(t_0), \dots, v^{(n-1)}(t_0)$ und gegebenen Eingangsverlauf $u(t)$ für $t > t_0$ den Ausgangsverlauf $v(t)$ für $t > t_0$ berechnen, z. B. mittels Simulationssoftware (Abschn. 2.2).¹⁾ Verstärkungs- und Überlagerungsprinzip werden erfüllt (vgl. Beispiel 2.4). Die Zeitinvarianz ist wegen der konstanten Koeffizienten gegeben. Daher kann der Anfangszeitpunkt t_0 immer in den Nullpunkt der Zeitachse verschoben, also $t_0 = 0$ gesetzt werden. Bei einer sehr genauen Modellbildung gilt für die höchsten Ableitungen $m < n$. Näherungsweise wird aber auch mit $m = n$ oder $m = n + 1$ gearbeitet (z. B. P-Glied $m = n = 0$ bzw. D-Glied $m = 1, n = 0$, Abschn. 2.8.1 bzw. 2.8.6).

Beispiel 2.4: Mathematisches Modell der elektrischen Schaltung von Bild 2.2a

Bild 2.6a zeigt ein Ersatzschaltbild, wobei die Glühlampe als idealer ohmscher Widerstand R angenommen wird. Es stellt ein RC-Netzwerk dar mit dem mathematischen Modell (Herleitung in Beispiel 2.9)

$$RC\dot{u}_C + u_C = u_e.$$

Das Modell ist vom Typ der Gl. (2.1) mit $u = u_e$, $v = u_C$, $a_1 = RC$, $a_0 = 1$ und $b_0 = 1$. Es erfüllt das Verstärkungsprinzip: Die Multiplikation mit c ergibt $a_1(c\dot{v}) + (cv) = cu$, d. h. mit cu ist die Ausgangsgröße cv . Es erfüllt auch das Überlagerungsprinzip: Die Addition der beiden Gleichungen



a)

b)

Bild 2.6 Modell für die elektrische Schaltung von Bild 2.2a

a) Ersatzschaltbild: RC-Netzwerk b) Übertragungsglied

$a_1 \dot{v}_1 + v_1 = u_1$ und $a_1 \dot{v}_2 + v_2 = u_2$ ergibt $a_1(\dot{v}_1 + \dot{v}_2) + (v_1 + v_2) = u_1 + u_2$, d. h. mit der Überlagerung von u_1 und u_2 ist die Ausgangsgröße die Überlagerung von v_1 und v_2 . Es erfüllt das Verschiebungsprinzip (ist also zeitinvariant), wenn R und C konstant sind. Man nennt diesen häufig zur

¹⁾ In einfachen Fällen kann auch eine Berechnung von Hand z. B. mittels Laplace-Transformation sinnvoll sein (Anhang A.3).

Anwendung kommenden LZI-Gliedtyp P-T₁-Glieder (Abschn. 2.8.2). Er kann hier jedoch nur bis zu einer Höchstspannung u_e angewendet werden, weil dann das Verstärkungsprinzip nicht mehr erfüllt ist (vgl. Beispiel 2.2).

Kennlinie eines LZI-Glieds

Die Signalverläufe in Bild 2.3 beginnen alle in einem **Gleichgewichtszustand** ($u_e = 0$, $u_C = 0$) und gehen nach dem Zeitpunkt t_0 in verschiedene andere Gleichgewichtszustände über. Die Menge aller Gleichgewichtszustände lässt sich grafisch als sog. **statische Kennlinie**¹⁾ eines Übertragungsglieds darstellen. Für ein LZI-Glied ergibt sich eine Gerade durch den Ursprung (Nullpunkt), wie das folgende Beispiel zeigt.

