

Inhaltsverzeichnis

1. Die Lorentzgruppe und Felder	1
1.1 Die Lorentzgruppe	1
1.1.1 Lorentztransformation	2
1.1.2 Infinitesimale Lorentztransformationen	4
1.2 Felder und entsprechende Darstellungen der Lorentzgruppe	4
1.2.1 Die Lorentztransformation der Felder	5
1.2.2 Darstellungen der Lorentzgruppe	6
1.2.3 $SL(2, C)$ -Spinor	7
1.2.4 Rechnen mit Spinoren	8
1.3 Das Noethertheorem	12
1.3.1 Das Noethertheorem	13
1.3.2 Der Energie-Impuls-Tensor	14
1.3.3 Der Drehimpulstensor	14
1.3.4 Die Nicht-Eindeutigkeit des Noetherstroms	15
1.3.5 Klassische und feldtheoretische Symmetrietransformationen	15
1.4 Die Wirkung des skalaren Feldes	17
1.4.1 Das neutrale skalare Feld	18
1.4.2 Komplexes skalares Feld	19
1.4.3 $O(N)$ - $\lambda\varphi^4$ -Modell	20
1.5 Das Wirkungsintegral des Spinorfeldes	21
1.5.1 Kinetischer Term	21
1.5.2 Massenterm	22
1.5.3 Der Diracspinor	23
1.5.4 Ladungskonjugation C	25
1.5.5 Der Majoranaspinor	26
1.5.6 Beispiel für ein Modell mit Wechselwirkungsterm	26
1.6 Das $U(1)$ -Eichfeld: Elektromagnetismus	27
1.6.1 Lokale Eichtransformationen	28
Aufgaben	30

2. Die Quantisierung der Felder	33
2.1 Die Quantisierung des freien skalaren Feldes	33
2.2 Die Quantisierung des freien Diracfeldes	39
2.2.1 Vollständiges Lösungssystem der Diracgleichung	40
2.3 Die Paritätstransformation und das Weylfeld	47
2.3.1 Die Paritätstransformation	47
2.3.2 Das Weylfeld	49
2.4 Die Zeitumkehrtransformation und das <i>CPT</i> -Theorem	51
2.4.1 Ladungskonjugation $\mathcal{C}$	51
2.4.2 Die Paritätstransformation $\mathcal{P}$	52
2.4.3 Die Zeitumkehrtransformation $\mathcal{T}$	53
2.4.4 <i>CPT</i> -Theorem	55
2.4.5 Die Existenz des Antiteilchens und seine Eigenschaften	56
Aufgaben	57
3. Grundlagen der Wechselwirkung und die <i>S</i>-Matrix	59
3.1 Bedingungen für ein physikalisches Spektrum	59
3.1.1 Spektrumsbedingungen	59
3.1.2 Spektraldarstellung	60
3.2 Die <i>S</i> -Matrix und die asymptotische Bedingung	64
3.2.1 Die <i>S</i> -Matrix	66
3.3 Die LSZ-Gleichung und die Haag-GLZ-Gleichung	69
Aufgaben	74
4. Pfadintegral und Störungstheorie	77
4.1 Das Pfadintegral in der Quantenmechanik	77
4.1.1 Pfadintegralformel im Phasenraum	77
4.1.2 Weyltransformation	79
4.1.3 Das Pfadintegral im Ortsraum	81
4.2 Das Pfadintegral in der Feldtheorie	84
4.2.1 Pfadintegralformel für Greenfunktionen	85
4.2.2 Das Erzeugende der Greenfunktion	86
4.2.3 Die $-i\epsilon$ -Methode und Randbedingungen	87
4.2.4 Pfadintegral in euklidischer Metrik	89
4.2.5 Entsprechung mit der thermodynamischen Zustandssumme	90
4.3 Störungsrechnung	92
4.3.1 Vakuumpolarisation und zusammenhängende Feynmangraphen	98
4.3.2 Feynmanregeln	99
4.3.3 Das zeitgeordnete Produkt T und T^*	101
4.4 Das Pfadintegral eines Spinorfeldes	102
4.4.1 Integration von Grassmannvariablen	103
4.4.2 Kohärenter Fermionenzustand	106

