

# Schriftenreihe aus dem Institut für Strömungsmechanik

Herausgeber

J. Fröhlich, R. Mailach

Institut für Strömungsmechanik

Technische Universität Dresden

D-01062 Dresden

Band 37



Philip Magin

# Probabilistische Analyse eines Hochdruckverdichters bei Streuung der Geometrie und Betriebsbedingungen

**TUD***press*  
2023

Die vorliegende Arbeit wurde am 13. Januar 2022 an der Fakultät Maschinenwesen der Technischen Universität Dresden als Dissertation eingereicht und am 11. Januar 2023 erfolgreich verteidigt.

This work was submitted as a PhD thesis to the Faculty of Mechanical Science and Engineering of TU Dresden on 13 January 2022 and successfully defended on 11 January 2023.

Gutachter | Reviewers

1. Prof. Dr.-Ing. habil. Ronald Mailach, TU Dresden
2. Prof. Dr.-Ing. Heinz-Peter Schiffer, TU Darmstadt

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek  
The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche  
Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the  
Internet at <http://dnb.d-nb.de>.

ISBN 978-3-95908-304-1

© 2023 TUDpress  
bei Thelem Universitätsverlag  
und Buchhandlung GmbH & Co. KG  
Dresden und München  
[www.tudpress.de](http://www.tudpress.de)

Alle Rechte vorbehalten. | All rights reserved.  
Gesetzt vom Autor. | Typeset by the author.  
Printed in Germany.

## **Vorwort**

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Doktorand bei der MTU Aero Engines AG in München.

Ich bedanke mich herzlich bei Prof. Mailach für die Übernahme der Betreuung dieser Industriepromotion sowie die regelmäßigen Rücksprachen während und auch nach der Doktorandenzeit. Außerdem bedanke ich mich bei Prof. Schiffer für die Übernahme des Zweitgutachtens. Ein weiterer Dank gebührt den Mitgliedern der Promotionskommission, angefangen bei Prof. Gude für die Leitung, bei Prof. Fröhlich sowie bei Prof. Bocklisch für die Vervollständigung der Kommission. Auch für die thematische Betreuung durch sowie die zahlreichen Diskussionen mit Dr. Matthias Voigt bedanke ich mich recht herzlich.

Ein äußerst großes Dankeschön gebührt meinem Kollegen Dr. Florian Danner, der mich während der Durchführung der Arbeit sowohl fachlich wie auch persönlich immer wieder zum Weiternachen, Verbessern und Hinterfragen meiner Ergebnisse ermutigt und motiviert hat.

Nicht unerwähnt bleiben dürfen die Kollegen Nagel, Mann, Brignole, Elorza-Gomez und Prots für Diskussionen, Ratschläge und Kritik, die meine Arbeit immer wieder verbessert haben. Ebenso gebührt Dank an meinen ehemaligen Chef Hr. Breuer für das Vertrauen in mich, die Arbeit in die Tat umzusetzen.

Neben allen Kollegen darf meine Familie nicht unerwähnt bleiben. Ein Dankeschön geht an meine Eltern, die mir Studium, Auslandsaufenthalt und Praktikum ermöglicht sowie mich immer bei meinen Entscheidungen unterstützt haben.

Zu guter Letzt bedanke ich mich bei meiner Ehefrau Anja für den Rückhalt, das Verständnis und das Aushalten von gelegentlicher schlechter Laune, die bei der Erstellung einer Doktorarbeit leider nicht ausbleiben. Danke.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>IX</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation . . . . .	1
1.2 Wissenschaftliche Zielsetzung der Arbeit . . . . .	3
1.3 Struktur der Arbeit . . . . .	4
<b>2 Modellierung von Hochdruckverdichtern unter Unsicherheit</b>	<b>7</b>
2.1 Benennung der Triebwerksebenen . . . . .	7
2.2 Geometrische Beschreibungsansätze für Schaufeln . . . . .	8
2.2.1 Profilgestaltung durch parametrische Bézier-Kurven . . . . .	8
2.2.2 NACA-Parametrisierung . . . . .	11
2.2.3 Anwendungsfälle und Studien zu Geometriestreuung in der Literatur . . . . .	12
2.3 Vermessung realer Schaufeln . . . . .	14
2.3.1 Taktile Vermessung . . . . .	14
2.3.2 Optische Vermessung . . . . .	15
2.4 Aerodynamische Charakterisierung von Hochdruckverdichtern . . . . .	16
2.4.1 Arbeitsumsetzung und Verlustbeiwert von Verdichterschaufeln . . . . .	16
2.4.2 Auswirkungen streuernder Betriebsbedingungen . . . . .	18
2.4.3 Numerische Strömungssimulation . . . . .	21
2.5 Aeroelastische Charakterisierung von Hochdruckverdichtern . . . . .	21
2.5.1 Schwingungsfähige Systeme . . . . .	22
2.5.2 Selbsterregte Schwingungen von Verdichterschaufeln bei instationären Druckstörungen (Flattern) . . . . .	23
2.6 Probabilistische Methoden in der Verdichterauslegung . . . . .	25
2.6.1 Stochastische Variablen . . . . .	25
2.6.2 Statistische Maße von stochastischen Variablen . . . . .	26
2.6.3 Anpassungstests . . . . .	26
2.6.4 Beschreibung von Verteilungen mit Histogramm und Kernel-Density-Estimation	28
2.6.5 Probabilistische Bewertungsverfahren . . . . .	29
2.6.6 Metamodelle . . . . .	31
2.6.7 Bestimmung von Sensitivitäten . . . . .	33
2.6.8 Einsatz von probabilistischen Methoden in der Auslegung von Turbomaschinen	34
2.7 Zusammenfassung . . . . .	35
<b>3 Beschreibung des Anwendungsfalls</b>	<b>37</b>
3.1 Geometrische Modifikationen der Simulationsmodelle innerhalb der Studien . . . . .	37
3.1.1 Erstellung der Schaufelgeometrien . . . . .	38
3.1.2 Anpassung der Leitschaufelstellung . . . . .	38

