Verfasser
Dr. med. Volker Harms, In't Holt 37, 24214 Lindhöft

Zeichnungen:
Liane Pielke-Harms, Lindhöft
Dipl. Phys. Dr. Ing. Stephan Rautenberg, Achim

Fotos:
iStock by Getty-Images

1. Auflage: Mai 1975
2., erweiterte Auflage: Juli 1975
3., erweiterte Auflage: Januar 1976
4., überarbeitete Auflage: April 1976
5., neu bearbeitete und erweiterte Auflage: November 1976
6., überarbeitete Auflage: April 1977
7., neu bearbeitete und stark erweiterte Auflage: März 1979
8., überarbeitete Auflage: März 1981
9., überarbeitete Auflage: Februar 1984
10., neu bearbeitete und stark erweiterte Auflage: April 1987
11., überarbeitete und erweiterte Auflage: Dezember 1989
12., überarbeitete und erweiterte Auflage: April 1992
13., überarbeitete Auflage: November 1994
14., neu bearbeitete Auflage: April 1998
15., überarbeitete Auflage: Dezember 2000
16., neu bearbeitete Auflage: April 2004
17., überarbeitete Auflage: November 2006
18., neu bearbeitete und erweiterte Auflage: Oktober 2010
19., neu bearbeitete und erweiterte Auflage: Mai 2016
20., völlig neu bearbeitete Auflage: April 2022

Gesamtherstellung: AZ Druck und Datentechnik GmbH, Kempten
Printed in Germany

Dieses Buch wird zusammen mit der 11. Auflage des „Übungsbuchs Physik" (978-3-86026-292-4) als
„Physikpaket" zum ermäßigten Preis verkauft: ISBN 978-3-86026-297-9

ISBN 978-3-86026-291-7

Physik

für Mediziner

und Pharmazeuten

ein kurz gefasstes Lehrbuch

von

Volker Harms

Harms Verlag - Lindhöft

Über dieses Buch

Dieses Buch bildet zusammen mit dem Übungsbuch eine Einheit.

Der Umschlag des Lehrbuches wurde mit einem Prisma illustriert. Eigentlich ist ein Prisma nur ein dreieckiges Stück Glas. Insofern wird ein äußerst simples Experiment demonstriert. Aber das Experiment hat es in sich: Allein die Tatsache, dass normales weißes Licht aus verschiedenen Spektralfarben besteht, ist eine Offenbarung. Eine genauere Analyse führt zur Wellennatur des Lichtes und dazu, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit in Glas in Abhängigkeit zur Wellenlänge steht. Mit nur wenigen gedanklichen Schritten betritt man das Gedankengebäude der Physik.

Der Umschlag des Übungsbuches wurde mit Zeichnungen von Leonardo da Vinci gestaltet. Da Vinci hat nicht nur die Mona Lisa gemalt, er war vor allem auch Techniker und Visionär. Er hat neben allerlei Kriegsgerät Fahrräder, Flugzeuge und Hubschrauber ausgetüftelt. Die meisten seiner Erfindungen konnten jedoch erst Jahrhunderte nach seinem Tode realisiert werden.

In den letzten Jahrzehnten hat die technische Entwicklung die Medizin revolutioniert: EKG, künstliche Gelenke, bildgebende Verfahren wie Ultraschall, CT, MRT und PET, Laserchirurgie, Endoskopie, Nuklearmedizin, Radiologie, Cochleaimplantate, künstliche Linsen usw. Es gibt kaum jemanden, der schwer erkrankt und nicht vom technischen Fortschritt in der Medizin profitiert.

Was in den letzten Jahren Realität geworden ist, ist viel mehr als das, wovon Leonardo da Vinci einst geträumt hat, aber es konnte nur mit Hilfe der Physik verwirklicht werden. Das ist das Thema beider Bücher.

Aus dem Vorwort zur 7. Auflage

Die ersten sechs Auflagen dieses Buches waren hauptsächlich als Hilfe zur Prüfungsvorbereitung gedacht.