Beispiel 2.5: Elektrische Schaltung von Bild 2.2a und statische Kennlinie

In den Messkurven von Bild 2.7a sind die konstanten Werte mit dem zusätzlichen Index K bezeichnet. So ergibt sich z. B. für u_{e2K} die an der Stelle ② konstante Kondensatorspannung u_{C2K} . Genügend viele gemessene Wertepaare ergeben in einem u_{eK} - u_{CK} -Diagramm (Bild 2.7b) die statische Kennlinie (fett durchgezogen). Bis zu einer (positiven und negativen) Höchstspannung ist die Kennlinie eine Gerade durch den Ursprung. Darüber kann z. B. der Kondensator durchschlagen, woraufhin die Kondensatorspannung null wird (z. B. u_{C4K}).

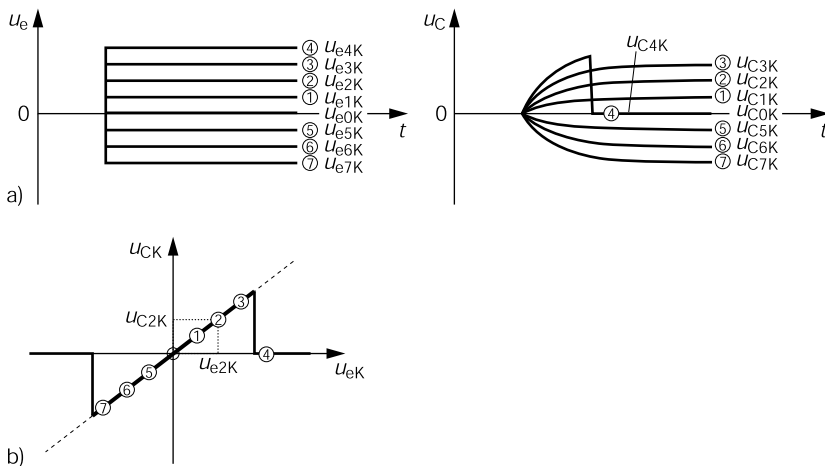


Bild 2.7 Ermittlung einer statischen Kennlinie

a) Messungen an der Schaltung b) Ermittelte statische Kennlinie

Ist ein mathematisches Modell der elektrischen Schaltung gegeben, wie z. B. das LZI-Glied $RC\dot{u}_C + u_C = u_e$ aus Beispiel 2.4, dann lässt sich die statische Kennlinie wie folgt berechnen: Wenn bei beliebigem konstanten $u_e = u_{eK}$ auch u_C konstant geworden ist ($u_C = u_{CK}$), dann wird das mathematische Modell zu $RC\dot{u}_{CK} + u_{CK} = u_{eK}$ mit $\dot{u}_{CK} = 0$ (die Ableitung einer Konstanten ist null). Somit folgt $u_{CK} = u_{eK}$ als Gleichung der statischen Kennlinie. Das ist eine Gerade durch den Ursprung des u_{eK} - u_{CK} -Koordinatensystems (Bild 2.7b), die nur im fett durchgezogenen Bereich mit den Messwerten

¹⁾ Der Zusatz „statisch“ wird üblicherweise weggelassen.

übereinstimmt, d. h. das mathematische Modell (hier das LZI-Glied) ist nur für u_e -Werte zwischen etwa u_{e7K} und u_{e3K} gültig.

Aus dem mathematischen Modell Gl. (2.1) eines LZI-Glieds ergibt sich bei $a_0 \neq 0$ die Gleichung einer **linearen Kennlinie**

$$v_K = (b_0/a_0) u_K \quad (2.2)$$

d. h. einer Geraden mit der Steigung b_0/a_0 durch den Nullpunkt eines u_K - v_K -Koordinatensystems (Herleitung vgl. Beispiel 2.5). Es folgt ein weiteres Beispiel dafür, dass das Übertragungsverhalten zwischen Größen in Geräten, Anlagen, Fahrzeugen usw. meistens in bestimmten Wertebereichen näherungsweise als linear angenommen werden kann.¹⁾