---

3.2	Numerische Modelle . . . . .	39
3.2.1	Strömungsmechanisches Modell . . . . .	39
3.2.2	Methodik zur Aufprägung von Änderungen in den Randbedingungen . . . . .	41
3.2.3	Strukturmechanisches und aeroelastisches Modell . . . . .	42
3.3	Propagierung der Unsicherheiten . . . . .	43
<b>4</b>	<b>Datenakquise</b>	<b>45</b>
4.1	Streuung der Betriebsbedingungen . . . . .	45
4.1.1	Monte-Carlo-Simulation des Triebwerkes . . . . .	45
4.1.2	Korrelationsanalyse der Randbedingungen . . . . .	46
4.2	Geometrische Fertigungsstreuung . . . . .	48
4.2.1	Beschreibung des Analyseprozess . . . . .	48
4.2.2	Profilparametrik und Mapping taktiler Messdaten . . . . .	50
4.2.3	Geometriestreuung innerhalb einer Blisk . . . . .	54
4.2.4	Fehlerabschätzung von Mapping und Parameterreduktion . . . . .	70
4.2.5	Geometriestreuung innerhalb mehrerer Blisken einer Rotorreihe . . . . .	75
4.2.6	Geometriestreuung innerhalb mehrerer Blisken verschiedener Rotorreihen . . . . .	78
<b>5</b>	<b>Validierung der Parametrik</b>	<b>81</b>
5.1	Synthese gefräster Bauteile . . . . .	81
5.1.1	Geometrische Güte der Synthese . . . . .	83
5.1.2	Vergleich der aerodynamischen Kennwerte . . . . .	84
5.1.3	Vergleich der strukturmechanischen sowie aeroelastischen Kennwerte . . . . .	85
5.2	Synthese geschmiedeter Bauteile . . . . .	87
5.2.1	Geometrische Güte der Synthese . . . . .	87
5.2.2	Vergleich der aerodynamischen Kennwerte . . . . .	88
<b>6</b>	<b>Robustheitsbewertung eines gefrästen Rotors</b>	<b>91</b>
6.1	Aerodynamische Robustheit eines Rotors . . . . .	91
6.1.1	Prozessübersicht Aerodynamik . . . . .	91
6.1.2	Abstraktionsmöglichkeiten des Modells und Übersicht der Studien . . . . .	93
6.1.3	Einfluss der vorgegebenen WahrscheinlichkeitsdichteVerteilung . . . . .	96
6.1.4	Einfluss der radialen Parametrisierung . . . . .	102
6.1.5	Vergleich mit den Auswirkungen der zulässigen Toleranzen . . . . .	105
6.2	Aeroelastische Robustheit gegenüber Flattern . . . . .	109
6.2.1	Prozessübersicht Aeroelastik . . . . .	110
6.2.2	Aeroelastik Prozessstudie . . . . .	112
<b>7</b>	<b>Robustheitsbewertung eines Hochdruckverdichters</b>	<b>119</b>
7.1	Geometriestreuung im Mehrstuifenverbund . . . . .	119
7.1.1	Radiale Parametrisierung im Mehrstuifenverbund . . . . .	120

7.1.2	Aerodynamische Auswirkungen generischer Geometriestreuung innerhalb der Bauteiltoleranzen . . . . .	123
7.2	Streuung der Betriebsbedingungen . . . . .	128
7.3	Streubreite im Vergleich zum deterministisch ausgelegten Betriebsbereich . . . . .	131
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>137</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>141</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>155</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>159</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>161</b>
A.1	Ergänzende Informationen zur Datenerhebung . . . . .	161
A.2	Vervollständigende Ergebnisse der Aerodynamik-Studien . . . . .	161
A.2.1	Erklärung des negativen Korrelationskoeffizienten zwischen den Streuungen von Staffelungswinkel und Umlenkung . . . . .	162
A.2.2	Einfluss der radialen Parametrisierung im Mehrstufenverbund . . . . .	164
A.2.3	Einfluss der Toleranzen und Fertigungsstreuung im Mehrstufenverbund . . . . .	166
A.2.4	Einordnung der Verlustpolaren von Stator 1 und 2 . . . . .	167



# Symbolverzeichnis

## Abkürzungen

AD-Test	Anderson-Darling Anpassungstest
ADP	Aerodynamischer Design Punkt
BK	Brennkammer
Blisk	Integral gefertigte Schaufeln (engl. Blade integrated Disk)
CDF	Kumulative Wahrscheinlichkeitsverteilung (engl. Cumulative Density Function)
CFD	Numerische Strömungssimulation, Computational Fluid Dynamics
CoD	Bestimmtheitsmaß (engl. Coefficient of Determination)
CoI	Coefficient of Importance
const.	Konstante Größe
Cov	Kovarianz (engl. Covariance)
CT	Computed Tomographie
det	Determinante
EO	Engine Order
FEM	Finite Elemente Methode
FG	Freiheitsgrade
FS	Fertigungsstreuung
HDT	Hochdruckturbine
HDV	Hochdruckverdichter
IATA	International Air Transport Association
IQR	Interquartilabstand (engl. Inter Quartile Range)
ISA	Internationale Standardatmosphäre (engl. International Standard Atmosphere)
KDE	Kerndichteschätzer (engl. kernel density estimation)
KK	Konstruktionskegel
KMM	Koordinaten-Messmaschine
KS-Test	Kolmogorov-Smirnov Anpassungstest
LOO	Kreuzvalidierungsmethode Einen Auslassen (engl. Leave One Out)
LTH	Luftfahrttechnisches Handbuch
MCS	Monte-Carlo-Simulation
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NDT	Niederdruckturbine
NDV	Niederdruckverdichter

---

PCA	Hauptkomponentenanalyse (engl. Principal Component Analysis)
PCE	Polynomial Chaos Expansion
PDF	Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (engl. Probability Density Function)
PG	Pumpgrenze
R	Rotor
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes
rg	Rang
S	Stator
SaH	Samples aus Histogramm Methode
SCR	Verhältnis von Sampleanzahl zu Koeffizienten (engl. Sample-to-Coefficient-Ratio)
Tol	Toleranzen
Var	Varianz (engl. Variance)
VLR	Vorleitrad (engl. IGV: Inlet Guide Vane)
VSV	Verstellstator (engl. Variable Stator Vane)

### Griechische Zeichen

$\beta$	Kanten-, Staffelungs- oder Strömungswinkel	$\circ$
$\Delta\beta$	Umlenkung, $\Delta\beta = \beta_{ein} - \beta_{aus}$	$\circ$
$\Delta$	Differenz zweier Größen	-
$\epsilon$	Residuum	-
$\epsilon$	isotrope Dissipationsrate	$\text{m}^2\text{s}^{-3}$
$\eta$	Profilbezogenes Koordinatensystem orthogonal zur Sehnenrichtung	-
$\eta$	Wirkungsgrad	-
$\lambda$	Eigenwert	-
$\omega$	Eigenfrequenz	$\text{s}^{-1}$
$\omega$	Verlustbeiwert, $\omega = \frac{p_{t,aus} - p_{t,is,aus}}{p_{t,ein} - p_{ein}}$	-
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit	$\text{rad s}^{-1}$
$\Pi$	Druckverhältnis	-
$\sigma$	Standardabweichung	-
$\Theta$	Winkel der Umfangsposition	$\circ$
$\theta$	Quantilsgrenze	-
$\theta$	Winkel zwischen taktiler Messebene und Konstruktionskegel	$\circ$
$\xi$	Profilbezogenes Koordinatensystem in Sehnenrichtung	-