4.4.3	Das Pfadintegral des Diracfeldes	107
4.4.4	Das erzeugende Funktional der Greenfunktionen.....	108
4.5	Die effektive Wirkung und das effektive Potential.....	110
4.5.1	Ein-Teilchen-irreduzible (1PI)-Funktionale	111
4.5.2	Physikalische Interpretation der effektiven Wirkung...	114
4.5.3	Bestimmung der effektiven Wirkung und des effektiven Potentials	117
4.5.4	Das effektive Potential bis Ein-Schleifen-Ordnung.....	120
4.5.5	Entwicklung nach Schleifen-Graphen	121
4.6	Das erzeugende Funktional der S -Matrix und der Streuquerschnitt	122
4.6.1	Das erzeugende Funktional der S -Matrix	122
4.6.2	Der invariante Streuquerschnitt	124
4.6.3	Der Wirkungsquerschnitt	126
4.6.4	Zerfallswahrscheinlichkeit	128
	Aufgaben	129
5.	Eichtheorie	133
5.1	Lokale Eichinvarianz	133
5.1.1	Innere Symmetrien und deren Gruppenstruktur	133
5.1.2	Lokale Eichtransformationen	136
5.1.3	Eichinvariante Lagrangedichte	139
5.1.4	Quantenchromodynamik (QCD).....	140
5.2	Quantisierung singulärer Systeme.....	142
5.2.1	Primäre und sekundäre Einschränkungen	143
5.2.2	Nebenbedingungen zweiter Klasse	146
5.2.3	Quantisierung eines Systems mit Nebenbedingungenzweiter Klasse	149
5.2.4	Nebenbedingungen erster Klasse.....	151
5.3	Quantisierung der Eichtheorie mit Pfadintegralmethoden	153
5.3.1	Nebenbedingungen	153
5.3.2	Quantisierung.....	155
5.3.3	Faddev-Popov-Matrix	157
5.3.4	Faddev-Popov-Geister.....	160
5.4	BRS-Symmetrie	162
5.4.1	BRS-Transformation	162
5.4.2	Einführen eines Eichterms in die Lagrangedichte	164
5.5	Kanonische Quantisierung des Eichfeldes: Kovariante Operatorgleichung	165
5.5.1	Kanonische Quantisierung	166
5.5.2	BRS-Ladung.....	168
5.5.3	Auswahl des physikalischen Teils des Fockraumes	170
5.5.4	„Maxwell-Gleichung“	173
5.5.5	FP-Konjugation und Anti-BRS-Symmetrie	174

5.6	Die Ward-Takahashi-Identitäten und asymptotische Felder ...	175
5.6.1	Ward-Takahashi-Identitäten	175
5.6.2	Die Quantisierung der freien Felder	178
5.6.3	Störungstheoretisch auftretende asymptotische Felder .	181
5.7	Die Feynmanregeln der Eichtheorie und ein einfaches Rechenbeispiel	184
5.7.1	Feynmanregeln	184
5.7.2	Ein einfaches Rechenbeispiel	187
5.7.3	Die S -Matrix und WT-Identitäten	195
5.8	Die Unitarität der physikalischen S -Matrix, Teil I	198
5.8.1	Darstellungen von asymptotischen Feldern	200
5.8.2	Die BRS-Transformation asymptotischer Felder	204
5.9	Die Unitarität der physikalischen S -Matrix, Teil II	208
5.9.1	Die Quartettstruktur der Darstellung der BRS-Algebra	208
5.9.2	Darstellungen der BRS-Algebra	208
5.9.3	Die Metrik der BRS-Quartetts	211
5.9.4	Einfaches Quartett	212
5.9.5	Quartettstruktur und Unitarität	213
5.10	Beobachtbare Größen	217
5.10.1	Oberservablen	218
5.10.2	Die Farbladung beobachtbarer Größen	219
5.10.3	Lokal eichinvariante Größen	222
5.11	Die Eichinvarianz der physikalischen S -Matrix	223
5.11.1	Die Abhängigkeit der Greenfunktionen von der Eichung	223
5.11.2	Die Unabhängigkeit der S -Matrix von der Eichung ...	227
5.11.3	Der Erwartungswert von observablen Operatoren	228
	Aufgaben	229
6.	Spontane Symmetriebrechung	233
6.1	Das Nambu-Goldstone-Theorem	233
6.1.1	Wignerphase	233
6.1.2	Nambu-Goldstone-Phase	234
6.2	Zwei Modelle für spontane Symmetriebrechung	240
6.2.1	Das Nambu-Goldstone-Modell	240
6.2.2	Nambu-Goldstone-Theorem: Alternativer Beweis	243
6.2.3	Nambu-Jona-Lasinio-Modell	244
6.3	Das Nambu-Goldstone-Teilchen und das Niederenergiethem	251
6.3.1	Die chirale $U(n)_L \times U(n)_R$ -Symmetrie	251
6.3.2	Die Goldberger-Treiman-Gleichung	253
6.3.3	Pion-Nukleon-Streuung	254

