JETZT mit LERN-VIDEOS

10. Klasse

Wirtschaftsschule MSA Bayern 2023

Mathematik

Zusätzlich mit
- Merkhilfe und
- Musterprüfungen

Inkl. 2022
Original-Prüfungen
mit Lösungen

WS 10

Wirtschaftsschule 10. Klasse | Mittlerer Schulabschluss | Bayern

lernverlag®
www.lern-verlag.de

Original-Prüfungen Wirtschaftsschule Bayern 2023 Mathematik

erstellt

für Schülerinnen und Schüler der
Wirtschaftsschulen in Bayern

INKL.
Original-Prüfungen
2022
mit Lösungen

lernverlag
www.lern-verlag.de

Vorwort

Liebe Schülerinnen, liebe Schüler,

in diesem speziellen Prüfungsvorbereitungsbuch **Original-Prüfungen Wirtschaftsschule Bayern 2023 Mathematik** sind die letzten sechs zentral gestellten Original-Prüfungen der Jahre 2017 bis 2022 und der neuen Musterprüfungen (LehrplanPLUS) enthalten. Die Lösungen sind schülergerecht, lehrplankonform und ausführlich ausgearbeitet. In den älteren Prüfungen wurden die Themen, die nicht mehr lehrplankonform sind, entsprechend markiert.

Hinweise - Änderungen

Die Abschlussprüfung 2023 findet nach Vorgaben des *Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus* am **Montag, 26.06.2023** statt.

(Stand 01.09.2022 - Angaben ohne Gewähr)

Als **Hilfsmittel** ist ein elektronischer, nicht programmierbarer Taschenrechner und die zugelassene Merkhilfe erlaubt.

Neues - Lernplattform kommt

Wir haben eine neue **Lernplattform** eingerichtet und bauen diese sukzessive auf. Hier findet man im gesicherten Mitgliederbereich hilfreiche Erklär- und Lösungsvideos zu vielen Prüfungsthemen und zu den Lösungen der Original-Prüfungen dieses Buches. Jetzt bei **https://lern.de** einen Platz sichern.

Zeit- und ortsunabhängig online für einzelne Arbeiten in der Schule oder den MSA 2023 an Wirtschaftsschulen in Bayern lernen.

Tipps

Fangen Sie rechtzeitig an sich auf die Abschlussprüfung vorzubereiten und arbeiten Sie kontinuierlich alte Prüfungen durch. Wiederholen Sie die einzelnen Prüfungen mehrmals, um die notwendige Sicherheit zu erlangen. Zur Lernzielkontrolle können Sie den Prüfungsplaner im Innenteil dieses Prüfungsvorbereitungsbuch verwenden.

Üben Sie also, so oft Sie können.

Notenschlüssel

Der Notenschlüssel wird vom *Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus* festgelegt. In der folgenden Tabelle finden Sie den Notenschlüssel der letzten Prüfungsjahrgänge.

Jahrgang ab 2018 - 2022

Note 1:	75,0 – 64,5	Punkte
Note 2:	64,0 – 53,0	Punkte
Note 3:	52,5 – 42,0	Punkte
Note 4:	41,5 – 30,5	Punkte
Note 5:	30,0 – 15,0	Punkte
Note 6:	14,5 – 0	Punkte

Druck: Deutschland
Autoren: Sascha Jankovic und Simon Rümmler sowie das Team der lern.de Bildungsgesellschaft mbH.

8. ergänzte Auflage © 2022 **1. Druck** **ISBN-Nr.:** 978-3-7430-0096-4

Artikelnummer: EAN 9783743000964

Impressum

lern.de Bildungsgesellschaft mbH (lernverlag)
Geschäftsführer: Sascha Jankovic
Fürstenrieder Str. 52
80686 München
Amtsgericht München: HRB 205623
E-Mail: kontakt@lern-verlag.de – https://www.lern-verlag.de

lernverlag, lern.de und cleverlag sind eingetragene Markenzeichen von Sascha Jankovic, Inhaber und Verleger.

Wir danken dem *Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus* für die freundliche Genehmigung, die Original-Prüfungen abdrucken zu dürfen. Die Lösungsvorschläge liegen nicht in der Verantwortung des Ministeriums.

Aktuelles Rund um die Prüfung 2023 und diesem Buch

Als kleiner Verlag schreiben wir für alle Schüler:innen nachvollziehbare, verständliche und ausführliche Lösungen zu den Original-Prüfungen und versuchen unsere Titel auch während des Schuljahres immer aktuell zu halten. Da wir seit über 20 Jahren individuelle Lernförderung durchführen, stehen bei uns alle Schüler:innen an erster Stelle, wenn es um Fragen rund um das Buch, Verständnisprobleme bei dem ein oder anderen Thema oder Wünsche geht.
Egal ob es um übersehene Rechtschreibfehler, Rechenfehler oder auch Wünsche von Lehrer:innen oder Schüler:innen geht, wir setzen uns sofort hin und versuchen Gewünschtes umzusetzen. Es kostet niemanden etwas, und alle profitieren davon, auch wenn wir Mehrarbeit durch diesen kostenlosen Service haben.

Wir erreichen Sie uns am besten?

Schreiben Sie uns eine E-Mail an **kontakt@lern-verlag.de**

Schreiben Sie uns eine Nachricht, schicken Sie ein Foto von der betroffenen Seite. Wir prüfen, ändern und veröffentlichen bei Bedarf im kostenlosen Downloadbereich des lernverlags die durchgeführten Änderungen.

WhatsApp-Business
+49 89 54 64 52 00

Sie können uns gerne unter der selben Nummer anrufen.

Digitales zu diesem Buch

Unter **https://lern.de** bauen wir gerade eine Lernplattform auf.
Du suchst ein Video über quadratische Funktionen oder Trigonometrie und bekommst aktuell auf anderen Plattformen 50 Videos angezeigt mit unterschiedlichen Erklärungen? Das soll sich ändern. Ein Begriff und maximal 3 Videos, die eventuell zusammenhängen.
Wir arbeiten unter Hochdruck daran, kurze animierte Erklärvideos, passend zum Unterrichtssoff und „ON-TOP“ Lösungsvideos zu den Original-Prüfungen zu erstellen.
Schau öfters einmal vorbei oder melde dich am besten zu unserem **Newsletter** an, der **maximal zweimal pro Monat** verschickt wird.

Änderungen in dieser Neuauflage 2022/2023 - ISBN: 978-3-7430-0096-4

- Älteste Original-Prüfung 2016 herausgenommen

- Themenbezogene Übersicht um Prüfung 2022 ergänzt.

- **Original-Prüfung 2022 inkl. ausführlichen Lösungen eingefügt.**

Inhaltsverzeichnis

Themenbezogene Übersicht - Finde Dich leicht zurecht

Damit man sich auch während des Schuljahres optimal auf die einzelnen Arbeiten vorbereiten kann, haben wir eine **Übersicht zu den einzelnen Themengebieten** erstellt.
So kann man sich beispielsweise gezielt auf die Arbeit mit dem Thema *Trigonometrie* vorbereiten und dazu alle entsprechenden Original-Prüfungen durcharbeiten.

Finanzmathematik

Kapitalanlage, Darlehen, Tilgungsrechnung, Rentenrechnung, Annuität, Zinsrechnung

Jahrgänge:	**2017**	**Muster 2017**	**2018**	**2019**	**2020**	**2021**	**2022**
Seiten:	7	43	70	95	119	145	173

Funktionaler Zusammenhang

Geraden, Steigung m, Parabel, Scheitelform, allgemeine Form, Lösungsformel

Seiten:	11	45	72	97	121	147	175

Trigonometrie

sin, cos, tan, Sinussatz, Kosinussatz, rechtwinklige und allgemeine Dreiecke, Winkelberechnungen

Seiten:	9	46	**??**	98	122	148	176

Daten und Zufall

Stochastik, Häufigkeiten, Wahrscheinlichkeiten, Pfadregeln, Baumdiagramme

Seiten:	10	47	74	99	123	150	178

Raum und Form

Volumen, Flächen, Seitenlängen, Kegel, Prisma, Zylinder, Pyramiden

Seiten:	12	50	76	101	124	152	181

Original-Prüfung
Mathematik
an zwei-, drei- und vierstufigen
Wirtschaftsschulen 2017

1 Finanzmathematik (20 Pkt.)

Frau Petra Knapp, Inhaberin eines Bekleidungsgeschäfts in Marloffstein, verschafft sich einen Überblick über ihre Finanzen. Sie besitzt einen Sparbrief mit 10-jähriger Laufzeit in Höhe von 45.000,00 €, der am 31.12.2017 fällig wird. Nach Auskunft der Bank wird der Auszahlungsbetrag 78.707,53 € betragen.

1.1 Berechnen Sie den Prozentsatz p. a., mit dem das Kapital verzinst wird. (3 Pkt.)

Zur Modernisierung ihres Geschäfts hat Frau Knapp in der Vergangenheit ein Darlehen mit nachschüssiger Annuitätentilgung aufgenommen. Am 31.12.2016 erhielt sie von der Bank den jährlichen Finanzierungsüberblick.

Volksbank Marloffstein eG

– WICHTIGES DOKUMENT FÜR IHRE STEUERUNTERLAGEN –

Modehaus Knapp
Frau Petra Knapp
Artilleriestraße 25a
91080 Marloffstein

Darlehensbuchhaltung
Telefon 09131 5078–453
Telefax 09131 5078–577

Darlehen 12798361897 IBAN DE32 7635 0000 0262 2934 36
Darlehensnehmer Petra Knapp
Bestätigung über die im Zeitraum vom 01.01.2016 – 31.12.2016 geleisteten Zahlungen und die Restschuld zum 31.12.2016

Zinsen	3.519,60 EUR
Restschuld am 01.01.2016	132.815,21 EUR
Restschuld am 31.12.2016	123.269,17 EUR

Bei Einwendungen bitten wir Sie, sich unverzüglich schriftlich mit unserer Innenrevision in Verbindung zu setzen.

Mit freundlichen Grüßen,
VOLKSBANK MARLOFFSTEIN eG

1.2 Stellen Sie einen Tilgungsplan für die Jahre 2016 und 2017 auf.
(Zwischenergebnisse: Annuität $A = 13.065{,}64$ € und Zinssatz $p = 2{,}65\,\%$) (5 Pkt.)

Nach Aussage der Bank wird die Restschuld am 31.12.2017 noch 113.470,16 € betragen. Zu diesem Zeitpunkt plant Frau Knapp einen Teil des Auszahlungsbetrages aus dem Sparbrief (Aufgabe 1.1) in Höhe von 60.000,00 € als Sondertilgung einzubringen.