**Römische Zeichen**

$R^2$	Bestimmtheitsmaß	-
$\tilde{r}$	Spearman Rangkorrelationskoeffizient	-
A	Fläche	$\text{m}^2$
B	Bernsteinpolynom	-
B	Dämpfungsmatrix	-
b	Dämpfung	$\text{kgs}^{-1}$
b	Kontrollpunkt einer Bézier-Kurve	-
c	Geschwindigkeit im Absolutsystem	$\text{m/s}$
c	Sehnenlänge	$\text{m}$
D	Lehr'sches Dämpfungsmaß	-
d	aerodynamische Dämpfung	$\text{kgs}^{-1}$
F	Kraft	N
H	Hypothese	-
H	Kanalhöhe	$\text{m}$
h	Bandbreite	-
h	Enthalpie	$\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$
i	Inzidenz (Abweichung des Anströmwinkels ggü. minimalem Verlust)	$^\circ$
i	Laufparameter	-
K	Steifigkeitsmatrix	-
k	Federkonstante	$\text{Nm}^{-1}$
k	Kernel	-
k	kinetische Energie	$\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$
M	Massenmatrix	-
M	Moment	-
m	Masse, Massenstrom	kg
n	Drehzahl	-
n	Laufparameter	-
n	Normale	-
P	Leistung	-
P	Parameter	-
P	Wahrscheinlichkeit	-
p	Druck	$\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$
Q	Quantil	-
q	Verschiebung	$\text{m}$

---

r	Radius	m
T	Temperatur	K
t	Laufparameter Bézier-Kurve	-
t	Profildicke	m
u	Erregersignal bei Schwingungsgleichungen	m
u	Umfangskomponente der Geschwindigkeit	m/s
w	Geschwindigkeitskomponente im Relativsystem	m/s
w	Profilwölbung	m

### Superscripts

$(\cdot)'$	Größe bei verringrigerter Drehzahl
$(\cdot)'$	Fluktuerender Anteil einer Größe
$(\cdot)^n$	Grad eines Bernsteinpolynoms
$(\cdot)''$	Zweite Ableitung nach der Zeit
$(\cdot)'$	Erste Ableitung nach der Zeit
$(\cdot)^\circ$	Konstante in Differentialgleichung
$(\cdot)_{\bar{\cdot}}$	Mittelwert einer Größe
$(\cdot)_{\tilde{\cdot}}$	Größe auf geneigter Ebene oder Kegelfläche
$(\cdot)_{\vec{\cdot}}$	Vektor

### Subscripts

$(\cdot)_+$	dimensionsloser Wandabstand
$(\cdot)_1$	Größe am Schaufeleintritt
$(\cdot)_{25}$	Eintritt Hochdruckverdichter
$(\cdot)_2$	Größe am Schaufelaustritt
$(\cdot)_3$	Austritt Hochdruckverdichter
$(\cdot)_{aus}$	Größe am Gitter-/Stufenaustritt
$(\cdot)_{ax}$	Axialkomponente der Geschwindigkeit
$(\cdot)_{CV}$	Kreuzvalidierung, Cross Validation
$(\cdot)_{ein}$	Größe am Gitter-/Stufeneintritt
$(\cdot)_{HK}$	Hinterkante
$(\cdot)_{is}$	isentrop
$(\cdot)_i$	Laufvariable
$(\cdot)_{KK}$	Konstruktionskegel zur Profilierung

$\text{\textcircled{}}_{KMM}$	Koordinaten-Messmaschine
$\text{\textcircled{}}_{max}$	Maximaler Wert
$\text{\textcircled{}}_{mech}$	mechanisch
$\text{\textcircled{}}_{nom}$	Nominalschaufel (Design Intent)
$\text{\textcircled{}}_{norm}$	normiert
$\text{\textcircled{}}_{real}$	Realgeometrie
$\text{\textcircled{}}_{red}$	reduziert
$\text{\textcircled{}}_{ref}$	Referenz
$\text{\textcircled{}}_S$	Staffelungswinkel
$\text{\textcircled{}}_s$	statische Größe
$\text{\textcircled{}}_{tol}$	Toleranz
$\text{\textcircled{}}_t$	Totalgröße
$\text{\textcircled{}}_u$	Umfangskomponente der Geschwindigkeit
$\text{\textcircled{}}_{VK}$	Vorderkante
$\text{\textcircled{}}_{\underline{}}$	Vektor



# 1 Einleitung

## 1.1 Motivation

Durch die Globalisierung und den höheren Lebensstandard der Menschheit ist der weltweite Flugverkehr in den letzten Jahren stetig angestiegen. Trotz temporärer Einbrüche wird, bedingt durch die im Vergleich zu Schiffen und Zügen hohe Reisegeschwindigkeit, das Flugzeug auch in Zukunft eine wesentliche Rolle bei dem Transport von Gütern und Menschen spielen.

Gleichzeitig werden durch die globalen Anstrengungen zur Verringerung der Treibhausgasemissionen neben der geforderten Sicherheit immer höhere Anforderungen an Flugtriebwerke in Sachen Schadstoffemissionen gestellt.

Diese Trends haben die International Air Transport Association (IATA) 2009 dazu veranlasst, Ziele zur Schadstoffreduktion zu verabschieden. Zur Zielerreichung sind drei Eckpunkte vereinbart worden (vgl. [55]). Diese sind

- eine durchschnittliche Verringerung des Kraftstoffverbrauchs um 1.5% pro Jahr zwischen 2009 und 2020,
- ein CO<sub>2</sub>-neutrales Wachstum ab 2020 und
- bis 2050 eine Halbierung des CO<sub>2</sub> Ausstoßes gegenüber dem Wert von 2005.