6.4	Nichtlineare Darstellungen von Nambu-Goldstone-Teilchen . . .	258
6.4.1	Nichtlineare Lagrangedichte von Nambu-Goldstone-Bosonen	258
6.4.2	Wechselwirkung mit Materiefeldern	263
6.4.3	Kopplung an das Eichfeld	264
6.4.4	Das Nambu-Goldstone-Feld auf der $\mathcal{G}/\mathcal{H}$ -Mannigfaltigkeit	264
6.4.5	Invarianz der S -Matrix unter Umparametrisierung des Nambu-Goldstone-Feldes	265
6.5	Der Higgsmechanismus	266
6.5.1	Das Higgsmodell	267
6.5.2	Renormierbare Eichung	269
6.5.3	Der Higgsmechanismus in kovarianter Eichung	270
6.5.4	Das $SU(2)$ -Higgs-Kibble-Modell	273
6.5.5	Allgemeiner Fall	275
6.6	Das Umkehrtheorem im Higgsmechanismus und Color-Confinement	276
6.6.1	Der Umkehrschluß beim Higgsmechanismus	276
6.6.2	Color-Confinement	281
6.7	Das Weinberg-Salam-Modell	284
6.7.1	Die $SU(2)_w \times U(1)_Y$ -Eichgruppe	284
6.7.2	Eichfeld- und Higgsfeldanteil der Theorie	286
6.7.3	Der leptonische Sektor	288
6.7.4	Kopplung an den Quarksektor	291
6.7.5	GIM-Struktur	293
6.7.6	Anomalie	298
6.7.7	Die Universalität der elektrischen Ladung	300
	Aufgaben	303
7.	Renormierung	307
7.1	Dimensionale Regularisierung	307
7.1.1	Pauli-Villars-Regularisierung	307
7.1.2	Dimensionale Regularisierung	308
7.2	Berechnung von Schleifen-Diagrammen und multiplikative Renormierung	311
7.2.1	Die Selbstenergie des Fermions	311
7.2.2	Die Selbstenergie des Bosons	316
7.2.3	Dreipunktfunktionen	318
7.2.4	Multiplikative Renormierung	321
7.3	BPHZ-Renormierung	324
7.3.1	Wie divergent sind Feynmangraphen?	325
7.3.2	BPHZ-Renormierung	328
7.3.3	Konvergenz der renormierten Feynmandiagramme	332
7.3.4	Renormierung und Symmetrien	333