Beispiel 2.6: Füllstandsstrecke

Der Füllstand h in Bild 2.8a kann mit der Pumpenspannung u_P beeinflusst werden, wobei das Abflussventil auf eine mittlere Öffnung $A_{ab} = A_{ab0}$ fest eingestellt sei (A_{ab} freie Durchflussquerschnittsfläche). Bild 2.8b zeigt die Größen im Blockschema. Die Bildteile c und d seien an einem Labor-

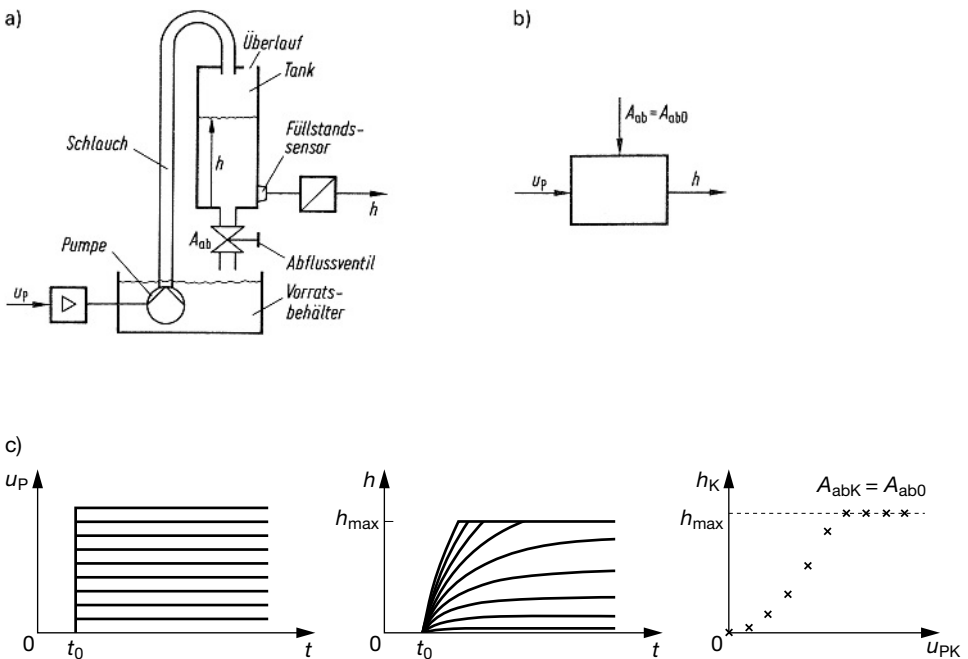


Bild 2.8 Füllstandsstrecke, Ermittlung einer statischen Kennlinie

- a) Geräteschema b) Übertragungsglied
c) Zeitverläufe d) Werte der statischen Kennlinie

¹⁾ Die in der regelungstechnischen Praxis am häufigsten verwendeten LZI-Glieder behandelt Abschn. 2.8.

aufbau gemessene Kurven: Bis zu einem Zeitpunkt t_0 sei der Tank leer ($h = 0$) und die Pumpe abgeschaltet ($u_P = 0$). Ausgehend von diesem Gleichgewichtszustand wird die Pumpenspannung u_P auf verschiedene konstante Werte geschaltet, woraufhin jeweils einige Zeit vergeht, bis der Füllstand h angestiegen und konstant geworden ist. h_{\max} ist der wegen Überlauf größtmögliche Füllstand. Die Kurven zeigen, dass das Verstärkungsprinzip nicht erfüllt ist, weil die statische Kennlinie keine Gerade ist. Das Übertragungsglied von Bildteil b ist also nichtlinear. Kann man sich jedoch bei Berechnungen auf kleine Wertebereiche beschränken, wie z. B. bei einer Regelung des Füllstandes auf einen kleinen Bereich um einen Sollwert h_S , dann kann die Krümmung der Kennlinie in diesem Bereich meist vernachlässigt und ein einfaches LZI-Glied verwendet werden (Herleitung in Beispiel 2.13).