Ein Pfeiler zur Einhaltung der gesetzten Grenzen ist die Weiterentwicklung der Flugtriebwerke hin zu weniger Kerosinverbrauch und geringeren Schadstoffemissionen. Dies kann durch revolutionäre Triebwerke geschehen, deren Funktionsweise z.B. durch geänderte Konzepte oder die Verbrennung von Wasserstoff zur Verringerung schädlicher Treibhausgase führen. Revolutionäre Antriebskonzepte sind noch im Anfangsstadium der Entwicklung und daher auf absehbare Zeit nicht am Markt verfügbar. Eine Lösung zur Überbrückung der Zeitspanne, bis revolutionäre Antriebskonzepte einsatzbereit sind, ist die Verbesserung des Wirkungsgrades auf Basis der genutzten Triebwerksarchitektur. Die Erhöhung der Effizienz kann durch eine höhere Turbineneintrittstemperatur sowie ein höheres Totaldruckverhältnis des Verdichtungssystems realisiert werden.

Dabei muss die Maximierung des Wirkungsgrades unter gleichzeitiger Berücksichtigung der Ziele hinsichtlich Gewicht und Größe des Triebwerkes erfolgen. Eine Gewichtsreduzierung kann durch die Verringerung der Schaufelzahl und eine Verkürzung der Baulänge erreicht werden. Das bedeutet für die Schaufeln, dass die Streckung im Vergleich zur Sehnenlänge zunimmt und die Arbeitsumsetzung auf kürzerer Lauflänge erfolgen muss. Somit steigt die aerodynamische Belastung der Beschaufelung. Im Falle eines Hochdruckverdichters (HDV) steigt das erforderliche Totaldruckverhältnis, was ebenfalls eine stärkere aerodynamische Belastung nach sich zieht. Hinzu kommt die Anforderung des sicheren Betriebes über den gesamten Betriebsbereich, der durch die Envelope des Flugzeuges gegeben ist. Daher muss ein Verdichter nicht nur im aerodynamischen Design-Punkt (ADP), sondern auch an sogenannten angedrosselten Punkten (Offdesign), sicher betrieben werden können. Dies wird durch eine geeignete Auslegung gewährleistet. Hierzu werden erfahrungsbasierte Sicherheitsfaktoren, in Abbildung 1.1 als schematische, nicht maßstabsgerechte Skizze dargestellt, in der Entwicklungsphase vorgehalten. Dadurch werden möglicherweise Potentiale in der Effizienz nicht voll ausgenutzt, dafür

ein stabiler Einsatz zu jeder Zeit sicher gestellt. Dies wird bedingt durch die Maxime der Luftfahrt, deren oberste Priorität der sichere Betrieb des Flugzeuges ist.

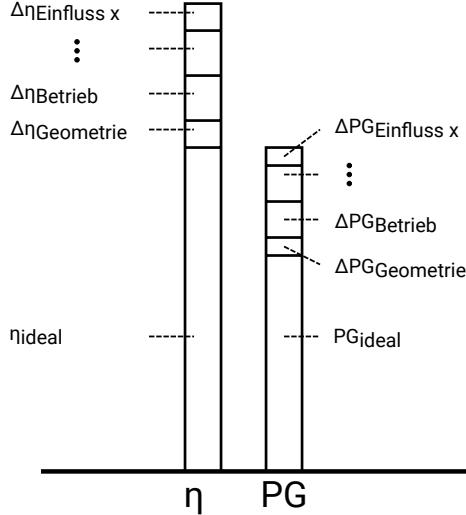


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung der Herleitung der Sicherheitsmargen von Wirkungsgrad ( $\eta$ ) und Pumpgrenzabstand (PG)

Um nichtsdestotrotz die Ziele von höherer Leistung und sicherem Betrieb bei sinkenden Schaufelzahlen und wachsender Belastung der Schaufeln zu erreichen, wird die dreidimensionale Gestaltung der Schaufelgeometrie auf spezifizierte Leistungskriterien bei ausgewählten Betriebszuständen optimiert. Bei derart zunehmend maßgeschneiderten Schaufeldesigns stellt sich die Frage nach der Robustheit des Systems. Ein robustes Design reagiert auf mögliche Änderungen des Systems mit ebenfalls geringen Änderungen im Betrieb, während ein lokal optimiertes aber nicht robustes System womöglich mit starken Änderungen der Performance oder der Stabilität reagiert. Die Frage nach der Unempfindlichkeit eines Triebwerkes gegenüber Designabweichungen gewinnt zusehends an Wichtigkeit, da durch die weitgehende Optimierung die Gren-

zen des Erfahrungsbereiches hinsichtlich Sicherheitsmargen erreicht werden.

Indem die im Design auftretenden Unsicherheiten berücksichtigt und bewertet werden, können erfahrungsbasierte Sicherheitsfaktoren durch quantitative Werte untermauert werden. Solche Unsicherheiten können geometrischer Natur sein und aus Fertigungsstreuung, Ablagerungen oder Verschleiß resultieren. Eine weitere Ursache sind sich ändernde Betriebsbedingungen, verursacht durch unterjährige Schwankungen der Umgebungsbedingungen oder die geographische Lage des Ortes, an dem das Triebwerk betrieben wird.

Gleichzeitig wirft der Trend zu kleineren Schaufelgeometrien produktionsseitige Herausforderungen auf, da eine Skalierung von Toleranzen heutiger Schaufeln technisch nicht uneingeschränkt für eine serienstabile Produktion umgesetzt werden kann. Daraus leitet sich die Frage ab, welchen Einfluss die Toleranzen auf die Performance eines HDVs haben.

Getrieben durch die Digitalisierung und Vernetzung der Triebwerksbranche, sowie dem Ziel der Erstellung eines „digitalen Zwillings“ für jedes ausgelieferte Triebwerk, ist es dem Ingenieur jedoch vermehrt möglich, auf eine wachsende Datenbasis zurückzugreifen. Um diese gesammelten Daten nutzen

zu können sowie gleichzeitig in zukünftige Designs einfließen zu lassen, sind Prozesse notwendig, die dies ermöglichen. Derartige Prozesse beinhalten einerseits die Erfassung und Aufbereitung erforderlicher Daten sowie geeignete Tools und Methoden, mit denen die erfassten Daten im Design-Prozess abgebildet und auf auszulegende Produkte übertragen werden können. Des Weiteren kann die Methodik zur Bewertung von Unsicherheiten auch bei der Auslegung revolutionärer Konzepte hilfreich sein, da dort über die bis dahin bekannten Konzepte der Triebwerksauslegung hinaus gegangen wird. Es folgt die wissenschaftliche Zielsetzung der Arbeit, bevor die aus den Zielen resultierende Struktur dargestellt wird.