7.4	Multiplikative Renormierung der Eichtheorie	334
7.4.1	Ward-Takahashi(WT)-Identitäten	335
7.4.2	Formulierung des Problems der Renormierbarkeit	336
7.4.3	Beweis der Renormierbarkeit	338
7.5	Von der Masse unabhängige Renormierung	347
7.5.1	Massenunabhängige Renormierung	348
7.5.2	Die Renormierung der effektiven Wirkung	351
7.5.3	Die infrarote Regularisierung des Massenterms	353
	Aufgaben	357
8.	Die Renormierungsgruppe	
	und die Operatorproduktentwicklung	359
8.1	Die Renormierung zusammengesetzter Operatoren	
	und die Operatorproduktentwicklung	359
8.1.1	Definition zusammengesetzter Operatoren	359
8.1.2	Interpretation der Renormierung	
	zusammengesetzter Operatoren	363
8.1.3	Ward-Takahashi-Identitäten	
	und Bewegungsgleichungen	365
8.1.4	Operatorproduktentwicklung	367
8.2	Die Renormierungsgruppe	375
8.2.1	Die RGG von Gell-Mann und Low	376
8.2.2	Callan-Symanzik-Gleichung	377
8.2.3	Massenunabhängige Renormierung	
	und homogene RGG	379
8.3	Die Renormierungsgruppe und das Skalengesetz	382
8.3.1	Die Lösung	
	der homogenen Renormierungsgruppen-Gleichung	382
8.3.2	Nullstellen der β -Funktion	
	und asymptotisches Verhalten von Γ^n	384
8.3.3	Berechnung der β - und γ -Funktionen	
	in $\lambda\phi^4$ -Theorie und Eichtheorie	388
8.3.4	Anomalie bei der Skaleninvarianz	393
8.3.5	Die RGG in Wilsons Operatorproduktentwicklung	396
	Aufgaben	400
9.	Anomalie	403
9.1	Anomalie und BRS-Symmetrie	403
9.1.1	Nicht-eichinvariante Regularisierung	403
9.1.2	Anomalie bei der Renormierung	405
9.1.3	Anomalie: Algebraischer Standpunkt	410
9.2	Berechnung der Anomalie	
	und geometrische Interpretation	418
9.2.1	Anomalie und Verletzung der Stromerhaltung	418
9.2.2	Berechnung der Ein-Schleifen-Graphen	419

9.2.3	Die Nichterhaltung des Stroms	425
9.2.4	Allgemeine Bedingungen für Anomaliefreiheit	428
9.2.5	Fujikawa-Methode	430
9.2.6	Die topologische Interpretation von Anomalie	435
9.3	Anomalie und Nambu-Goldstone-Bosonen	437
9.3.1	Wess-Zumino-Witten-Lagrangedichte	437
9.3.2	Experimentelle Messung der Anomalie	444
9.3.3	Anomalie: Weitere Gesichtspunkte	448
	Aufgaben	449
Anhang		451
A.	Notation von Vierervektoren, Diracspinor	451
A.1	Notation von Vierervektoren	451
A.2	Die Gamma-Matrizen in vier Dimensionen	451
A.3	Diracspinor	453
B.	$n = 2k$ -dimensionale Lorentzgruppe, $SO(1, n - 1)$ -Spinor	454
B.1	Clifford Algebra C	454
B.2	Ladungstransformationsmatrix C	454
B.3	Chirale Projektionsoperatoren $P_{\pm}$	455
B.4	Fierz-Transformation	455
B.5	Total antisymmetrischer Tensor	456
B.6	Spuren von γ -Matrizen	456
C.	Integraltablelle für Feynmangraphen	457
C.1	Feynman-Parametrisierung	457
C.2	Dimensionale Regularisierung	458
C.3	Gamma-Funktion	458
D.	Formelsammlung für Matrizen/Operatoren	459
D.1	Ähnlichkeitstransformation	459
D.2	Baker-Campbell-Hausdorff-Formel	459
D.3	Infinitesimale Transformation	459
D.4	Matrizen	460
D.5	Erzeugungs-/Vernichtungsoperatoren	460
D.6	Wicktheorem	460
E.	Mathematischer Anhang	461
E.1	Äußeres Produkt	461
E.2	Differentialgleichungen auf Mannigfaltigkeiten	464
	Lösungshinweise zu den Aufgaben	473
	Literaturverzeichnis	509
	Sachverzeichnis	515