2.2 Wirkungsplan und grafische Simulationsprogramme

Ein **Wirkungsplan**¹⁾ ist eine grafische Darstellung der wirkungsmäßigen Zusammenhänge zwischen physikalischen Größen z. B. in Geräten, Anlagen oder Fahrzeugen. Er besteht wie das in Abschn. 1.2 eingeführte Blockschema aus Wirkungslinien (Pfeilen), Blöcken (Rechtecken), Additionsstellen (Kreisen) und Verzweigungsstellen (Punkten) (Bild 2.9).

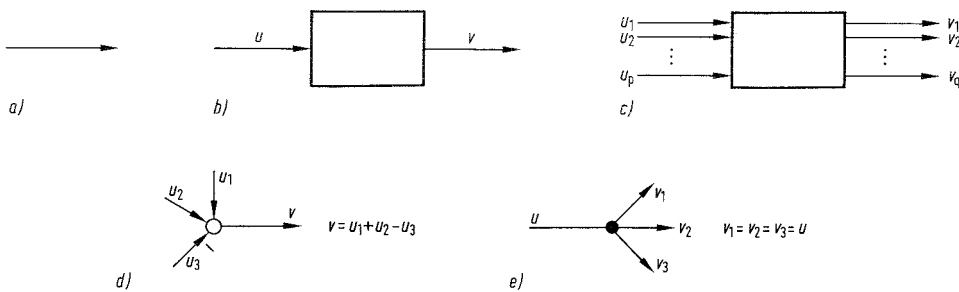


Bild 2.9 Grundelemente eines Wirkungsplanes

- a) Wirkungslinie b) Block mit einer Eingangs- und einer Ausgangsgröße
c) Block allgemein d) Additionsstelle e) Verzweigungsstelle

Jeder Block stellt ein **Übertragungsglied** dar (Bild 2.1), dessen Übertragungsverhalten im Rechteck angegeben werden soll. Dies kann z. B. ein mathematischer Ausdruck (mathematisches Modell), ein Zeitdiagramm, eine statische Kennlinie oder auch ein Wirkungsplan sein (vgl. z. B. Bild 2.11a und b).

Der Weg über ein Blockschema zum Wirkungsplan erleichtert die mathematische Modellbildung, weil zunächst eine an den Funktionseinheiten von Gerät, Anlage oder Fahrzeug orientierte Aufteilung in rückwirkungsfrei verknüpfte Blöcke vorgenommen wird (vgl. Beispiele in Abschn. 1.4) und dann mathematische Ausdrücke für die einzelnen Blöcke ermittelt werden.

¹⁾ Auch (aber nicht normgemäß) Wirkplan, Signalflussplan oder Strukturbild.

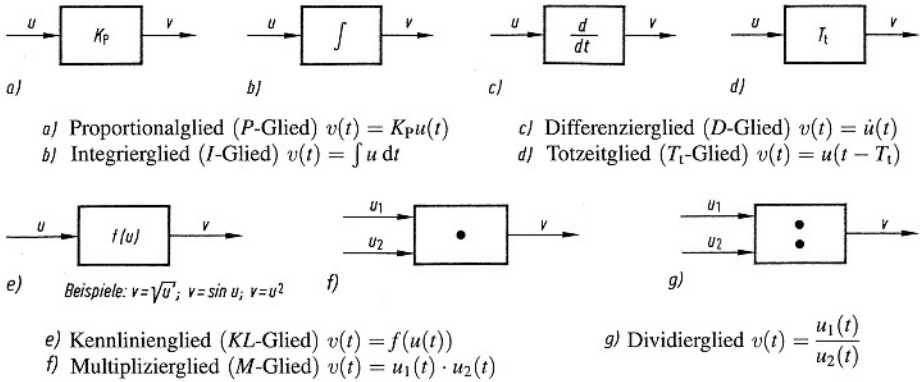


Bild 2.10 Elementare Übertragungsglieder: a)–d) linear, e)–g) nichtlinear

Umgekehrt kann jeder mathematische Ausdruck grafisch als Wirkungsplan dargestellt und ohne spezielle Programmierkenntnisse zur digitalen Simulation verwendet werden. Dazu sind nur wenige elementare Übertragungsglieder erforderlich (Bild 2.10), wie die folgenden Beispiele zeigen.