## 1.2 Wissenschaftliche Zielsetzung der Arbeit

Ziel dieser Arbeit ist die Bereitstellung eines Entwicklungsprozesses, der die probabilistische Bewertung eines Designs erlaubt, sowie die exemplarische Anwendung der Prozesskette. Dabei umfassen die probabilistisch zu bewertenden Größen Geometrieabweichungen der Beschaufelung aus der Neuteilfertigung, deren Toleranzen, sowie quasistationäre Unsicherheiten der Randbedingungen resultierend aus unterschiedlichen Einsatzorten und -jahreszeiten und varierenden Umgebungsbedingungen. So mit ist es ebenfalls Ziel der Arbeit, durch die Anwendungsstudien Vergleichswerte zur Verfügung zu stellen, die eine Einordnung der Streuung charakteristischer aerodynamischer Kennwerte bei unterschiedlichen Arten von Unsicherheiten im Rahmen der Auslegung zulassen.

Um das Ziel der probabilistischen Bewertungsfähigkeit zu erlangen, müssen die zu variierten Größen identifiziert und geeignet parametrisiert werden.

Die Bewertung der Geometriestreuung erfolgt dabei an Hand der dreidimensionalen Schaufelmodelle. Für die Durchführbarkeit der Studien zur Abbildung der Geometriestreuung müssen die nachfolgenden Zwischenziele erreicht werden:

- Analyse der verfügbaren Methoden zur Parametrisierung von Schaufelgeometrien und deren Anwendbarkeit für probabilistische Verfahren und für den vorliegenden Testfall,
- Einordnung der verfügbaren Datenquellen bzgl. Geometriestreuung und Einordnung der Verwendbarkeit in einem probabilistischen Prozess,
- Erarbeitung und Diskussion einer geeigneten Parametrisierung,
- Evaluierung der Nutzbarkeit des im Auslegungs-Prozess verwendeten Design-Tools,
- Entwicklung eines Prototypen-Prozesses zur Analyse taktil vermessener Schaufeln zur Generierung eines statistischen Eingangsdatensatzes sowie
- Implementierung einer Mapping-Methode zur Umwandlung der taktilen Messwerte in die erarbeitete Parametrik.

Des Weiteren sind im Rahmen der Arbeit die betriebsbedingt zu variierten Größen zu identifizieren und geeignet zu parametrisieren. Anschließend ist eine Methode zur Abbildung der Streuung der Betriebsparameter bereitzustellen.

Abschließendes Ziel ist die Anwendung der gewählten Parametrisierung zum Beweis der Prozessfähigkeit. Es sollen Modelle verschiedener Detailstufen sowohl hinsichtlich stationärer Aerodynamik

als auch Aeroelastik (Flattern) bei Streuung ausgewählter Parameter bewertet und deren Ergebnisse diskutiert werden.

Die entstandenen Programme sind modular aufzubauen, so dass sie sowohl für deterministische als auch probabilistische Bewertungen von Turbomaschinen in der Auslegungsphase genutzt werden können.

Des Weiteren soll mit Hilfe der Prozesse zur Analyse taktiler Messdaten ein Beitrag zur Digitalisierung geleistet werden, da der Prozess erstmals eine voll automatisierbare Möglichkeit zur Bereitstellung von Daten aus den Produktionsabteilungen für die Auslegungsabteilungen, angepasst an deren Schaufel-Design-Tools, darstellt.

Der im Rahmen der Arbeit durchzuführende Vergleich von taktilen und optisch vermessenen Bauteilen kann in zukünftigen Anwendungsfällen eine Orientierung geben, ob eine taktile Vermessung von Bauabweichungen genutzt werden kann oder eine optische Vermessung vonnöten ist.

Der Vergleich der Streuung von aerodynamischen Kennwerten, verursacht auf Grund von Fertigungsstreuung sowie zulässiger Streuung auf Basis der Bauteiltoleranzen, trägt zur Beurteilung von vor gehaltenen Sicherheitsmargen in der Auslegung bei zukünftigen Auslegungen bei. Die Auswertung von mehreren tausend Schaufeln aus der Serienfertigung stellen hierzu eine große Datenbasis dar. Die Gegenüberstellung mit den auf Grund von Änderungen in den Betriebsbedingungen zu erwartenden Streuungen des Betriebspunktes des Verdichters lassen eine Einordnung der Auswirkungen von Geometriestreuung zu.

Zuletzt wird der komplexe Prozess zur probabilistischen Bewertung von selbsterregten Schwingungen (Flattern) genutzt, um die Auswirkungen der Fertigungsstreuung auf die aerodynamische Dämpfung anzunähern. Dabei werden sowohl stationäre als auch instationäre Aerodynamik sowie strukturmechanische dreidimensionale Simulationen in einer einzigen, automatisierten Prozesskette durchgeführt. Die Ergebnisse leisten einen Beitrag zur Beurteilung von deterministisch berechneten Dämpfungswerten unter Verwendung der Nominal schaufel gegenüber der zu erwartenden Streuung bei Verwendung von Geometrien mit Produktionsstreuung.

## 1.3 Struktur der Arbeit

Die Darstellung der Zielerreichung samt Weg wird in der schriftlichen Arbeit wie folgt untergliedert. In Kapitel 2 werden die theoretischen Grundlagen gelegt, die zum Verständnis der Arbeit notwendig sind. Diese Erstrecken sich von Schaufelparametrisierung über aerodynamische, aeroelastische und probabilistische Grundlagen.

Es folgt Kapitel 3, in dem der Anwendungsfall vorgestellt wird sowie die gewählten Methoden aufgezählt werden. Dies ermöglicht einerseits die Einordnung des Testfalls als auch der Ergebnisse der späteren Prozessanwendungen.

Die Akquise der Eingangsverteilungen zur probabilistischen Bewertung wird in Kapitel 4 beschrieben. Sowohl die Herkunft der Streuung der Randbedingungen, als auch der Geometriestreuung wird dargelegt. Die Methodik zur Erzeugung der statistischen Eingangsgrößen aus taktilen Messdaten wird eingeführt und diskutiert.

Im Anschluss folgt Kapitel 5, in welchem die Güte der geometrischen Parametrik bewertet wird. So-wohl eine exemplarisch ausgewählte gefräste und geschmiedete Schaufel werden ausgehend von einer Referenzschaufel synthetisch nachgebildet und anschließend bewertet. Somit können Einsetzbarkeit und Grenzen der Geometrieparametrisierung aufgezeigt werden.