Die Erfahrung hat jedoch gezeigt, dass es auch von vielen Studienanfängern gelesen wurde. Die 7. Auflage wurde inhaltlich stark erweitert, um auch den Bedürfnissen der Leser ohne Vorkenntnisse gerecht zu werden. Einerseits werden jetzt die Grundbegriffe ausführlicher erläutert, andererseits geht das Buch stärker in die Einzelheiten, auch wenn diese teilweise nicht in der Prüfung verlangt werden.

Insbesondere die physikalischen Grundlagen der Physiologie werden ausführlich besprochen, so z. B. die Entstehung des Membranpotenzials oder das EKG.

Nach wie vor bietet sich das Buch jedoch zur Prüfungsvorbereitung an, denn die verschiedenen Schriftgrößen spiegeln die Bedeutung des dargestellten Stoffes für die Prüfung wider. Die fett gedruckten Wörter ergeben eine stichwortartige Zusammenfassung des behandelten Stoffes.

Im Anschluss an jedes Kapitel befindet sich eine Sammlung von Testfragen, die im Schwierigkeitsgrad ungefähr den Physikumsfragen entsprechen. Diese Fragen sind in derselben Reihenfolge angeordnet wie der Text, so dass der Leser schon beim Durcharbeiten seinen Lernerfolg kontrollieren kann.

Marburg, März 1979 Volker Harms

Aus dem Vorwort zur 10. Auflage

Die 10. Auflage wurde vollkommen neu bearbeitet. Dabei wurde die Gewichtung der Themen verschoben. Alle Gebiete mit besonderer Prüfungsrelevanz sind erweitert worden, andererseits konnten große Teile des Textes gestrichen werden, die sich als zu spezialisiert für Prüfung und Praktikum erwiesen haben und die früher den Lernfluss unnötig aufgehalten hatten.

Die beiden Kapitel zum Thema Mechanik wurden punktuell erweitert, das Kapitel Wärmelehre wurde neu gegliedert und weitgehend umformuliert. Der Abschnitt Entropie konnte wegen mangelnder Prüfungsrelevanz gestrichen werden, der Abschnitt Osmose dagegen wurde stark erweitert.

Das Kapitel Elektrizitätslehre wurde vollkommen neu geschrieben und geht jetzt stärker auf die Probleme des Schaltungsaufbaus im physikalischen Praktikum ein.

Im Kapitel Struktur der Materie wurde das Thema Strahlenschutz wesentlich erweitert, im Kapitel Kybernetik der Abschnitt Informationsübertragung neu formuliert.

Die Anregungen zur Neubearbeitung gingen zum Teil von mir selber aus, zum Teil aber auch von den Lesern, die in den letzten Jahren in mehr als 80 Zuschriften Verbesserungsvorschläge gemacht haben.

Hamburg, März 1987 Volker Harms

Vorwort zur 20. Auflage

Die 20. Auflage wurde neu bearbeitet. Der Text wurde punktuell erweitert und noch stärker als bisher auf die zahlreichen Themen mit medizinischem Bezug zugeschnitten. Etwa ein Drittel des Textes behandelt die physikalischen Grundlagen der Medizin und Physiologie.

Theorie und Praxis sind seit jeher das Ying und Yang, wenn es darum geht, etwas zu begreifen, sich etwas zu eigen zu machen. Die Therorie wird in diesem Buch dargestellt, die Praxis im dazugehörigen Übungsbuch. Das Übungsbuch beruht im Wesentlichen auf den Originalfragen des IMPP. In ausführlichen Kommentaren wird versucht, Querverbindungen zu anderen Gesetzen herzustellen oder die Aufgaben unter einem anderen Aspekt zu lösen, sozusagen über den physikalischen Tellerrand zu schauen.

Jedes Kapitel beginnt mit einem Aufmacherfoto. Dies ist einerseits als mentale Verschnaufpause gedacht, denn jedes Teilgebiet der Physik ist eine Welt für sich mit eigenen Fragestellungen und eigenen Forschungsansätzen. Diese Fotos sollen aber auch die Verzahnung zwischen unserem persönlichen Leben und der Welt der Physik darstellen.

Mein größtes Anliegen ist, dass der Leser das Buch gerne zur Hand nimmt und beim Lesen das Gefühl bekommt, zumindest ansatzweise zu verstehen, „was die Welt im Innersten zusammenhält", um mit Goethes Faust zu sprechen.

