

Sie sind erst auf Seite 1 und schon müssen Sie sich einem Analysistest stellen

Analysis – ein bisschen auffrisierte Mathematik

Der Trick liegt im Vergrößern

Die Welt vor und nach der Analysis

Kapitel 1

Was ist Analysis?

In diesem Kapitel beantworte ich Ihnen die Frage »Was ist Analysis?« in verständlicher Sprache und zeige Ihnen durch Beispiele aus der Praxis, wie die Analysis genutzt wird. Nachdem Sie dieses und die beiden folgenden kurzen Kapitel gelesen haben, werden Sie *verstehen*, worum es sich bei Analysis handelt. Aber zuerst machen wir noch etwas anderes: Sie werden erfahren, was Analysis nicht ist.

Was Analysis nicht ist

Das Unvermeidbare hinauszuzögern, ist wenig sinnvoll. Bereit für den ersten Analysistest? Antworten Sie mit *Richtig* oder *Falsch*!

Frage: Wenn Sie nicht wirklich gerne einen Kopfschutz tragen, brauchen Sie sich dann gar nicht mit Analysis zu beschäftigen?

Frage: Gefährdet Analysis Ihre Gesundheit?

Frage: Ist die Analysis längst überholt?

Falsch, falsch, falsch! Man erzählt sich heute noch über die Analysis, sie sei ein unheimlich schwieriges, unwahrscheinlich geheimnisvolles Thema, das kein Mensch, der noch halbwegs bei Verstand ist, lernen will – es sei denn, man braucht eine gute Note.

Und die Analysis ist auch keine tote Sprache wie Latein, die nur von Akademikern gesprochen wird. Es handelt sich dabei um die Sprache der topaktuellen Ingenieure, Natur- und Wirtschaftswissenschaftler – und ist damit zwar vielleicht nicht Teil Ihres Alltagslebens und auch nicht unbedingt der Brüller auf Partys. Aber die Arbeit dieser Ingenieure, Natur- und Wirtschaftswissenschaftler hat einen wesentlichen Einfluss auf Ihr tägliches Leben – von Ihrer Mikrowelle, dem Handy, dem Fernsehgerät und dem Auto bis hin zu der Medizin, die Sie schlucken, den Leistungen der Wirtschaft und unseres Verteidigungssystems.

Was also ist Analysis?

Analysis ist im Grunde genommen eine Fortsetzung der Algebra und der Geometrie. In gewisser Hinsicht handelt es sich dabei nicht einmal um einen neuen Themenbereich – hier werden die bekannten Regeln der Algebra und Geometrie angewendet, wenn auch vielleicht etwas optimiert, um sie auf komplexere Aufgabenstellungen anzuwenden.

Betrachten Sie einmal Abbildung 1.1. Auf der linken Seite schiebt ein Mann eine Kiste eine gerade Steigung nach oben. Auf der rechten Seite schiebt der Mann dieselbe Kiste eine gekrümmte Steigung entlang (mehr zum Thema Steigung finden Sie in Kapitel 5). In beiden Situationen lautet die Frage, wie viel Energie erforderlich ist, um die Kiste ganz nach oben zu schieben. Für die rechte Seite brauchen Sie die Analysis (vorausgesetzt, Sie kennen keine Abkürzungen aus der Physik).

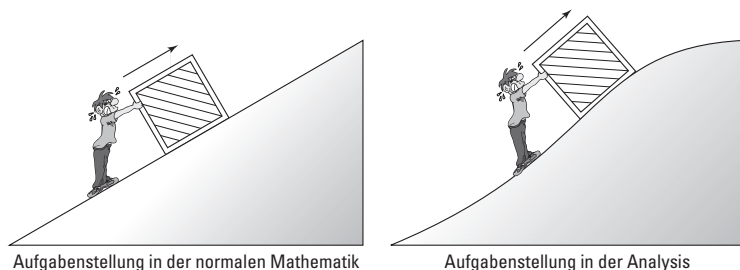


Abbildung 1.1: Der Unterschied zwischen normaler Mathematik und Analysis: die Kurve