Beispiel 2.7: RC-Netzwerk als Wirkungsplan

Als mathematisches Modell sei die in den Block des Bildes 2.11a eingetragene Differenzialgleichung aus Beispiel 2.4 gegeben. Wenn man nach der höchsten Ableitung der Ausgangsgröße auflöst, $\dot{u}_C = -\frac{1}{RC} u_C + \frac{1}{RC} u_e$, dann kann man von der Ausgangsgröße u_C her nach rückwärts (entgegen der Wirkungsrichtung) ein I-Glied zeichnen (Bild 2.11b), so dass \dot{u}_C als dessen Eingangsgröße erscheint. \dot{u}_C ist nun gemäß umgestellter Differenzialgleichung die Summe der zwei Terme auf der rechten Seite. Dazu wird eine Additionsstelle (Bild 2.9d) eingezeichnet, wobei ein Summand ein negatives Vorzeichen hat. Die beiden Summanden bestehen jeweils aus dem Produkt einer Konstanten mit einer Variablen. Dazu werden P-Glieder (Bild 2.10a) mit dem Faktor $1/RC$ eingezeichnet. Die Variable u_C im ersten Summanden wird mittels einer Verzweigungsstelle (Bild 2.9e) von der schon vorhandenen u_C -Wirkungslinie abgezweigt, während die Variable u_e im zweiten Summanden eine von außen vorgegebene Eingangsgröße ist. Umgekehrt kann man die Differenzialgleichung aus dem Wirkungsplan zurückgewinnen, indem man mit der Eingangsgröße des I-Gliedes beginnt: $\dot{u}_C = \dots$. Dabei führen die Bilder 2.11b und c auf die gleiche Differenzialgleichung: $\dot{u}_C = \frac{1}{RC} (-u_C + u_e) = -\frac{1}{RC} u_C + \frac{1}{RC} u_e$. D. h. ein Wirkungsplan kann umgeformt werden, ohne dass das Übertragungsverhalten zwischen Eingangs- und Ausgangsgröße verändert wird.¹⁾

Bildteil d zeigt die Verwendung des Wirkungsplanes aus c in einem grafischen Simulationsprogramm (Matlab/Simulink). Darin wird das I-Glied standardmäßig mit seiner Übertragungsfunktion $1/s$ beschriftet (vgl. Abschn. 2.8.5). Das P-Glied wird in Anlehnung an ein Verstärkersymbol als Dreieck dargestellt. Das stufenförmige Eingangssignal u_e wird mit einem Signalgenerator und der Anfangswert $u_C(0)$ im I-Glied vorgegeben. Die Signalausgabe erfolgt über die mit u_e bzw. u_C be-

¹⁾ Die Umformungsregeln von Wirkungsplänen werden in Abschn. 2.6.2 behandelt.

schrifteten Oszilloskop-Blöcke. Die Ergebnisfenster zeigen u_e und u_C nach Einschalten von u_e auf 1 V ($R = 1 \text{ k}\Omega$, $C = 100 \text{ }\mu\text{F}$). In der Begleitsoftware kann z. B. R variiert werden.