Darauf folgt in Kapitel 6 die Bewertung des Einflusses der Geometriestreuung eines gefrästen Rotors an Hand eines 1.5-Stufen-Modells. Mit Hilfe der aerodynamischen Bewertungen werden verschiedene Einflüsse wie die Abstraktion des Modells aufgezeigt, in einer Flatter-Bewertung wird die Prozessfähigkeit zur aeroelastischen Bewertung dargelegt.

Kapitel 7 erweitert die zuvor gezeigten Ergebnisse, bei der lediglich ein einzelner Rotor variiert wurde, vom 1.5-Stufen-Modell auf den Gesamtverdichter. Neben der Vorgabe verschiedener Geometriestreuungen auf Basis von Toleranzen oder Messdaten wird ein Vergleich mit der zu erwartenden Streuung auf Basis unsicherer Randbedingungen vollzogen.

Abschluss der Arbeit bildet Kapitel 8, in welchem die Ergebnisse zusammengefasst werden. Außerdem folgt eine Bewertung der Anwendbarkeit der erarbeiteten Prozesse in der täglichen Auslegungsarbeit. Zuletzt folgen Empfehlungen für zukünftige Entwicklungsvorhaben zur Weiterentwicklung der erarbeiteten Methoden.



## 2 Modellierung von Hochdruckverdichtern unter Unsicherheit

Im folgenden Kapitel wird die Modellierung eines Hochdruckverdichters unter Unsicherheit sowie Methoden zur Datenanalyse beschrieben. Die Modellierung und Methoden stellen die Grundlage der Bewertungen dar, deren Ergebnisse ab Kapitel 4 gezeigt und diskutiert werden.

In Abschnitt 2.1 wird die Nummerierung der Triebwerksebenen eingeführt, nachfolgend wird in Abschnitt 2.2 auf verschiedene Ansätze zur Definition der dreidimensionalen Gestalt der Schaufeln eingegangen. Zudem werden die Unterschiede der Anforderungen für Auslegungsaufgaben sowie probabilistische Bewertungen diskutiert.

Anschließend werden in Abschnitt 2.3 Verfahren zur Vermessung von Turbomaschinenschaufeln vorgestellt. Mit deren Hilfe können Daten zur Beschreibung geometrischer Streuung gesammelt werden. Darauf folgend wird in Abschnitt 2.4 auf die in der Arbeit benötigten aerodynamischen Kenngrößen eingegangen, mit deren Hilfe die Leistung von Verdichterschaufeln bewertet wird. Im Anschluss werden in Abschnitt 2.5 Grundlagen zur Berechnung von selbsterregten Schwingungen der Schaufelblätter vorgestellt.

Abschließend werden die benötigten probabilistischen Grundlagen gelegt, Abschnitt 2.6. Mit Hilfe dieser Methoden können die deterministischen Modelle genutzt werden, um die Variabilität der zu bewertenden Kenngrößen zu beurteilen, gleichzeitig sind einzelne Methoden auch Teil der Datenanalyse.

### 2.1 Benennung der Triebwerksebenen

Im Rahmen der Arbeit werden verschiedene Stationsgrößen eines Triebwerkes verwendet. Diese Stationsgrößen können Drücke, Temperaturen und andere physikalische Größen sein. Zur Identifikation sind charakteristische Stellen im Triebwerk in der Fachliteratur und Industrie mit Ziffern benannt worden. Eine schematische Abbildung eines Zwei-Wellen-Triebwerkes ist in Abbildung 2.1 dargestellt.

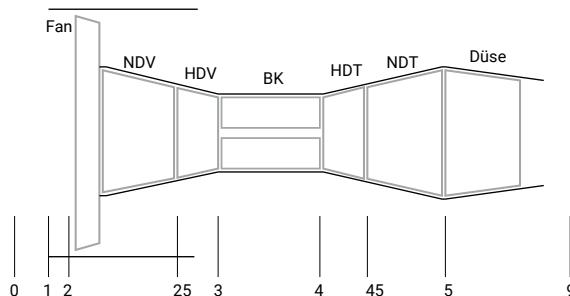


Abbildung 2.1: Schematischer Aufbau des Triebwerkes

Tabelle 2.1: Zuordnung der Stationen

Nummer	Bezeichnung
0	Umgebungsbedingungen
1	Einlauf
2	Eintritt Niederdruckverdichter (NDV)
25	Eintritt Hochdruckverdichter (HDV)
3	Eintritt Brennkammer (BK)
4	Eintritt Hochdruckturbine (HDT)
45	Eintritt Niederdrukturbine (NDT)
5	Eintritt Düse
9	Austritt Düse

Die Nummerierung der Stationen ist in Tabelle 2.1 aufgeführt.

## 2.2 Geometrische Beschreibungsansätze für Schaufeln

Im folgenden Kapitel werden unterschiedliche Ansätze zur Modellierung von Schaufeln in Turbomaschinen aufgezeigt. Es wird ein Überblick über gängige Geometrie bildende Verfahren gegeben.

Zur Bewertung einer Design-Iteration oder von Bauabweichungen muss das Bauteil in einer definierten Art und Weise vorliegen. Wird als Bewertungsmethode eine numerische 3D-Simulation gewählt, muss die Geometrie auf ein Flächenmodell zurückführbar sein. Ein derartiges Modell der Schaufel für Turbomaschinen kann auf unterschiedliche Art und Weise erstellt werden.

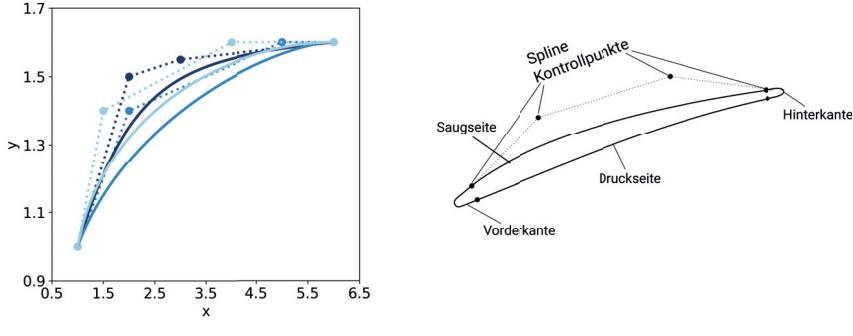
Ein gängiger Ansatz ist die Verwendung parametrischer Profile, die auf radial übereinander liegenden Kegel- oder Stromflächen erzeugt werden. Die Lage der Profile muss über einen Fixpunkt auf der Kegel- oder Stromfläche definiert werden, um eine eindeutige Position des Profils zu erhalten. Die Verbindung dieser Punkte wird als Fädelachse bezeichnet. Durch die Verbindung der Profile entsteht die zur Simulation benötigte Schaufeloberfläche.