1.3 Berechnen Sie, in wie vielen Jahren Frau Knapp das Darlehen vollständig zurückbezahlt haben wird. (5 Pkt.)

Musterprüfung nach LehrplanPLUS 2017

Aufgaben ohne Benutzung des Taschenrechners (15 Pkt.)

1 Susanne und Jan kaufen sich gemeinsam eine Pizza. Susanne hat bereits drei Viertel gegessen. Den Rest teilt sie mit Jan und gibt ihm davon die Hälfte. Wie hoch ist Jans Anteil an der gekauften Pizza?

A	B	C	D	Lösung
20 %	25 %	12,5 %	10 %	

(1 Pkt.)

2 Die kleinste der folgenden Zahlen ist ...

A	B	C	D	Lösung
2^3	$5\frac{1}{2}$	$\sqrt{17}$	5,65	

(1 Pkt.)

3 Das Hinterrad eines Fahrrads hat einen Durchmesser von 30 cm. Bei 10 Radumdrehungen fährt man ...

A	B	C	D	Lösung
ca. 15 m.	ca. 30 m.	ca. 3 m.	ca. 9m.	

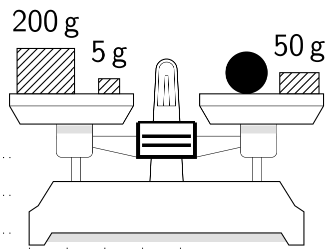
(1 Pkt.)

4 In einer Urne befinden sich 4 Plättchen. Sie tragen die Buchstaben B, E, G und R. Es wird ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der gezogenen Reihenfolge das Wort „BERG“ gebildet wird?

A	B	C	D	Lösung
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{32}$	

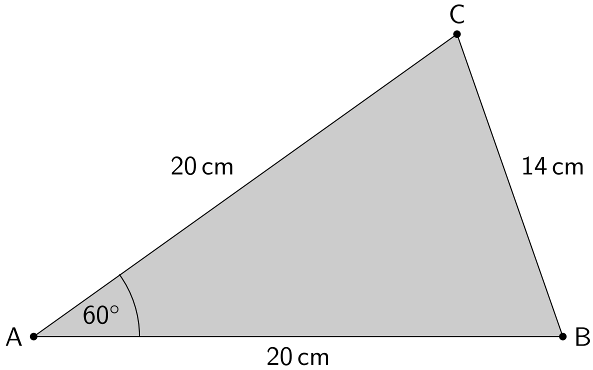
(1 Pkt.)

5 Die Waage befindet sich im Gleichgewicht.
Stellen Sie eine Gleichung auf und berechnen Sie das Gewicht der Kugel.



(2 Pkt.)

6 Begründen Sie, warum man mit diesen Maßen kein Dreieck bilden kann.



Die Skizze ist nicht maßstabsgetreu.

(2 Pkt.)

7 Petra und Jürgen, Klassensprecher einer Wirtschaftsschulklasse, planen eine Wanderung rund um den Tegernsee. Auf einer Internetseite wird die Fläche des Sees mit 25 km^2 angegeben. Petra vermutet, dass diese Angabe viel zu groß ist. Ist Petras Vermutung begründet?
Schätzen Sie auf nachvollziehbare Weise die Fläche des Tegernsees. Nutzen Sie dazu die Informationen aus der Karte.

(2 Pkt.)

Muster

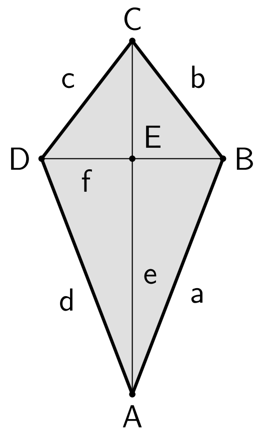
8 Eine Wirtschaftsschulklasse unternimmt mit ihrer Klassenlehrerin von Bad Wiessee aus eine Wanderung entlang des 21 km langen Seerundwegs. Die Gruppe bricht um 13:00 Uhr auf und legt in den ersten 20 Minuten 1,4 km zurück. Nach einem Drittel des Weges dauert die erste Rast 16 Minuten, die zweite ist doppelt so lang.

Berechnen Sie, ob es die Klasse schafft, pünktlich zum Abendessen um 18:30 Uhr in Bad Wiessee zu sein, wenn sie mit gleichbleibender Geschwindigkeit wandert.

(3 Pkt.)

9 Peter bastelt einen Drachen mit den Diagonalen
$\overline{AC} = e = 120\,\text{cm}$ und $\overline{BD} = f = 60\,\text{cm}$.
Er teilt die Strecke e durch die Strecke f so, dass das obere Teilstück $\overline{EC}$ 40 cm lang ist.
Zur Verbesserung der Flugeigenschaft verstärkt er die Seiten b und c mit einem Metallstreifen.

Berechnen Sie die Länge des Metallstreifens, den Peter für die Seiten b und c insgesamt benötigt.



Die Skizze ist nicht maßstabsgetreu

(2 Pkt.)

Aufgabenteil B – Musterprüfung

1 Finanzmathematik

1.1 Herr Schönfelder nimmt am 22.09.2018 einen Dispositionskredit über13.500,00 € auf und zahlt dafür (siehe Kontoauszug) nach 8 Tagen 31,50 € Zinsen.
Der gesuchte Zinssatz wird folgendermaßen berechnet:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z} &= \frac{\mathbf{K \cdot p \cdot t}}{\mathbf{100 \cdot 360}} && |[\text{Umstellen der Formel nach p}] \\ \Longleftrightarrow \text{p} &= \frac{\text{Z} \cdot 100 \cdot 360}{\text{K} \cdot \text{t}} && |[\text{Einsetzen der gegebenen Werte}] \\ \Longleftrightarrow \text{p} &= \frac{31{,}50 \cdot 100 \cdot 360}{13.500{,}00 \cdot 8} \\ \Longleftrightarrow \text{p} &= 10{,}50 \end{aligned}$$

Der Zinssatz beträgt 10,50 %. (2 Pkt.)

1.2 Bei dem zugrunde liegenden Tilgungsverfahren handelt es sich um eine Annuitätentilgung, weil aus dem Tilgungsplan hervorgeht, dass die Rückzahlungsbeträge, also Annuitäten, konstant bleiben.

Die fehlenden Beträge werden wie folgt berechnet:
Tilgung im Jahr 1:
3.226,68€ – 843,75€ = 2.382,93€

Restschuld im Jahr 2:
13.500€ – 3.226,68€ + 843,75€ = 11.117,07€

Zinsen im Jahr 2:
3.226,68€ – 2.531,86€ = 694,82€

Kreditangebot für Herrn Schönfelder

Auszug aus dem Tilgungsplan

Tilgunsverfahren:Annuitätentilgung

Jahr	Restschuld	Zinsen	Tilgung	Annuität
1	13.500,00 €	843,75 €	**2.382,93 €**	3.226,68 €
2	**11.117,07 €**	**694,82 €**	2.531,86 €	3.226,68 €

(2 Pkt.)

1.3 Herr Schönfelder kann im Falle einer Sondertilgung eventuell die Laufzeit des Kredits verkürzen oder die Finanzierungskosten senken. (1 Pkt.)

1.4 Die Lösung wird mit der vorschüssigen Rentenformel berechnet:

Gegeben: Jährlicher Einzahlungsbetrag r: 3.600,00 €; Laufzeit n: 25 Jahre (vom 01.01.1994 – 31.12.2018); $p = 4 \Rightarrow q = 1{,}04$
Gesucht: K_n' (Betrag am Ende der Laufzeit)

$$\begin{aligned} \mathbf{K_n'} &= \mathbf{r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}} && |\text{[Einsetzen der gegebenen Werte]} \\ \iff K_{25}' &= 3.600 \cdot 1{,}04 \cdot \frac{(1{,}04)^{25} - 1}{0{,}04} \\ \iff &= 155.922{,}28 \end{aligned}$$

Bei Versicherungsende beträgt der Auszahlungsbetrag $\underline{\underline{K_{25}' = 155.922{,}28\,€}}$ (3 Pkt.)

1.5 Die Anzahl der Rentenauszahlungen wird folgendermaßen berechnet:

Gegeben: Versicherungssumme K_0: 155.922,28 €; $K_n = 0$; $p = 0{,}9 \Rightarrow q = 1{,}009$
Gesucht: n (Laufzeit der Rentenauszahlungen)

$$\begin{aligned} \mathbf{K_n} &= \mathbf{K_0 \cdot q^n - r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}} \\ \mathbf{0} &= \mathbf{K_0 \cdot q^n - r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}} && | - \mathbf{K_0 \cdot q^n} \\ \mathbf{K_0 \cdot q^n} &= \mathbf{r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}} && |\text{[Einsetzen der gegebenen Werte]} \\ \iff 155.922{,}28 \cdot 1{,}009^n &= 12.000 \cdot 1{,}009 \cdot \frac{1{,}009^n - 1}{0{,}009} && | \cdot 0{,}009 \\ \iff 1.403{,}30 \cdot 1{,}009^n &= 12.108 \cdot (1{,}009^n - 1) \\ \iff 1.403{,}30 \cdot 1{,}009^n &= 12.108 \cdot 1{,}009^n - 12.108 && | - (12.108 \cdot 1{,}009^n) \\ \iff -10.704{,}70 \cdot 1{,}009^n &= -12.108 && | : (-10.704{,}70) \\ \iff 1{,}009^n &= 1{,}13 \\ \iff n \cdot \log(1{,}009) &= \log(1{,}13) && | : \log(1{,}009) \\ \iff n &= 13{,}64 \end{aligned}$$

Demnach erhält Herr Schönfelder $\underline{\underline{\text{13 volle Rentenauszahlungen}}}$. (5 Pkt.)

Original-Prüfung
Mathematik
an zwei-, drei- und vierstufigen
Wirtschaftsschulen 2020

1 Familie Gruber (Vater, Mutter, der 13-jährige Sohn Jonas und die 4-jährige Tochter Lena) besucht zu Beginn der Sommerferien die Stadt München und möchte auf dem Fernsehturm die Aussicht genießen. Aus der Zeitung weiß Herr Gruber, dass es in der ersten Ferienwoche 20 % Rabatt auf den Eintrittspreis gibt.

Quelle „Fernsehturm“: (pixabay - 640835)

Eintrittspreise

Erwachsene:	7,00 €
Kinder und Jugendliche (6 – 18 Jahre):	5,00 €
Kinder unter 6 Jahre:	frei

Entscheiden Sie, welcher Term zur Berechnung des ermäßigten Eintrittspreises richtig ist.

A	B	C	Lösung
$(2 \cdot 7 + 5) \cdot 0{,}2$	$(2 \cdot 7 + 5) \cdot \frac{4}{5}$	$(2 \cdot 7 + 2 \cdot 5) \cdot 1{,}2$	

(1 Pkt.)