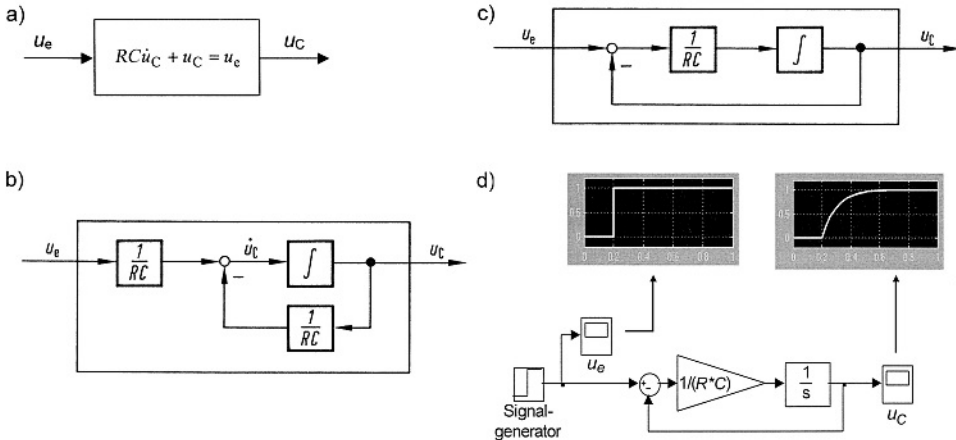


Bild 2.11 Übertragungsverhalten eines RC-Netzwerks

- a) Differenzialgleichung b) Wirkungsplan
c) Alternativer Wirkungsplan d) Simulink-Programm mit Ergebnisfenstern



Beispiel 2.8: Fliehkraftpendel als Wirkungsplan

Das Fliehkraftpendel (Bild 2.12a) wurde in früheren Zeiten (und heute noch in Experimentierbaukästen) z. B. zur Drehzahlregelung von Dampfmaschinen verwendet. Dabei interessiert das Übertragungsverhalten von der Drehzahl ω zur Pendelauslenkung φ (Bildteil b). Ist die Drehzahl null, dann hängt das Pendel nach unten, also $\varphi = 0^\circ$. Steigt die Drehzahl an, dann wächst die Pendelauslenkung bis höchstens $\varphi \approx 90^\circ$. Ein mathematisches Modell ist (Herleitung in Beispiel 2.12):

$$\ddot{\varphi} = \omega^2 \left(\frac{r_P}{l} \cos \varphi + \frac{1}{2} \sin 2\varphi \right) - \frac{g}{l} \sin \varphi - \frac{c_R}{ml^2} \dot{\varphi}.$$

(g Erdbeschleunigung, c_R Reibungskonstante, übrige Größen in Bild 2.12a)

Die Differenzialgleichung ist bereits nach der höchsten Ableitung der Ausgangsgröße φ aufgelöst. Damit kann man – wie im vorherigen Beispiel – von der Ausgangsgröße φ her im vorliegenden Fall zwei I-Glieder zeichnen, so dass die Eingangsgröße des ersten I-Gliedes $\ddot{\varphi}$ ist (Bild 2.12c). $\ddot{\varphi}$ setzt sich aus drei Summanden zusammen (Additionsstelle). Die Bildung der Sinusfunktion und das Quadrieren von ω erfolgt mit dem Kennlinienglied aus Bild 2.10e. Ferner kommt das Multiplizierglied (Bild 2.10f) zur Anwendung, weil zwei variable Terme (ω^2 und die Klammer) zu multiplizieren sind (Multiplikation mit einer Konstanten wird dagegen mittels P-Glied gemäß Bild 2.10a dargestellt). Bei nichtlinearen Rechenoperationen ist auf die Reihenfolge zu achten. Zur Verdeutlichung sind in Bild 2.12c einige interne Wirkungslinien beschriftet. Im Simulink-Programm (Bildteil d) wurde von der Möglichkeit Gebrauch gemacht, Additionsstellen auch als Rechtecke darzustellen. Das Simulationsergebnis zeigt die Reaktion von φ in Grad auf eine schnelle Erhöhung der Drehzahl ω von null auf $\hat{\omega} = 12 \text{ rad/s}$ (Zahlenwerte: $l = 10 \text{ cm}$, $r_P = 1 \text{ cm}$, $m = 0,5 \text{ kg}$, $c_R = 0,05 \text{ Nms}$).

In den Blockkatalogen grafischer Simulationsprogramme sind neben elementaren auch häufig vorkommende zusammengesetzte Blöcke verfügbar, die lediglich noch mit ge-

wünschten Parameterwerten zu versehen sind. Werden umfangreiche grafische Programme zu unübersichtlich, dann können z. B. Teile davon zu neuen Blöcken zusammengefasst und auch benutzereigene Blockkataloge angelegt werden.