Im ersten Abschnitt wird die Konstruktion der Profile durch Splines beschrieben. Anschließend erfolgt die Einführung einer an die der National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) angelehnten Parametrisierung.

Abschließend erfolgt ein Überblick über in der Literatur beschriebene Anwendungsfälle.

### 2.2.1 Profilgestaltung durch parametrische Bézier-Kurven

Ein in der Entwicklung und im vorliegenden Design-Tool verwendeter Ansatz zur Konstruktion der Profile beruht auf parametrischen Bézier-Kurven, die parallel von Bézier und de Casteljau in den 1960er Jahren entwickelt wurden und deren Definition beispielsweise in [26] gefunden werden kann. Bézier-Kurven sind parametrische Kurven. Zur Erzeugung einer solchen Kurve werden  $n$  Kontroll-



(a) Bézier-Kurven mit gleichen Anfangs- und Endpunkten bei unterschiedlicher Lage der inneren Kontrollpunkte

(b) Profil aus Splines mit skizzierten Kontrollpunkten der Saugseite

Abbildung 2.2: Bézier-Kurven und Verwendung bei der Profildefinition

punkte  $b_0 \dots b_n$  benötigt, durch welche ein Polygon beschrieben wird. Die mathematische Beschreibung einer Bézier-Kurve ist durch Gleichung (2.1) (vgl. [26])

$$\vec{x}(t) = \sum_{i=0}^n B_i^n(t) b_i \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (2.1)$$

gegeben. Dabei ist  $B_i^n$  das Bernsteinpolynom, welches mit Gleichung (2.2)

$$B_i^n(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} \quad (2.2)$$

definiert ist. In Abhängigkeit der Größe von  $t$  geben die Bernsteinpolynome die Gewichtung der Kontrollpunkte an. Dabei gilt für  $t = 0$ :

$$B_i^n = \begin{cases} 1 & i = 0 \\ 0 & i \neq 0. \end{cases} \quad (2.3)$$

Folglich ist der Startpunkt der parametrischen Kurve der erste Kontrollpunkt. Ebenso gilt für  $t = 1$   $B_n^n = 1$ , wodurch der Endpunkt durch den letzten Kontrollpunkt gegeben ist. Für alle anderen Werte von  $t$  errechnet sich die Gewichtung der einzelnen Kontrollpunkte auf die Gesamtkurve mit dem zugehörigen Bernsteinpolynom. Der Einfluss der Lage der Kontrollpunkte auf die Kurve ist in Abbildung 2.2a dargestellt. Start- und Endpunkt sind gleich, allerdings bewirkt die Verschiebung der Kontrollpunkte einen unterschiedlichen Verlauf der Kurven. Abbildung 2.2b zeigt ein schematisches Profil, bei dem die Kontrollpunkte der Saugseite skizziert sind. Werden alle Abschnitte eines Profils mit Hilfe einer Bézier-Kurve beschrieben, kann dieses Profil durch Kopplung der Tangenten an den

Tabelle 2.2: Vor- und Nachteile der Verwendung von Bézier-Kurven

Vorteile	Nachteile
Intuitiv	statistisch nicht eindeutig rückführbar
Einfache Handhabung im Design	aerodynamisch relevante Parameter z.T. nur indirekt einstellbar
Krümmungsstetigkeit definierbar	Splines können bei grenznahen Werten zu unkontrolliertem Verhalten neigen
Hohe Flexibilität	

Verbindungspunkten eine verlangte Differenzierbarkeit erreichen. Auf diese Art und Weise ist es intuitiv, schnell und mit wenigen Parametern möglich, Profile und daraus eine dreidimensionale Schaufel zu erzeugen. Andererseits können aerodynamische Parameter wie Krümmungsverläufe, maximale Dicke, etc. nur indirekt eingestellt werden. Zudem hat die Veränderung der Lage eines Kontrollpunktes einen globalen Einfluss auf die entsprechende Seite des Profils, wie Abbildung 2.2a entnommen werden kann.

Diese Flexibilität führt dazu, dass geometrisch sowie aerodynamisch gleichwertige Profile durch Verschieben der Kontrollpunkte, ergo mit unterschiedlichen Parametersätzen, erlangt werden können.

In Tabelle 2.2 sind Vor- und Nachteile der Profilgestaltung mittels Bézier-Kurven und anderer parametrischer Profildefinitionen aufgeführt.

### Anwendung splinebasierter Parametrisierungsansätze in der Literatur

Neben der gezeigten Definition der Profile mittels Bézier-Kurven gibt es viele weitere Arten, Profile mit parametrischen Kurven und Splines zu beschreiben.

Eine aus aerodynamischer Sicht sinnvolle Profilbeschreibung wird von Balasubramanian et al. [12] vorgestellt, die die Krümmung der Saugseite, die einen direkten Zusammenhang zur Beschleunigung der Strömung hat, parametrisch vorschreibt. Verbunden mit einer Dickenverteilung wird die Definition des Profils komplettiert.

Samareh [103] bietet einen generellen Überblick über Parametrisierungsarten, wie sie in einer multidisziplinären Design-Phase genutzt werden können, Sripawadkul et al. [114] fassen verschiedene Ansätze der Geometriebeschreibung, speziell bezogen auf die Profilgenerierung, zusammen. Amoiralis und Nikolos [7] vergleichen die Nutzung der Deformation von Freiflächen zur inversen Herleitung der Profilform mit einem B-Spline Ansatz. Dabei geben die Autoren einen Überblick über weitere Veröffentlichungen bezüglich Profilparametrisierung.

Weiterhin beliebt ist der Einsatz sogenannter Non-Uniform Rational B-Splines (NURBS), wie ihn etwa Wessels et al. [122] benutzen. Allen aufgeführten Veröffentlichungen, welche splinebasierte Profilgenerierungen beschreiben, ist gemein, dass der Anwendungsbereich der Parametrisierungsarten in der Design-Phase oder in der Optimierung liegt. Eine Re-Parametrisierung für probabilistische Zwecke von CAD-Flächen mittels B-Splines schlagen Urbano et al. [119] vor. Sie nutzen ein

B-Spline-Morphing, um die Fertigungsabweichungen der Nabengeometrie einer Hochdruckturbinenschaufel mit Hilfe der Re-Parametrisierung abzubilden. Anschließend können die Kontrollpunkte der B-Splines mittels Eigenwertanalyse auf Linearkombinationen reduziert und ausgewertet werden.