2 Beim Oktoberfest - Special der Quizshow „Wer wird Millionär?“ wurde folgende 125.000 € - Frage gestellt.

Betragen die Seitenlängen bei einem Dreieck 3 cm, 4 cm und 5 cm, dann handelt es sich definitiv um ein ...

A: spitzwinkliges Dreieck

B: rechtwinkliges Dreieck

C: stumpfwinkliges Dreieck

D: gleichseitiges Dreieck

Welche dieser Antworten ist die richtige? Begründen Sie rechnerisch.

(2 Pkt.)

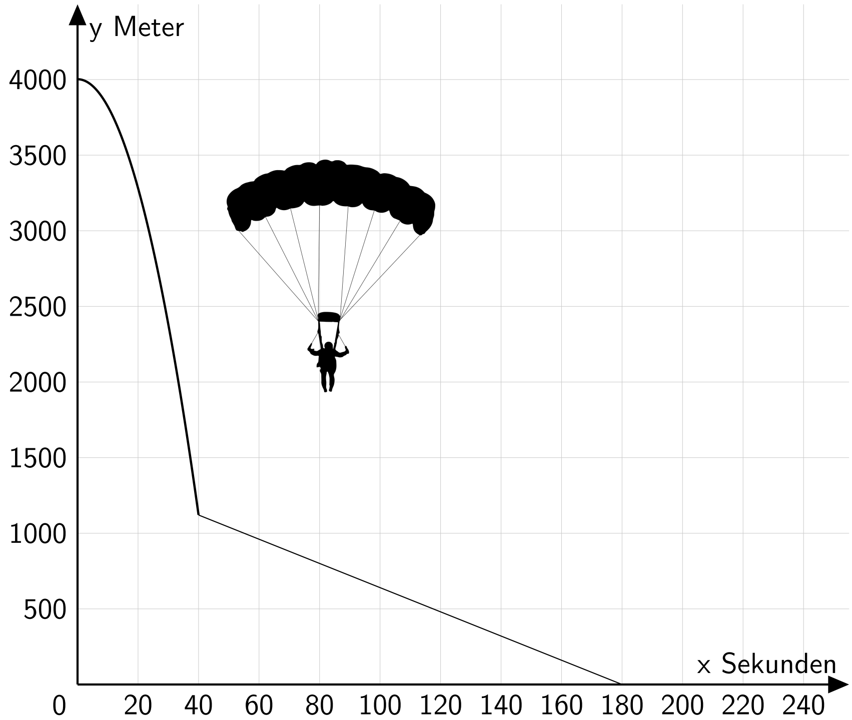
3 Luca möchte sein Fahrradschloss öffnen. Auf jedem Ring können die Ziffern 0 bis 9 eingestellt werden. Die ersten vier Ziffern der Kombination hat er richtig eingestellt. Leider hat er die letzte Ziffer vergessen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Luca bereits beim ersten Versuch sein Fahrradschloss öffnen kann?
Geben Sie das Ergebnis als Bruch und in Prozent an.

Quelle „Fahrradschloss": (ISB)

(1 Pkt.)

4 Hannes hat zum Geburtstag einen Tandemfallschirmsprung geschenkt bekommen. Er springt mit einem erfahrenen Fallschirmspringer aus dem Flugzeug und befindet sich in den ersten 40 Sekunden im freien Fall. Danach öffnet sich der Fallschirm und der Gleitflug beginnt.

Der Graph stellt Hannes Flughöhe y in Abhängigkeit von der Zeit x dar.



Quelle „Fallschirmspringer": (pixabay - 1781587)

4.1 Setzen Sie aus folgenden Bausteinen die Funktionsgleichung zusammen, welche die Flugphase „Freier Fall" beschreibt.

$18x^2$	$1{,}8x^2$	$-1{,}8x^2$	4000	–4000

$y =$ ____________________

(1 Pkt.)

4.2 Entnehmen Sie der Zeichnung, wie lange nur der Gleitflug dauert.

(1 Pkt.)

5 Das Ehepaar Albrecht möchte sich den Traum eines eigenen Hauses erfüllen und kauft sich deshalb ein Grundstück. Sie müssen beim Kauf 3 % vom Grundstückspreis als Grunderwerbssteuer zahlen. Diese beläuft sich auf 4.503,00 €.

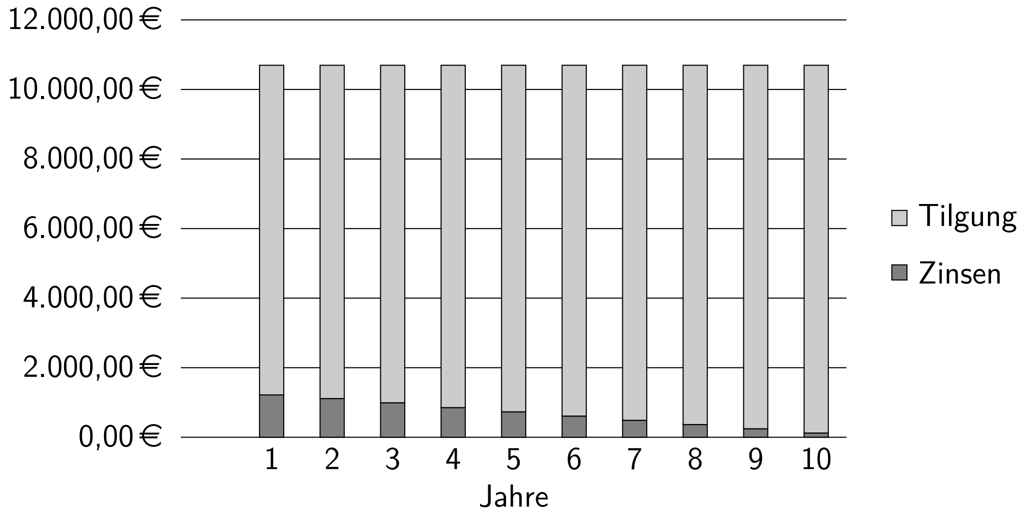
5.1 Berechnen Sie den Kaufpreis des Grundstücks.

(2 Pkt.)

5.2 Einen Teil des Kaufpreises finanzieren die Eheleute Albrecht über einen Kredit. Von der Bank bekommen sie eine Grafik ausgehändigt, die den Darlehensverlauf darstellt.

Bestimmen Sie, um welche Tilgungsart es sich handelt.

Tilgungsart: ______________________



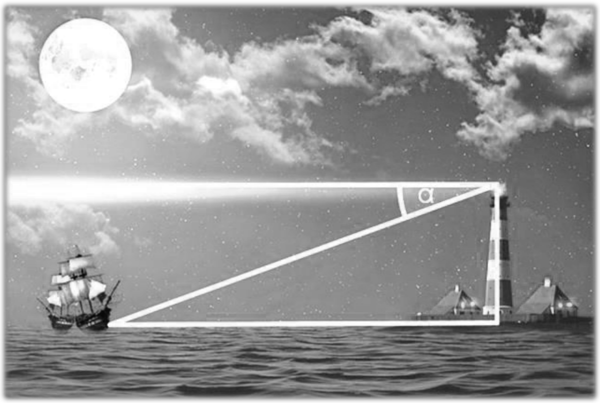
(1 Pkt.)

6 Laura behauptet, dass die beiden Funktionsgleichungen $p_1: y = (x+3)^2-2$ und $p_2: y = x^2+6x+7$ die gleiche Parabel beschreiben.

Überprüfen Sie die Behauptung von Laura rechnerisch, indem Sie die Scheitelform in die allgemeine Form umwandeln.

(2 Pkt.)

7 Von einem 58 m hohen Leuchtturm sieht man ein Schiff unter dem Tiefenwinkel $\alpha = 30°$.
Berechnen Sie mit Hilfe untenstehender Tabelle, wie weit das Schiff vom Leuchtturm entfernt ist.



Quelle: „Leuchtturm“(https://cdn.shopify.com/s/files/1/0012/3125/7697/products/Lighthouse_And_Waves_d4afb67b-e527-436d-8f04-c2e08b8640ea_720x.jpg?v=1571709319, © paintwithdiamaonds)

Winkel	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°
sin ≈	0,09	0,17	0,26	0,34	0,42	0,50	0,57	0,64	0,71
cos ≈	1	0,98	0,97	0,94	0,91	0,87	0,82	0,77	0,71
tan ≈	0,09	0,18	0,27	0,36	0,47	0,58	0,70	0,84	1

(2 Pkt.)

8 Auf dem Bild ist ein zylinderförmiger Wassertank zu sehen. Schätzen Sie Durchmesser und Höhe des Tanks und berechnen Sie dessen Volumen ($\pi = 3$).

Quelle „Wassertank“: (ISB)

(2 Pkt.)

1 Es sind zwei Erwachsene ($2 \cdot 7$ €), ein Kind zwischen 6-18 Jahre (5 €), sowie ein Kind unter 6 Jahre (0 €). Ohne Rabatt würde die Familie also $(2 \cdot 7 + 5)$ € bezahlen. Da es zusätzlich 20 % Rabatt gibt, müssen nur $80\,\% = 0{,}8 = \frac{4}{5}$ bezahlt werden. Der korrekte Term zur Berechnung ist also B. (1 Pkt.)

2 Die Seitenlängen erfüllen den Satz des Pythagoras:

$$\begin{aligned}(3\,\text{cm})^2 + (4\,\text{cm})^2 &= (5\,\text{cm})^2\\ 9\,\text{cm}^2 + 16\,\text{cm}^2 &= 25\,\text{cm}^2\\ 25\,\text{cm}^2 &= 25\,\text{cm}^2\end{aligned}$$

Da der Satz des Pythagoras erfüllt ist, muss ein rechtwinkliges Dreieck vorliegen und Antwort B ist richtig. (2 Pkt.)

3 Für die letzte Ziffer verbleiben noch die Ziffern 0 bis 9, also zehn verschiedene Möglichkeiten. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine dieser zehn beim ersten Versuch korrekt eingestellt wird, liegt also bei $\frac{1}{10} = 10\,\%$. (1 Pkt.)

4.1 Der Ausschnitt der gezeigten Parabel ist nach unten geöffnet. Damit muss das Vorzeichen vor dem quadratischen Term negativ sein, was nur bei „$-1{,}8x^2$" der Fall ist.

Bei 0 Sekunden (vertikale Achse) kann zudem ein Wert von 4000 m abgelesen werden, der zusätzlich durch den Term „4000" berücksichtigt wird.

Die Funktionsgleichung lautet demnach $y = -1{,}8x^2 + 4000$. (1 Pkt.)