Für die gerade Steigung schiebt der Mann mit *unveränderter* Kraft und die Kiste wird entlang der Steigung mit *unveränderter* Geschwindigkeit bewegt. Mit ein paar Formeln aus der Physik und ganz normaler Mittelstufen-Mathematik (einschließlich Algebra und Trigonometrie) können Sie berechnen, wie viele

Kalorien Energie erforderlich sind, um die Kiste die Steigung nach oben zu schieben. Beachten Sie, dass die in jeder Sekunde verbrauchte Energie gleich bleibt.

Für die gekrümmte Steigung dagegen *ändern* sich die Dinge ständig. Die Steilheit der Steigung ändert sich – und zwar nicht nur so, dass eine Steilheit für die ersten 10 m und eine andere Steilheit für die nächsten 10 m gilt –, sie *ändert sich stetig*. Und der Mann schiebt mit einer sich *ständig ändernden* Kraft – je steiler die Steigung, desto schwerer ist es, zu schieben. Das Ergebnis ist, dass sich auch die Menge der verbrauchten Energie ständig *ändert*. Aus diesem Grund handelt es sich hier um eine Aufgabenstellung für die Analysis.

Für die Aufgabe mit der gekrümmten Steigung bleiben die Formeln aus der Physik dieselben und die Algebra und die Trigonometrie, die Sie verwenden, bleiben ebenfalls gleich. Der Unterschied ist, dass Sie – im Gegensatz zu der Sache mit der geraden Steigung, wo Sie alles in einem einzigen Schritt berechnen können – die gekrümmte Steigung in kleine Abschnitte zerlegen und jeden Abschnitt separat berechnen müssen. Abbildung 1.2 zeigt einen kleinen Abschnitt der gekrümmten Steigung, der hier um ein Vielfaches vergrößert wurde.

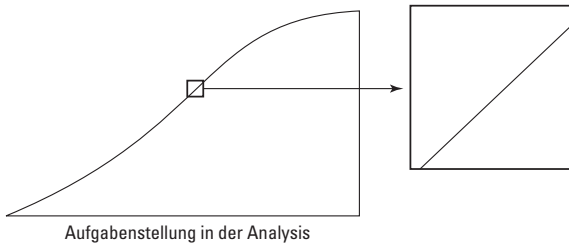


Abbildung 1.2: Wenn man die Kurve ausreichend vergrößert, wird sie gerade (zumindest fast).

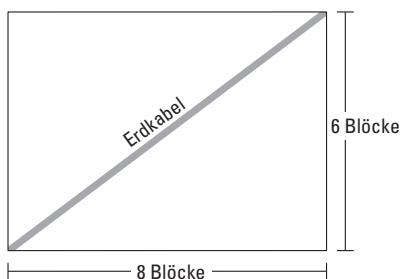
Wenn Sie weit genug vergrößern, wird der kleine Abschnitt der gekrümmten Steigung, den Sie dabei betrachten, praktisch gerade. Und weil er gerade ist, können Sie diesen kleinen Abschnitt wie eine gerade Steigung berechnen. Jeder dieser kleinen Abschnitte wird auf dieselbe Weise berechnet, und anschließend addieren Sie alle Ergebnisse.

Das ist die Analysis im Groben. Sie betrachtet Fragen, die mit der normalen Mathematik nicht gelöst werden können, weil sich die Gegebenheiten ständig ändern – die sich ändernden Mengen stellen sich im Graphen als gekrümmte Kurven dar. Die Analysis vergrößert in solchen Fällen die Kurven, bis sie schließlich gerade werden, und wendet dann die normale Mathematik zur Lösung der Aufgabe an.