## 2.2.2 NACA-Parametrisierung

Eine Alternative zur Beschreibung der Profile mittels parametrischen Kurven bietet die sogenannte NACA-Parametrisierung, deren Grundgedanke die Überlagerung einer Dickenverteilung und einer Skeletlinie ist. Zunächst wird ein Überblick über die vierstellige NACA-Methodik gegeben, bevor auf die durch Lange et al. in [73] eingeführten Modifikationen eingegangen wird.

### Traditionelle NACA-Parametrisierung

In einer Untersuchung Anfang der 1930er Jahre wurden bei der NACA, dem Vorgänger der NASA, die aerodynamischen Eigenschaften verschiedener Profile systematisch untersucht [57]. Es wurden 78 Profile konstruiert und der Einfluss verschiedener Parameter auf die Größen aerodynamischer Auftrieb, Widerstand und Moment ermittelt.

Die Beschreibung der Profile erfolgte über die Definition einer Sehne, der Mittellinie (in der Turbomaschinenbranche bekannt und in dieser Arbeit ab hier benannt als Skeletlinie) des Profils und der Dickenverteilung entlang der Sehne. Durch die Sehne werden Anfangs- sowie Endpunkt des Profils verbunden. Der Verlauf der Skeletlinie wird durch ein quadratisches Polynom definiert. Dieses ist analytisch mit Vorgabe der maximalen Wölbung  $w_{max}$ , deren Position und unter Einbeziehung der Bedingungen für Start- und Endpunkt, gegeben durch die Sehne, vollständig definiert. In den ersten Untersuchungen wurde der Ort der maximalen Dicke  $t_{max}$  auf 30% der Sehnenlänge festgelegt und die maximale Dicke variiert, wodurch der Verlauf der Dickenverteilung eindeutig bestimmbar war. Die Überlagerung der Dickenverteilung und der Skeletlinie erfolgt, indem an jedem Punkt der Skeletlinie die Dicke normal zum Verlauf der Skeletlinie aufgetragen wird, was gleichbedeutend mit der Konstruktion eines Kreises um den jeweiligen Punkt der Skeletlinie ist. Die Namensgebung der in dieser Studie untersuchten Profile erfolgte über die Angabe des Titels NACAXYZZ, dabei definiert

- X den Wert der maximalen Wölbung in Prozent-Sehnenlänge,
- Y x 10 die Lage der maximalen Wölbung in Prozent-Sehnenlänge und
- ZZ den Wert der maximalen Dicke in Prozent-Sehnenlänge.

In Abbildung 2.3 sind zur Verdeutlichung Profile mit einer maximalen Dicke von 21% der Sehnenlänge dargestellt. In Abbildung 2.3b wird keine Wölbung vorgegeben, wodurch ein symmetrisches Profil entsteht, wogegen in Abbildung 2.3a und Abbildung 2.3c eine maximale Wölbung von 4% der Sehnenlänge an 30% bzw. 60% Sehnenlänge eingestellt wurden.

Die NACA 4er Serie wurde in weiteren Untersuchungen um verschiedene Parameter und damit Flexibilität in der Profilgenerierung erweitert, die Ergebnisse sind z.B. in Jacobs et al. [56] und Lindsey et al. [75] zu finden. Einen Überblick und Vergleich der Eigenschaften der NACA Serien sind in Abbott et al. [1] aufgezeichnet.

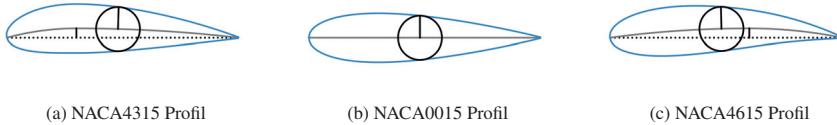


Abbildung 2.3: Einfluss der Lage der maximalen Wölbung

### Modifikationen für probabilistische Zwecke

Lange et al. [73] führten eine für probabilistische Zwecke geeignete Parametrisierung ein, ebenso Reitz und Friedrichs [96] einige Jahre später. Diese ist an die NACA Parametrisierung angelehnt. Ebenso wie die NACA Parametrisierung basiert sie auf einer Skelettskizze sowie der dazugehörigen Dickenverteilung für Profilschnitte auf definierten Kanalhöhen. Die Bestimmung der Skelettskizze erfolgt in einem zweistufigen Verfahren (vgl. [73]), anders als beispielsweise bei Heinze et al. in [43] sowie Heinze [41], die auf Voronoi-Diagramme und Delaunay-Triangulierung zurückgreifen, um die Skelettskizze zu ermitteln. Den Einsatz von Voronoi-Diagrammen und Delaunay-Triangulierung wird von Aurenhammer [9] beschrieben. Mit Hilfe der Skelettskizze sind die Sehne sowie Dicken- und Wölbungsverteilung einer vermessenen Geometrie eindeutig bestimmbar. Lange ermittelt aus diesen Verteilungen folgende geometrische Parameter [73]:

- Axial- und Umfangsposition der Vorderkante
- Staffelungswinkel
- Sehnenlänge
- Vorder- und Hinterkantendicke
- Vorder- und Hinterkantenposition
- Maximale Profildicke und -wölbung
- Dicken- und Wölbungsrücklage
- Vorder- und Hinterkantenwinkel

Diese Parameter werden aus Profilschnitten ermittelt und anschließend mit einer Referenzschaufel verglichen. So kann die Differenz der Parameter bestimmt werden. Die Aufprägung der Differenzen auf die Referenzschaufel ergibt anschließend die künstlich erzeugte Realschaufel, die in dieser Arbeit als Synthese bezeichnet wird. In Tabelle 2.3 sind Vor- und Nachteile der Verwendung einer NACA-ähnlichen Parametrisierung aufgelistet.

### 2.2.3 Anwendungsfälle und Studien zu Geometriestreuung in der Literatur

Geometriestreuungen sind ein häufiger Untersuchungsgegenstand in der Literatur. Oft werden an Stelle probabilistischer Bewertungen Parameterstudien bevorzugt, wie etwa von Schrade et al. [109], die in Ihrer Arbeit ein Modell evaluieren, welches die Erosion der Vorderkante unter Partikelbeschuss simuliert. Auch Keller et al. [63] untersuchen das aeroelastische Verhalten einer Blisk bei Blend Re-