4.2 Der Gleitflug beginnt nach 40 Sekunden und endet bei 180 Sekunden. Die Differenz von $180-40 = 140$ Sekunden entspricht also der Dauer des Gleitfluges. (1 Pkt.)

5.1 Die Lösung kann mithilfe der Formel oder durch Dreisatz berechnet werden.
Gegeben: Prozentwert (P) = 4503 €, Prozentsatz (p) = 3 %=0,03
Gesucht: Grundwert (G)

Lösung mit Dreisatz:

	Prozent	**Euro**	
	3 ≙	4503	| : 3
⟺	1 ≙	1501	| · 100
⟺	100 ≙	150100	

Lösung mit Formel:

$$\begin{aligned}G &= \frac{P}{p}\\ &= \frac{4503}{0{,}03} = 150100\end{aligned}$$

Der Kaufpreis beträgt 150100 €. (2 Pkt.)

5.2 Da die Summe über die gesamte Laufzeit des Darlehens gleichbleibt und dabei der Zins immer kleiner und die Tilgung immer größer wird, handelt es sich um eine Annuitätentilgung. (1 Pkt.)

6 Umwandlung der Scheitelpunktform in die allgemeine Form durch Anwendung der 1. binomischen Formel:

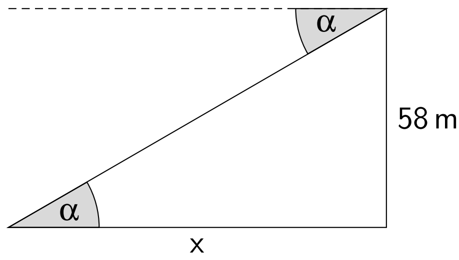
$$\begin{aligned}y &= (x+3)^2 - 2\\ &= (x^2 + 2 \cdot 3x + 9) - 2\\ &= x^2 + 6x + 7\end{aligned}$$

Die Behauptung von Laura ist also wahr. (2 Pkt.)

2020

7 Da die Meeresoberfläche und der Lichtstrahl parallel verlaufen, ist der Winkel α auch im Dreieck zu finden (Wechselwinkel, siehe Skizze). Mit den gegebenen Längen und der Tabelle kann dann die gesuchte Seitenlänge ermittelt werden:

$$
\begin{aligned}
& & \tan(\alpha) &= \frac{58\,\text{m}}{x} & &|\cdot x \\
&\Longleftrightarrow & x\cdot\tan(30^\circ) &= 58\,\text{m} & &|:\tan(30^\circ) \\
&\Longleftrightarrow & x &= \frac{58\,\text{m}}{\tan(30^\circ)} \\
&\Longleftrightarrow & x &= \frac{58\,\text{m}}{0{,}58} \\
&\Longleftrightarrow & \underline{\underline{x}} &\underline{\underline{= 100\,\text{m}}}
\end{aligned}
$$



(2 Pkt.)

8 Die Höhe des Sattels eines Fahrrads kann im Durchschnitt auf 1 m geschätzt werden. Der Tank hat einen Durchmesser von etwa 1,5 Sattelhöhen, also $\underline{\underline{1{,}5\,\text{m}}}$ und eine Höhe von etwa 2,5 Sattelhöhen, also $\underline{\underline{2{,}5\,\text{m}}}$.

Das Volumen des Tanks kann nun aus dem Produkt von Grundfläche und Höhe bestimmt werden. Die kreisförmige Grundfläche des Tanks hat einen Radius von 0,75 m. Für die Fläche gilt damit:

$$A_G = \pi \cdot r^2 \approx 3\cdot(0{,}75\,\text{m})^2 = 3\cdot 0{,}75\cdot 0{,}75\,\text{m}^2 \approx 1{,}6\,\text{m}^2$$

Damit ergibt sich das Volumen des Tanks:

$$V = A_G \cdot h \approx 1{,}6\,\text{m}^2 \cdot 2{,}5\,\text{m} = (1{,}6\cdot 2 + 1{,}6\cdot 0{,}5)\,\text{m}^3 \approx \underline{\underline{4\,\text{m}^3}}$$

(Hinweis: Ausgehend von unterschiedlichen Schätzwerten und verschiedener Rundung von Zwischenergebnissen sind bei nachvollziehbarer Darstellung auch ähnliche Ergebnisse korrekt.) (2 Pkt.)

1 Finanzmathematik

Quelle „Skaterin“: (pixabay - 316565)

Die ehemalige Wirtschaftsschülerin Luisa träumt davon, ihr Hobby zum Beruf zu machen. Sie plant einen kleinen Laden zu eröffnen, in dem sie Longboards, Skateboards und Snowboards anbieten will.
Luisas Opa hat am Anfang des Jahres 2010 einen Sparvertrag für seine Enkelin abgeschlossen, in den er einmalig zu Beginn 7.500,00 € und seither immer zu Jahresbeginn 2.500,00 € einbezahlt hat. Der Vertrag wurde mit 2,10 % verzinst.

1.1 Berechnen Sie, auf welches Kapital Luisa am Ende des Jahres 2019 zurückgreifen kann. (3 Pkt.)

Neben dem Sparvertrag von ihrem Opa besitzt Luisa noch ein Sparbuch, auf das sie vor 7 Jahren ihre Geldgeschenke zur Konfirmation in Höhe von 2.490,00 € einbezahlt hat. Aktuell weist das Sparbuch nach Eintragung aller Zinsen und Zinseszinsen einen Kontostand von 2.763,51 € auf.

1.2 Berechnen Sie den Zinssatz, den Luisa auf ihr Sparbuch bekommen hat. (3 Pkt.)

Luisa erbt von ihrer Großtante 40.000,00 €. Diesen Betrag legt sie auf einem Sparkonto zu einem Zinssatz von 1,80 % an. Sie möchte davon zukünftig zu Beginn eines jeden Jahres Geld entnehmen, um davon ihre Werbepartner bezahlen zu können.

1.3 Berechnen Sie, wie viele volle Jahre Luisa den Betrag von 5.200,00 € entnehmen kann, bevor das Kapital aufgebraucht ist. (4 Pkt.)

2020

Zur Einrichtung ihres Ladens benötigt Luisa einen Bankkredit (siehe Beleg).

Darlehensvertrag

zwischen

Sparbank Unterfranken	und	**Schott, Luisa**
Kreditinstitut		Name, Vorname
Weißenburger Str. 35		**Hörsteiner Str. 4**
Straße		Straße
63739 Aschaffenburg		**63801 Kleinostheim**
PLZ und Wohnort		PLZ und Wohnort
– nachfolgend „*Darlehensgeber*“ genannt –		– nachfolgend „*Darlehensnehmer*“ genannt –

§1 Darlehensgewährung

Der Darlehensgeber gewährt dem Darlehensnehmer ein verzinsliches Darlehen in Höhe von **57.800,00** EUR.

Das Darlehen hat eine Laufzeit von **17** Jahren ab dem Auszahlungsdatum.
Der Darlehensbetrag wird auf folgende Bankverbindung ausgezahlt:

Luisa Schott	**DE34 7953 5547 0000 0145 88**	**Sparbank Unterfranken**
Kontoinhaber	Kontoverbindung (IBAN)	Kreditinstitut

§2 Verzinsung

Das Darlehen ist mit 3,20 % p.a. zu verzinsen. Die Zinsen werden jeweils jährlich berechnet.

§3 Tilgung

Das Darlehen ist in jährlichen gleichbleibenden Tilgungsraten in Höhe von **3.400,00** EUR zu tilgen. Tilgung und Zinsen werden automatisch am Jahresende von Ihrem Konto eingezogen. Bitte achten Sie auf ausreichende Deckung.

Aschaffenburg, 25.06.2020
(Ort) (Datum)

Harald Geißendörfer	***Luisa Schott***
(Darlehensgeber)	(Darlehensnehmer)

1.4 Erstellen Sie einen Tilgungsplan für die ersten beiden Jahre. (3 Pkt.)

1.5 Berechnen Sie nach wie vielen Jahren Luisa erstmals weniger als 1.000,00 € Zinsen für ihr Darlehen zahlen muss. (2 Pkt.)

1 Finanzmathematik

1.1 Auf welches Kapital Luisa nach insgesamt 10 Jahren (es handelt sich um eine nachschüssige Kapitalmehrung) zurückgreifen kann, wird folgendermaßen berechnet:

$$K_n = K_0 \cdot q^n + r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$
$$K_{10} = 7.500,00 \cdot 1,021^{10} + 2.500,00 \cdot \frac{1,021^{10} - 1}{1,021 - 1}$$
$$\Longleftrightarrow K_{10} = 36.732,27\,€$$

Luisa kann am Ende des Jahres 2019 auf 36.732,27 € zurückgreifen. (2 Pkt.)

1.2 Der Zinssatz, den Luisa für ihr Sparbuch bekommen hat, wird folgendermaßen berechnet:

$$K_7 = K_0 \cdot q^7$$
$$2.763,51 = 2.490,00 \cdot q^7 \quad | : 2.490,00$$
$$\Longleftrightarrow \quad q^7 = \frac{2.763,51}{2.490,00} \quad | : \sqrt[7]{\ }$$
$$\Longleftrightarrow \quad q = \sqrt[7]{\frac{2.763,51}{2.490,00}}$$
$$\Longleftrightarrow \quad q = 1,015$$
$$\Rightarrow \quad p = 1,5\,\%$$

Luisa hat für ihr Sparbuch einen Zinssatz von 1,5 % bekommen. (3 Pkt.)

1.3 Luisa legt das geerbte Kapital von 40.000,00 € zum einem Zinssatz von 1,80 % an. Zu Beginn eines jeden Jahres (es handelt sich um eine vorschüssige Kapitalminderung) entnimmt Luisa 5.200,00 € .
Wie viele volle Jahre Luisa den Betrag entnehmen kann, wird folgendermaßen berechnet:

$$K_n = K_0 \cdot q^n - r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$
$$0 = 40.000,00 \cdot 1,018^n - 5.200,00 \cdot 1,018 \cdot \frac{1,018^n - 1}{1,018 - 1} \quad | \cdot (1,018 - 1)$$
$$\Longleftrightarrow \quad 0 = 720,00 \cdot 1,018^n - 5.293,60 \cdot 1,018^n + 5.293,60 \quad | - 5.293,60$$
$$\Longleftrightarrow \quad -5.293,60 = -4.573,60 \cdot 1,018^n \quad | : (-4.573,60)$$
$$\Longleftrightarrow \quad \frac{-5.293,60}{-4.573,60} = 1,018^n \quad | \lg(\ )$$
$$\Longleftrightarrow \quad n = \frac{\lg(\frac{-5.293,60}{-4.573,60})}{\lg(1,018)}$$
$$\Longleftrightarrow \quad n = 8,20 \text{ Jahre}$$

Luisa kann insgesamt acht volle Jahre den Betrag von 5.200,00 € von ihrem Sparbuch entnehmen. (4 Pkt.)