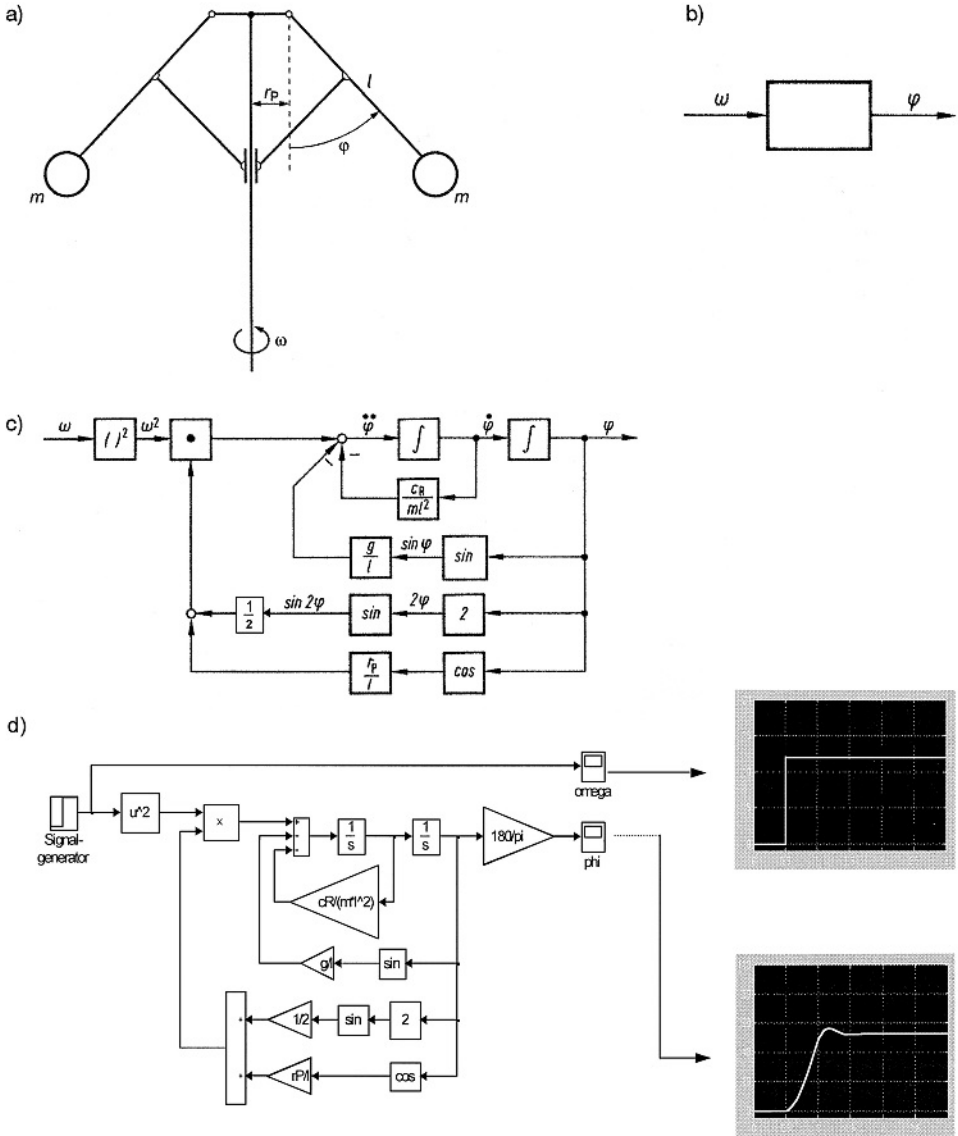


Bild 2.12 Übertragungsverhalten eines Fliehkraftpendels

- a) Geräteschema b) Übertragungsglied
c) Wirkungsplan d) Simulink-Programm mit Ergebnisfenstern