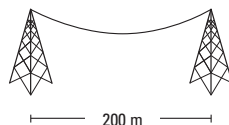
Beispiele aus der Praxis

Mithilfe der herkömmlichen Mathematik können Sie die Aufgabe mit der geraden Steigung lösen; mithilfe der Analysis können Sie die Aufgabenstellung mit der gekrümmten Steigung lösen. Nachfolgend zeige ich Ihnen noch ein paar weitere Beispiele.

Mit der herkömmlichen Mathematik können Sie die Länge eines Erdkabels berechnen, das diagonal von einer Ecke eines Grundstücks zur anderen Ecke verläuft. Mithilfe der Analysis können Sie die Länge eines Kabels berechnen, das zwischen zwei Türmen hängt und die Form einer *Seilkurve* hat (die sich übrigens von einem einfachen Kreisbogen oder einer Parabel grundsätzlich unterscheidet). Die Kenntnis der genauen Kabellänge ist selbstverständlich wichtig für ein Energieversorgungsunternehmen, das Hunderte Kilometer neuer Elektrokabel verlegen muss. Sehen Sie sich dazu auch Abbildung 1.3 an.



Aufgabenstellung für die normale Mathematik:
Wie lang ist das Kabel?



Aufgabenstellung für die Analysis:
Wie lang ist das Kabel?

Abbildung 1.3: Ohne und mit Analysis

Mit der regulären Mathematik und ein bisschen einfacher Physik können Sie auch berechnen, um wie viel ein Mittelfeldspieler seinem Linksaußen voraus sein muss, um einen Pass spielen zu können. Beachten Sie, dass der Linksaußen in einer *geraden* Linie und bei *konstanter* Geschwindigkeit läuft. Als jedoch die NASA 1975 den »Vorlauf« für die Zielrichtung der Sonde Viking I auf den Mars berechnete, brauchte man dazu die Analysis, weil sich sowohl die Erde als auch der Mars in elliptischen Umlaufbahnen bewegen und sich die Geschwindigkeiten von beiden ständig ändern. Betrachten Sie dazu Abbildung 1.4.

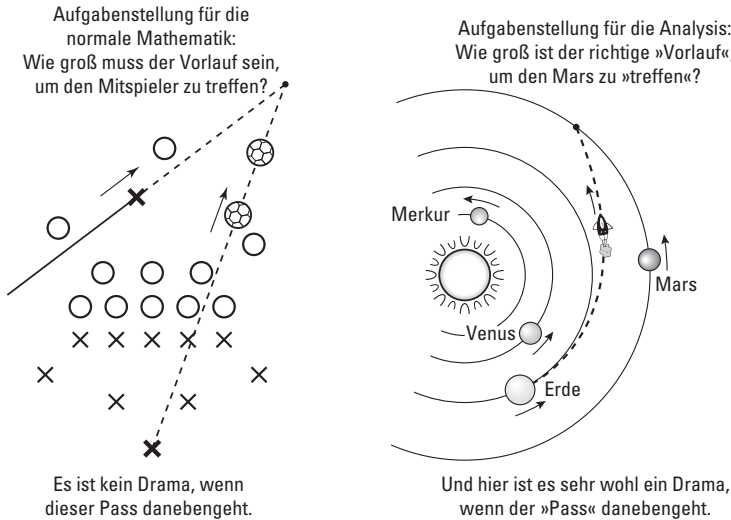


Abbildung 1.4: v.A. und n.A. (vor Analysis und nach Analysis)

Aufgaben

Aufgabe 1-1

Stellen Sie sich vor, Sie sollen die Fläche einer Figur ausrechnen. Keine Angst, Sie müssen es nicht wirklich tun, die Vorstellung reicht im Moment. Angenommen, die Figur sieht wie eine der beiden in der folgenden Abbildung aus. Bei welcher der beiden Figuren kommen Sie wohl Ihrer Meinung nach mit »herkömmlicher« Mathematik aus und wo wäre es geschickt, ein Buch wie »Analysis kompakt für Dummies« zur Hand zu haben?