2020

1.4 Luisa benötigt zu Einrichtung ihres Ladens einen Bankkredit (siehe Anlage Darlehensvertrag) über 57.800,00 € mit einem Zinssatz von 3,20 % p. a., mit jährlich gleichbleibenden Tilgungsraten über 3.400,00 €. Laufzeit sind 17 Jahre.

Der Tilgungsplan für die ersten beiden Jahre sieht dann folgendermaßen aus:

Jahr	Restschuld	Zinsen	Tilgung	Annuität
1	57.800,00 €	1.849,60 €	3.400,00 €	5.249,60 €
2	54.400,00 €	1.740,80 €	3.400,00 €	5.140,80 €

(3 Pkt.)

1.5 Nach wie vielen Jahren Luisa erstmals weniger als 1.000,00 € Zinsen für das Darlehen bezahlen muss, wird folgendermaßen berechnet:

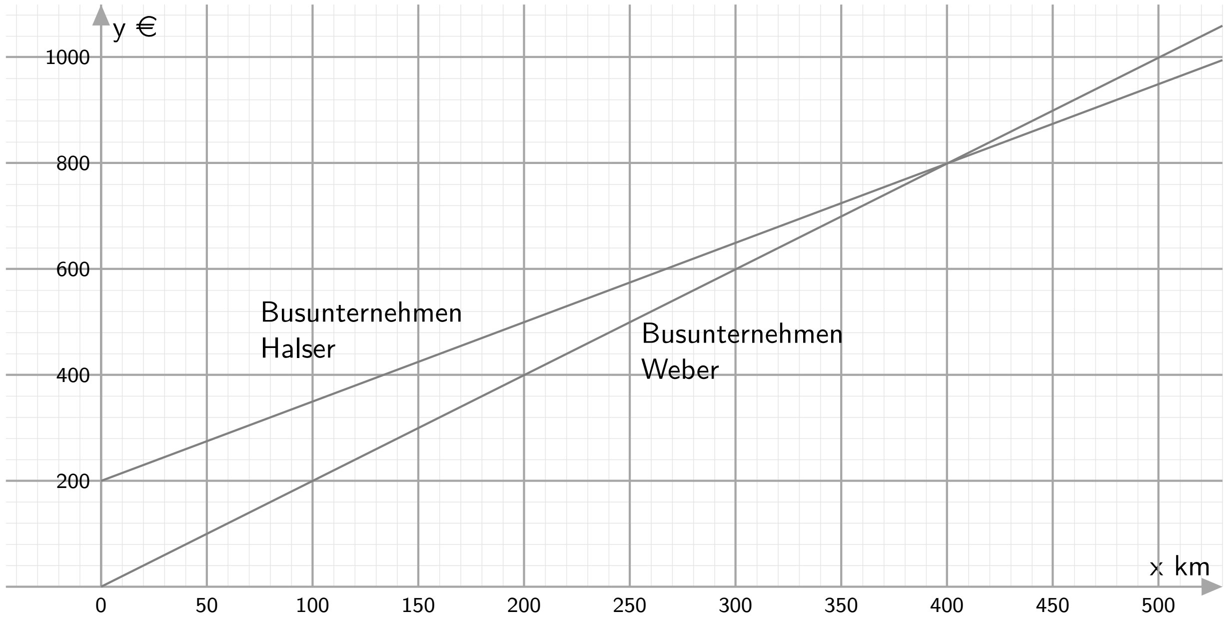
$$\begin{aligned}
Z_v &= T \cdot (q-1) \cdot (n-v+1) \\
1.000{,}00 &= 3.400{,}00 \cdot (1{,}018-1) \cdot (17-v+1) \\
1.000{,}00 &= 61{,}20 \cdot (18-v) \\
1.000{,}00 &= 1.101{,}60 - 61{,}20v && |\; -1.101.60 \\
-1.101{,}60 &= -61{,}20v && |\; : -61{,}20 \\
v &= 18 \text{ Jahre}
\end{aligned}$$

(2 Pkt.)

Original-Prüfung Mathematik an zwei-, drei- und vierstufigen Wirtschaftsschulen 2022

Block ohne Wahlmöglichkeiten

1 Die Klasse 10b einer Wirtschaftsschule plant die Abschlussfahrt ins 150 km entfernte Salzburg. Die untenstehende Grafik veranschaulicht die Fahrtkosten von zwei ortsansässigen Busunternehmen in Abhängigkeit von den gefahrenen Kilometern.



1.1 Entnehmen Sie aus der Grafik die Kosten für die Hin- und Rückfahrt des günstigeren Unternehmens und geben Sie dieses an.

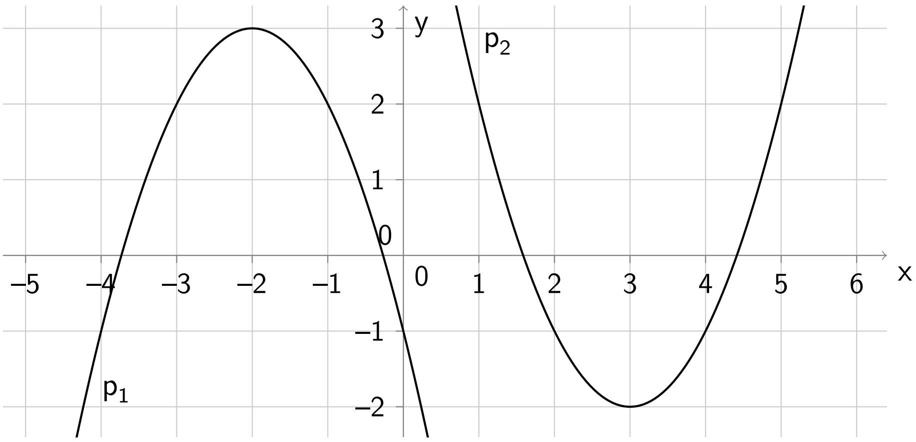
(1 Pkt.)

1.2 Vor Ort werden durch einige Ausflüge nochmals 170 km Fahrstrecke hinzukommen.

Begründen Sie, ob diese Tatsache einen Einfluss auf die unter Aufgabe 1.1 getroffene Entscheidung hat.

(1 Pkt.)

2 Gegeben sind die Normalparabeln $p_1: y = -(x+2)^2 + 3$ und p_2.



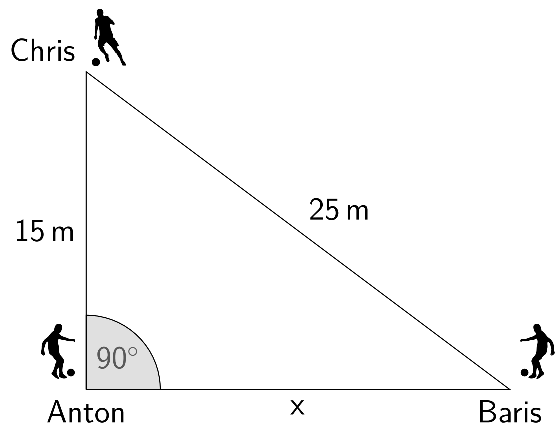
2.1 Geben Sie die Gleichung der Parabel p_2 in der Scheitelform an.

$p_2: y =$ ____________________ (1 Pkt.)

2.2 Wandeln Sie die Gleichung der Parabel p_1 in die allgemeine Form um.

(2 Pkt.)

3 Im Fußballtraining spielen sich die Kinder Anton, Baris und Chris die Bälle zu (siehe Skizze).
Berechnen Sie die Entfernung x zwischen Anton und Baris.



(2 Pkt.)

Block ohne Wahlmöglichkeiten

1.1 Da das Ziel Salzburg 150 km entfernt ist, werden für Hin- und Rückfahrt also insgesamt $2 \cdot 150\,\text{km} = 300\,\text{km}$ gefahren. Aus der Grafik können dann auf der x-Achse bei 300 km die beiden Kurven verglichen werden. Die Kurve des Busunternehmens Weber liegt weiter unten, ist also günstiger. An der y-Achse kann der Preis für 300 km zu $\underline{\underline{600\,€}}$ abgelesen werden.

1.2 Wenn zu den 300 km noch 170 km hinzukommen, werden insgesamt 470 km gefahren. An dieser Stelle liegt die Kurve von Busunternehmen Halser niedriger, ist also günstiger. In diesem Fall müsste die Entscheidung also für das andere Busunternehmen getroffen werden.

2.1 Der Scheitelpunkt der Parabel kann zu $(3\,|\,-2)$ abgelesen werden. Diese Koordinaten können in die allgemeine Scheitelpunktform $y = (x - x_S)^2 + y_S$ eingesetzt, und es ergibt sich die Gleichung der Parabel zu $\underline{\underline{p_2\colon y = (x-3)^2 - 2}}$.

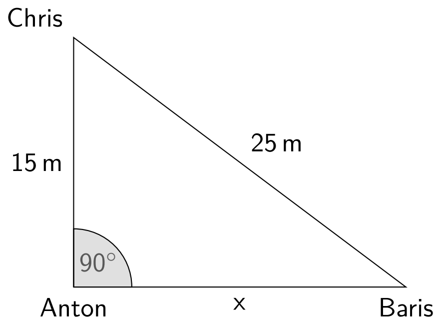
2.2 Um in die allgemeine Form umzuwandeln, wird die binomische Formel verwendet, damit die Klammer aufgelöst und dann zusammengefasst:

$$\begin{aligned} p_2\colon y &= (x-3)^2 - 2 \\ &= (x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2) - 2 \\ &= (x^2 - 6x + 9) - 2 \\ &= x^2 - 6x + 9 - 2 \\ &= x^2 - 6x + 7 \end{aligned}$$

Die allgemeine Form der Parabel lautet $\underline{\underline{p_2\colon y = x^2 - 6x + 7}}$.

3 Da es sich um ein rechtwinkliges Dreieck handelt, wird der Satz des Pythagoras verwendet (Maße in m):

$$\begin{aligned} & 15^2 + x^2 = 25^2 && \mid -15^2 \\ \Longleftrightarrow\quad & x^2 = 25^2 - 15^2 && \\ \Longleftrightarrow\quad & x^2 = 625 - 225 && \\ \Longleftrightarrow\quad & x^2 = 400 && \mid \sqrt{\ } \\ \Longleftrightarrow\quad & x = 20 && \end{aligned}$$



Die Entfernung zwischen Anton und Baris beträgt $\underline{\underline{20\,\text{m}}}$.

Wahlblock 1

1.1 Wenn die Wahrscheinlichkeit, die entsprechende Musterung zu drehen bei 40 % liegt, muss auch der Anteil der Felder an der Scheibe 40 % betragen. Die Anzahl kann entweder mit dem Dreisatz oder mithilfe der Formel berechnet werden.

Gegeben: Grundwert (G) = 15 (Felder), Prozentsatz (p) = 40 %=0,4
Gesucht: Prozentwert (P)

Lösung mit Dreisatz:

Prozent Felder

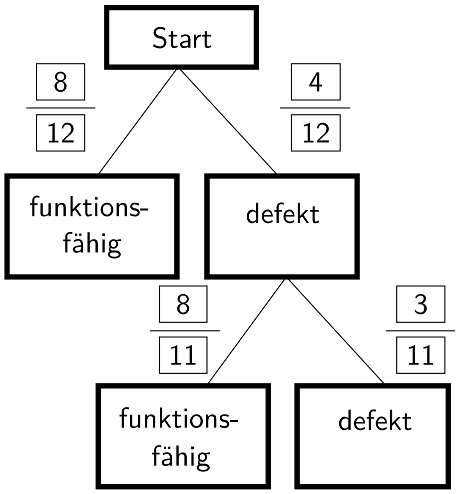
$$
\begin{array}{rrcll}
 & 100 & \hat{=} & 15 & \mid :100 \\
\Longleftrightarrow & 1 & \hat{=} & 0{,}15 & \mid \cdot 40 \\
\Longleftrightarrow & 40 & \hat{=} & 6 &
\end{array}
$$

Lösung mit Formel:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{P} &= \mathrm{G} \cdot \mathrm{p} \\
&= 15 \cdot 0{,}4 = 6
\end{aligned}
$$

Eine Wahrscheinlichkeit von 40 % entspricht 6 Feldern mit der gleichen Musterung.

1.2 Beim ersten Ziehen sind zwölf Stifte vorhanden. Da bei vier Stiften die Mine eingetrocknet ist, sind acht Stifte (Anteil $\frac{8}{12}$) funktionsfähig und vier (Anteil $\frac{4}{12}$) defekt. Wenn bereits ein defekter Stift gezogen, aber nicht zurückgelegt wurde, sind noch elf Stifte vorhanden, davon acht (Anteil $\frac{8}{11}$) funktionsfähig und drei (Anteil $\frac{3}{11}$) defekt. Das vollständige Baumdiagramm ist nebenstehend zu sehen.



1.3 Aus der Tabelle kann die absolute Häufigkeit der Gesamtzahl und der Personen für Ereignis E durch Zählen bestimmt werden. Insgesamt haben sich zehn Schüler eingetragen (diese Zahl ist auch im Text zu finden). Für das Ereignis E werden nun die Zahlen in den Feldern addiert, die dem Ereignis entsprechen, also die in „$< 1\,\mathrm{km}$“ und „$1\,\mathrm{km} - 3\,\mathrm{km}$“ und außerdem nicht in der Reihe Fahrrad, sondern „U-Bahn/Bus“ oder „zu Fuß“. Dies entspricht $2 + 2 + 1 = 5$ Schülern. Die relative Häufigkeit entspricht demnach $\underline{\underline{\frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\,\%}}$.

Wahlblock 2

2.1 Bei der gegebenen Formel handelt es sich um die Formel für kombinierte Zinseszins-/Rentenrechnung mit nachschüssiger Kapitalminderung. Der erste Teil der Formel beschreibt dabei die Zinsen der Bank auf den Anlegebetrag. Daraus kann $K_0 = 30000\,€$, sowie $n = 12$ und die Höhe der Zinsen von $1{,}009 - 1 = 0{,}009 = 0{,}9\,\%$ entnommen werden. Der zweite Teil beschreibt die jährliche Minderung um 1500 €. Daraus ergibt sich eine mögliche Aufgabenstellung:

„Bei einer Bank werden 30000 € angelegt. Es werden 12 Jahre lang am Ende des Jahres 1500 € abgehoben. Die Bank gewährt 0,9 % Zinsen. Auf welchen Betrag ist die Anlage nach 12 Jahren gesunken?“

2.2 Anbieter 1 berechnet einen Grundpreis von 3020 € und 80 € Lieferkosten. Insgesamt müssen hier also

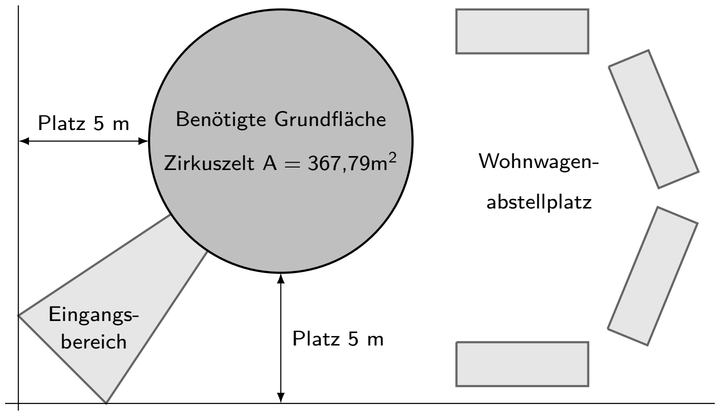
$$3020\,€ + 80\,€ = 3100\,€$$

bezahlt werden.

Anbieter 2 gewährt einen Rabatt von 15 %, sodass nur noch $100\,\% - 15\,\% = 85\,\%$ des originalen Preises bezahlt werden müssen. Dieser Betrag kann mithilfe des Dreisatzes oder der Formel bestimmt werden:

5 Raum und Form

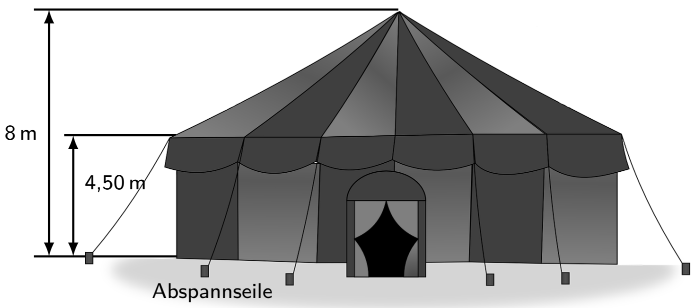
Der Zirkus kommt nach Bad Aibling.
Zur Genehmigung schickt der Zirkusdirektor den nebenstehenden Lageplan an die Stadtverwaltung, um den nötigen Platzbedarf zu übermitteln.



Die Skizze ist nicht maßstabsgetreu.

5.1 Bestimmen Sie den Radius des Zirkuszeltes. (Ergebnis: $r = 10{,}82\,\text{m}$) (2 Pkt.)

Das Zirkuszelt besteht aus einem 4,50 m hohen und annähernd zylinderförmigen Grundkörper mit einem kegelförmigen Dach. Die Gesamthöhe des Zeltes beträgt 8 m.
Am Zelt sind umlaufend Abspannseile im Abstand von 80 cm angebracht, die im Boden verankert sind (siehe Skizze).



Die Skizze ist nicht maßstabsgetreu.

5.2 Berechnen Sie, wie viele Abspannseile für das Zelt nötig sind. (2 Pkt.)

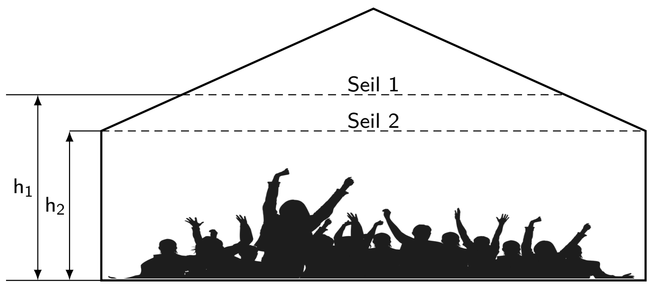
Laut aktuellen Hygienebestimmungen muss für jeden Besucher in geschlossenen Zelten ein Luftvolumen von mindestens $10\,\text{m}^3$ zur Verfügung stehen.

5.3 Berechnen Sie, wie viele Besucher unter diesen Bedingungen maximal pro Veranstaltung eingelassen werden dürfen. (4 Pkt.)

Durch unachtsame Lagerung der Plane für das Zirkusdach sind Schäden an dieser entstanden.

5.4 Berechnen Sie die Fläche der neu zu bestellenden Plane. (4 Pkt.)

Für eine Hochseilnummer werden zwei parallele Seile in den Höhen $h_1 = 6{,}50\,\text{m}$ und $h_2 = 4{,}50\,\text{m}$ gespannt.
Das Zelt ist insgesamt 8 m hoch und hat einen Radius von 10,82 m.



5.5 Berechnen Sie die Länge von Seil 1. (3 Pkt.)

5 Raum und Form

5.1 Aus der gegebenen Grundfläche des Zeltes kann der Radius bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
& & \pi \cdot r^2 &= A & \\
&\Longleftrightarrow & \pi \cdot r^2 &= 367{,}79\,\text{m}^2 & \mid :\pi \\
&\Longleftrightarrow & r^2 &= \frac{367{,}79\,\text{m}^2}{\pi} & \mid \sqrt{} \\
&\Longleftrightarrow & r &= \sqrt{\frac{367{,}79\,\text{m}^2}{\pi}} & \\
&\Longleftrightarrow & r &\approx 10{,}82\,\text{m} &
\end{aligned}$$

Der Radius des Zeltes beträgt etwa $\underline{\underline{10{,}82\,\text{m}}}$.

5.2 Die Seile werden aller 80 cm $\mathrel{\hat{=}}$ 0,8 m angebracht. Zunächst wird der Umfang des Zeltes aus dem Radius bestimmt:

$$u = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 10{,}82\,\text{m} \approx 67{,}98\,\text{m}$$

Teilt man diese Gesamtlänge durch die 0,8 m, die pro Abspannseil eingerechnet werden, so ergibt sich:

$$\frac{67{,}98\,\text{m}}{0{,}8\,\text{m}} \approx 84{,}98 \approx 85$$

Es werden $\underline{\underline{85}}$ Abspannseile für das Zelt benötigt.

5.3 Die maximale Besucherzahl ergibt sich aus dem Gesamtvolumen des Zeltes. Das Volumen des Zeltes ergibt sich aus der Summe des Volumens des unteren zylinderförmigen Grundkörpers und des Volumens des kegelförmigen Daches. Die Grundfläche für beide Körper ist die Grundfläche des Zeltes $A = 367{,}79\,\text{m}^2$. Der Grundkörper hat laut Abbildung eine Höhe von $h_{\text{Grund}} = 4{,}50\,\text{m}$. Da das Zelt eine Gesamthöhe von 8 m hat, gilt für die Höhe des Daches:

$$h_{\text{Dach}} = 8\,\text{m} - h_{\text{Grund}} = 8\,\text{m} - 4{,}50\,\text{m} = 3{,}50\,\text{m}$$

Für das gesuchte Volumen gilt damit:

$$\begin{aligned}
V &= V_{\text{Grund}} + V_{\text{Dach}} \\
&= A \cdot h_{\text{Grund}} + \frac{1}{3} \cdot A \cdot h_{\text{Dach}} \\
&= 367{,}79\,\text{m}^2 \cdot 4{,}50\,\text{m} + \frac{1}{3} \cdot 367{,}79\,\text{m}^2 \cdot 3{,}50\,\text{m} \\
&\approx 2084{,}13\,\text{m}^3
\end{aligned}$$

Dieses Gesamtvolumen kann nun durch das benötigte Luftvolumen pro Besucher geteilt werden:

$$\frac{2084{,}13\,\text{m}^3}{10\,\text{m}^3} \approx 208{,}41$$

Es dürfen demnach also maximal $\underline{\underline{208}}$ Besucher pro Veranstaltung eingelassen werden.

5.4 Die Mantelfläche des Daches ergibt sich aus dem Radius r und der Länge der Mantellinie s. Diese Länge ergibt sich gemäß Formelsammlung aus Radius und Höhe:

$$s = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{(10{,}82\,\text{m})^2 + (3{,}50\,\text{m})^2} \approx 12{,}65\,\text{m}$$

Daraus folgt für die Mantelfläche des Kegels:

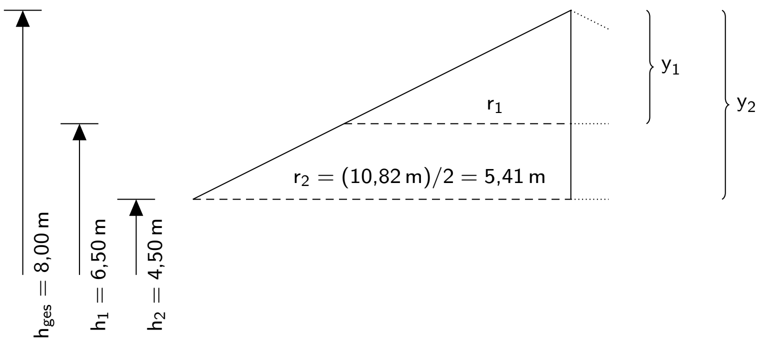
$$M = r \cdot s \cdot \pi = 10{,}82\,\text{m} \cdot 12{,}65\,\text{m} \cdot \pi \approx 430{,}00\,\text{m}^2$$

Es müssen $\underline{\underline{430{,}00\,\text{m}^2}}$ neue Plane bestellt werden.

5.5 Ausgehend von der Spitze des Zeltes wird eine senkrechte Linien eingezeichnet (Vergleich Skizze). Diese teilt die Länge der Seile in zwei gleiche Teile, welche dann dem Radius des Kreises an dieser Stelle entsprechen. Da die Seile parallel sind, kann dann der Strahlensatz verwendet werden. Aus den gegebenen Höhen h_1 und h_2 und der Gesamthöhe des Zeltes kann die Länge der entsprechenden Stücke von der Spitze bis zu den Seilen bestimmt werden.

Für die rechtsstehende Skizze gilt nach Strahlensatz:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{y_1}{y_2}$$



Die Längen y_1 und y_2 ergeben sich aus den Höhen:

$$\begin{aligned} y_1 &= h_{ges} - h_1 \\ &= 8{,}00\,\text{m} - 6{,}50\,\text{m} = 1{,}50\,\text{m} \\ y_2 &= h_{ges} - h_2 \\ &= 8{,}00\,\text{m} - 4{,}50\,\text{m} = 3{,}50\,\text{m} \end{aligned}$$

Damit gilt:

$$\begin{aligned} && \frac{r_1}{r_2} &= \frac{y_1}{y_2} && \mid \cdot r_2 \\ \Longleftrightarrow && r_1 &= \frac{1{,}50\,\text{m}}{3{,}50\,\text{m}} \cdot 5{,}41\,\text{m} \\ \Longleftrightarrow && r_1 &\approx 2{,}32\,\text{m} \end{aligned}$$

Die Länge des Seils 1 entspricht dem zweifachen Wert von r_1 und beträgt $2 \cdot 2{,}32\,\text{m} = \underline{\underline{4{,}64\,\text{m}}}$.

2022

Merkhilfe

ALGEBRA

1 Prozent- und Zinsrechnung

$PW = \frac{GW \cdot p}{100}$

$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$

2 Binomische Formeln

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

3 Potenzen (mit a, b ≠ 0)

$a^0 = 1$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$

$a^m : a^n = a^{m-n}$

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$a^m : b^m = (a : b)^m$

4 Wurzeln (mit a, b > 0)

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$

$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

$\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b}$

5 Logarithmus (mit a, b > 0 und a ≠ 1)

$a^x = b \leftrightarrow x = \log_a b$

$\log_a u^n = n \cdot \log_a u$

$\lg u^n = n \cdot \lg u$

FUNKTIONEN

6 Lineare Funktionen

Normalform

$g : y = m \cdot x + t$

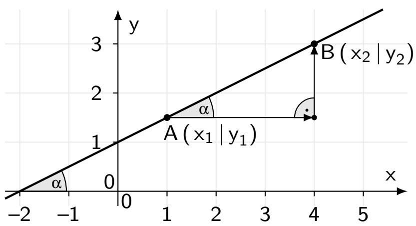
Zweipunkteform

$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Steigung

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$m = \tan \alpha$



7 Quadratische Gleichungen und Funktionen (mit a ≠ 0)

allgemeine Gleichung

$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$

allgemeine Form

$p : y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

Lösungsformel

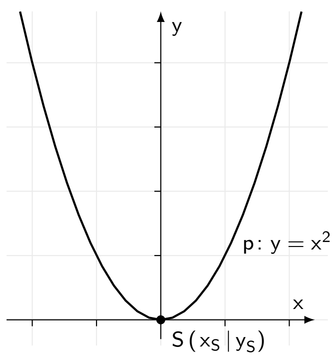
$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$

Scheitelform

$p : y = a \cdot (x - x_s)^2 + y_s$

Scheitelpunktkoordinaten

$S(x_s | y_s) = S\left(-\frac{b}{2 \cdot a} \,\middle|\, c - \frac{b^2}{4 \cdot a}\right)$



8 Exponentialfunktion

$y = b \cdot a^x$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+$

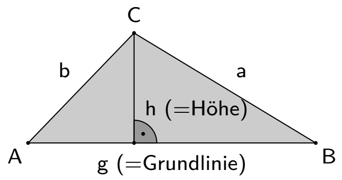
*Die Merkhilfe stellt keine Formelsammlung im klassischen Sinne dar. Bezeichnungen werden nicht erklärt und Voraussetzungen für die Gültigkeit der Formeln in der Regel nicht dargestellt.

FIGURENGEOMETRIE

9 Berechnung im Dreieck

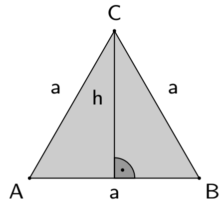
allgemeines Dreieck

$A = \frac{\text{Grundline}\cdot\text{Höhe}}{2} = \frac{g\cdot h}{2}$



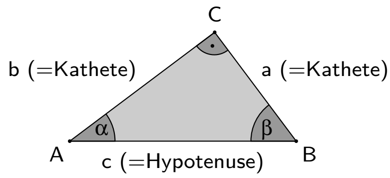
gleichseitiges Dreieck

$A = \frac{a^2}{4}\cdot\sqrt{3}$ $h = \frac{a}{2}\cdot\sqrt{3}$



rechtwinkliges Dreieck - **Satz des Pythagoras**

$A = \frac{a\cdot b}{2}$ $c^2 = a^2 + b^2$

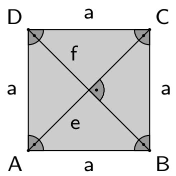


10 Berechnung im Viereck

Quadrat

$u = 4\cdot a$ $A = a^2$

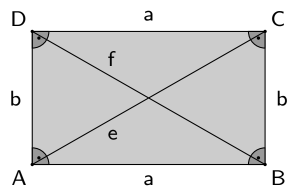
$e = f = a\sqrt{2}$



Rechteck

$u = 2\cdot(a+b)$ $A = a\cdot b$

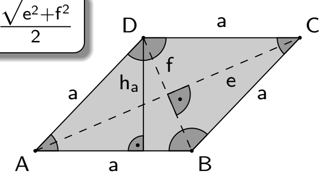
$e = f = \sqrt{a^2+b^2}$



Raute

$u = 4\cdot a$ $A = a\cdot h_a = \frac{e\cdot f}{2}$

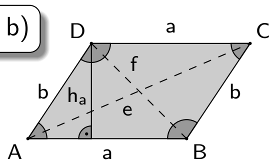
$a = \frac{\sqrt{e^2+f^2}}{2}$



Parallelogramm

$u = 2\cdot(a+b)$

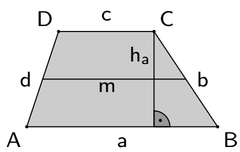
$A = a\cdot h_a$



allgemeines Trapez

$u = a+b+c+d$

$A = m\cdot h_a = \frac{a+c}{2}\cdot h_a$



11 Berechnungen am Kreis

$u = 2\cdot r\cdot\pi$ $A = r^2\cdot\pi$

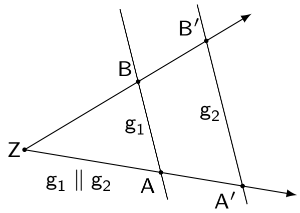
12 Strahlensätze

1. Strahlensatz

$\frac{|\overline{ZA}|}{|\overline{ZA'}|} = \frac{|\overline{ZB}|}{|\overline{ZB'}|}$ $\frac{|\overline{ZA}|}{|\overline{AA'}|} = \frac{|\overline{ZB}|}{|\overline{BB'}|}$

2. Strahlensatz

$\frac{|\overline{AB}|}{|\overline{A'B'}|} = \frac{|\overline{ZA}|}{|\overline{ZA'}|} = \frac{|\overline{ZB}|}{|\overline{ZB'}|}$



RAUMGEOMETRIE

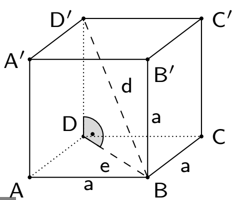
13 Prismen

Würfel

$O = 6\cdot a^2$

$V = a^3$

$e = a\sqrt{2}$ $d = a\sqrt{3}$

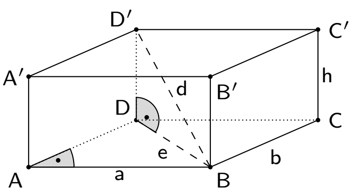


Quader

$O = 2\cdot(a\cdot b + b\cdot h + a\cdot h)$

$V = G\cdot h = a\cdot b\cdot h$

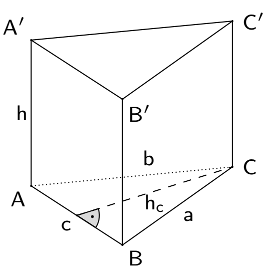
$e = \sqrt{a^2+b^2}$ $d = \sqrt{a^2+b^2+h^2}$



Dreiseitiges Prisma

$O = 2\cdot G + M = c\cdot h_c + h\cdot(a+b+c)$

$V = G\cdot h = \frac{1}{2}\cdot c\cdot h_c\cdot h$



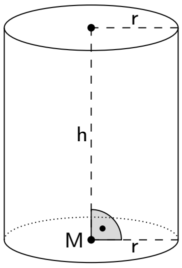
14 Gerader Kreiszylinder

$G = r^2 \cdot \pi$

$M = u \cdot h$
$= 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h$

$O = 2 \cdot G + M$

$V = G \cdot h$
$= r^2 \cdot \pi \cdot h$



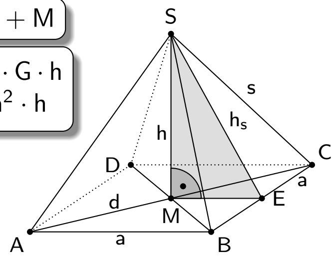
15 Gerade quadratische Pyramide

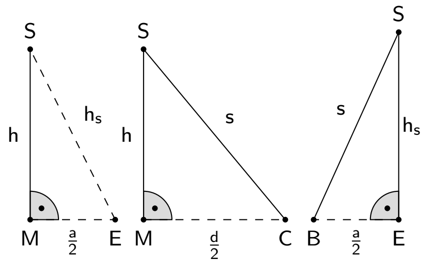
$G = a^2$

$M = 4 \cdot A_\Delta = 4 \cdot \frac{h_S \cdot a}{2}$

$O = G + M$

$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$
$= \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$





16 Gerader Kreiskegel

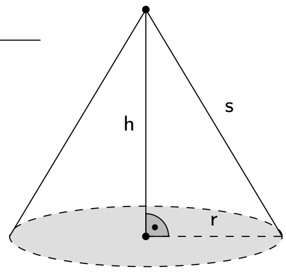
$G = r^2 \cdot \pi$

$M = r \cdot s \cdot \pi$

$O = G + M$

$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$

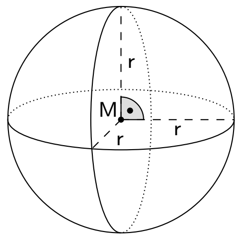
$s = \sqrt{r^2 + h^2}$



17 Kugel

$O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$

$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$



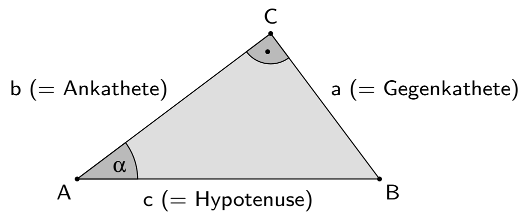
T R I G O N O M E T R I E

18 Berechnungen an rechtwinkligen Dreiecken

$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete (a)}}{\text{Hypotenuse (c)}}$

$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete (a)}}{\text{Ankathete (b)}}$

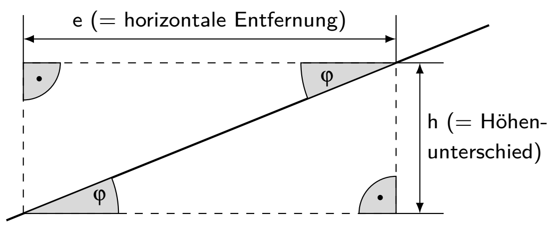
$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete (b)}}{\text{Hypotenuse (c)}}$



19 Berechnungen der Steigung (des Gefälles)

$\tan \varphi = \frac{\text{Höhenunterschied (h)}}{\text{horizontale Entfernung (e)}}$

Steigung (Gefälle) in Prozent $= \tan \varphi \cdot 100$



20 Berechnung an allgemeinen Dreiecken

Sinussatz

$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

Flächensatz für die Dreiecksfläche

$A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$

Kosinussatz

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$

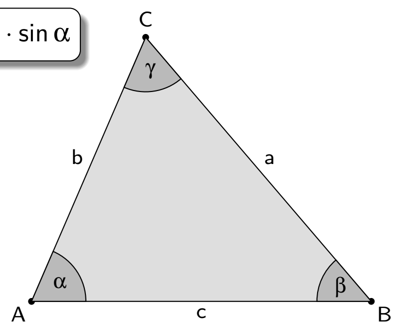
$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$

$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$

$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c}$

$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$



FINANZMATHEMATIK

21 Zinseszinsrechnung

Zinseszinsrechnung

$\boxed{K_n = K_0 \cdot q^n}$

Zinsfaktor

$\boxed{q = 1 + \frac{p}{100}}$

22 Rentenrechung

Rentenformel	nachschüssig	vorschüssig
Endwert	$K_n = r \cdot \frac{q^n-1}{q-1}$	$K'_n = r \cdot q \cdot \frac{q^n-1}{q-1}$

Kombinierte Zinseszins-/ Rentenformeln	nachschüssig	vorschüssig
Kapitalmehrung	$K_n = K_0 \cdot q^n + r \cdot \frac{q^n-1}{q-1}$	$K'_n = K_0 \cdot q^n + r \cdot q \cdot \frac{q^n-1}{q-1}$
Kapitalminderung	$K_n = K_0 \cdot q^n - r \cdot \frac{q^n-1}{q-1}$	$K'_n = K_0 \cdot q^n - r \cdot q \cdot \frac{q^n-1}{q-1}$

23 Tilgungsrechnung

	Ratentilgung	**Annuitätentilgung**
Tilgungsraten	$T = \frac{K_0}{n}$	$T_1 = \frac{K_0 \cdot (q-1)}{q^n-1}$ $T_v = T_1 \cdot q^{v-1}$ $T_n = T_1 \cdot q^{n-1}$
Zinsen	$Z_v = T \cdot (q-1) \cdot (n-v+1)$	$Z_v = \frac{K_0 \cdot (q-1) \cdot (q^n - q^{v-1})}{q^n-1}$
Annuität = Zinsen + Tilgung	$A_n = T \cdot q$ $A_v = T \cdot (q-1) \cdot (n-v+1) + T$	$A = T_1 \cdot q^n$ $A = \frac{K_0 \cdot q^n \cdot (q-1)}{q^n-1}$
Restschuld (am Ende des v-ten Jahres)	$K_v = T \cdot (n-v)$	$K_v = K_0 \cdot q^v - \frac{A \cdot (q^v-1)}{q-1}$

STOCHASTIK

24 Grundlagen

Grundgesamtheit n

Anzahl n aller erfassten Daten

Absolute Häufigkeit H

Anzahl H der Merkmalsträger aus der Grundgesamtheit

Relative Häufigkeit h

$\boxed{h = \frac{\text{Absolute Häufigkeit H}}{\text{Grundgesamtheit n}}}$

Laplace-Wahrscheinlichkeit

$\boxed{P(E) = \frac{\text{Anzahl der Ergebnisse, bei denen das Ereignis E eintritt}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}}$

Pfadregeln (am Beispiel eines zweistufigen Zufallsexperiments):

Es gilt: $p_1 + p_2 = 1$; $p_3 + p_4 = 1$; $p_5 + p_6 = 1$

1.Pfadregel (Produktregel)

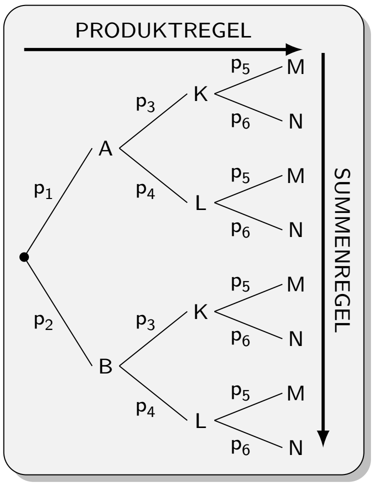
Beispiel:

$\boxed{P(\{AKM\}) = p_1 \cdot p_3 \cdot p_5}$

2.Pfadregel (Summenregel)

Beispiel:

$\boxed{P(\{ALM; BKN\}) = p_1 \cdot p_4 \cdot p_5 + p_2 \cdot p_3 \cdot p_6}$



25 Statistische Kenngrößen

arithmetisches Mittel $\bar{x}$

$\boxed{\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}}$

Modalwert x_{mod}

häufigster Wert

Median x_{med}

Zentralwert der Rangliste

Spannweite R

$\boxed{R = x_{max} - x_{min}}$

PERFEKT VORBEREITET AUF DEN MSA 10. Klasse Bayern 2023

ENTWICKELT VON PÄDAGOGEN

- ✓ Original-Prüfungsaufgaben mit Lösungen 2017 - 2022
- ✓ Anschauliche, ausführliche und nachvollziehbare Lösungswege
- ✓ Ideal zur Vorbereitung auf einzelne Arbeiten während des Schuljahres
- ✓ Mit Merkhilfen zu den einzelnen Themengebieten
- ✓ Digitalisierte Original-Prüfungen, Schritt für Schritt vorgerechnet

Mathe - Trainer für Wirtschaftsschule MSA 2023

DIGITALES COACHING

- ✓ Neue **Lernplattform** mit geschütztem Mitgliederbereich
- ✓ Themenbezogene, kurze, verständliche Lernvideos
- ✓ Individuelles Online-Coaching
- ✓ Prüfungsvorbereitung Online
- ✓ Immer auf dem aktuellsten Stand

Alle weiteren Informationen auf www.lern.de

SCAN ME

Hier wachsen kluge Köpfe

lernverlag®
www.lern-verlag.de

Bestell-Nr. :
EAN 9783743000964

Wirtschaftsschule 10. Klasse | Mittlerer Schulabschluss | Bayern

ISBN 978-3-7430-0096-4

9 783743 000964 >

€ 13,90

lern.de Bildungsgesellschaft mbH
lernverlag
Fürstenrieder Straße 52
80686 München
E-Mail: kontakt@lern-verlag.de