Lindhöft, März 2022 Volker Harms

Inhaltsverzeichnis

6. Kapitel
Struktur der Materie

7. Kapitel
Schwingungen und Wellen

8. Kapitel
Optik

9. Kapitel
Kybernetik

10. Kapitel
Mathematische Hilfsmittel

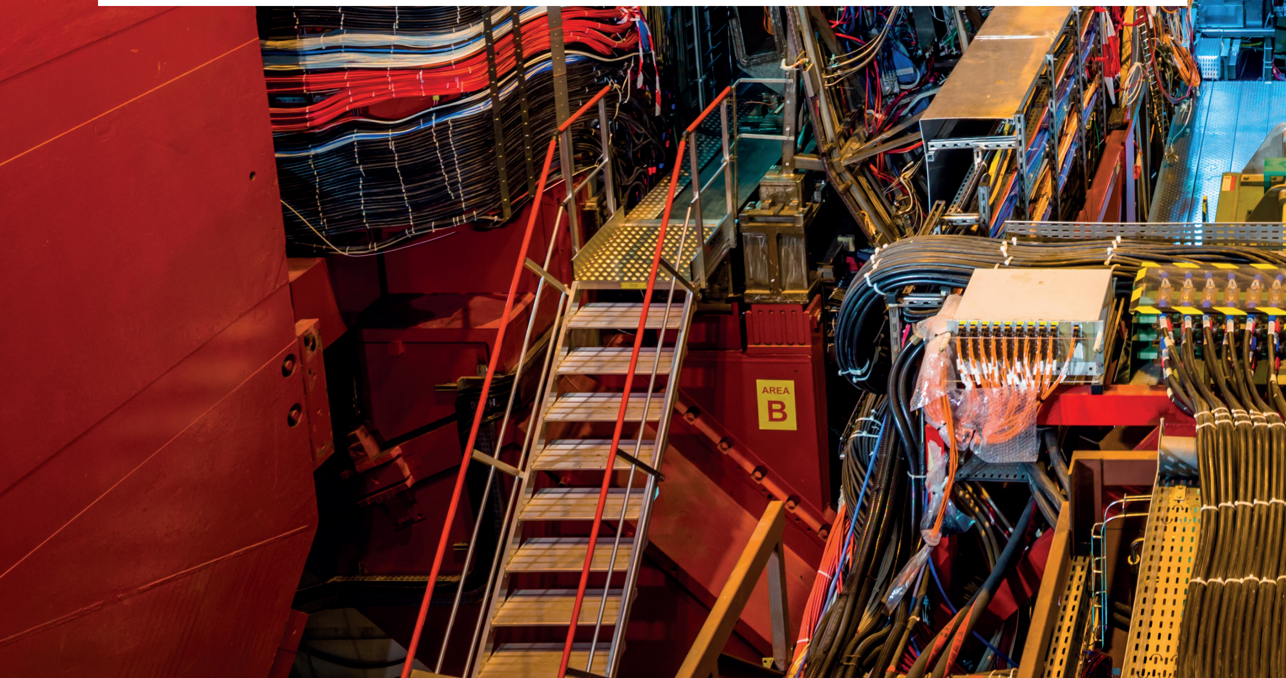
11. Anhang

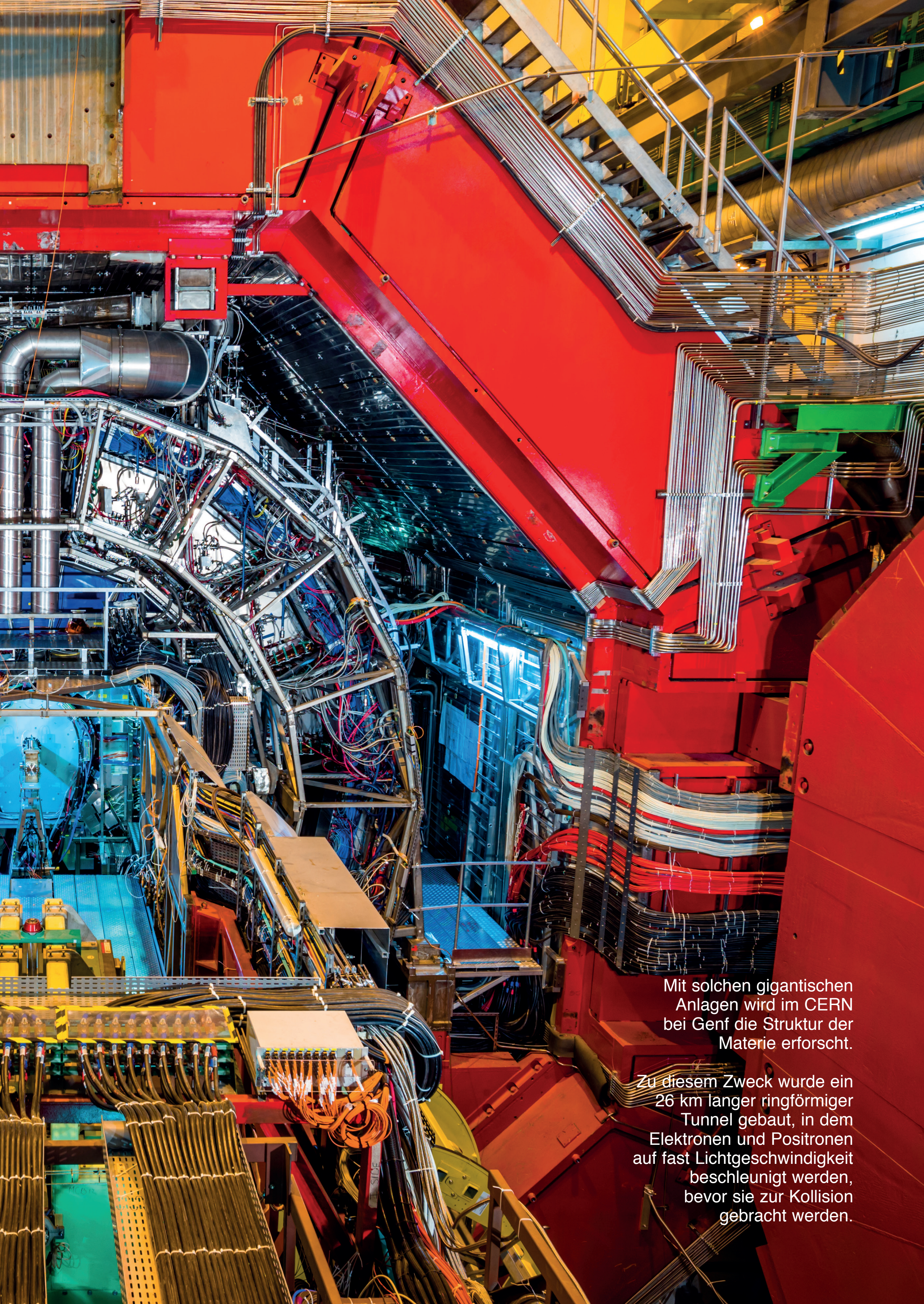
1. Kapitel: Einführung

Die Bedeutung der Physik für die Medizin

Für den zukünftigen Arzt ist die Physik kein unnötiger Ballast, sondern sie hilft ihm, viele medizinische Probleme gründlicher zu durchdenken:

- So sind z. B. bei der operativen Versorgung von Knochenbrüchen durch Nagelung, Zuggurtung und Druckplatten Kenntnisse über die Verteilung der auftretenden Kräfte notwendig.
- Gefäßchirurgische Operationen verlangen Einblick in die wichtigsten Gesetze der Strömungslehre.
- Zum Verständnis von Ohr und Auge gehören Grundkenntnisse der Wellenlehre und Optik.
- Die Behandlung von Ödemen beruht auf osmotischen Vorgängen.
- Radiologische und nuklearmedizinische Verfahren gründen sich auf die Kenntnisse über die Wechselwirkung ionisierender Strahlen mit Materie sowie über die Vorgänge im Inneren der Atome.
- Zum Verständnis der Neuro- und Muskelphysiologie sind Grundkenntnisse der Elektrizitätslehre erforderlich.
- Als letztes Beispiel sei genannt, dass sich die selbstständige Regulierung der Organfunktionen wie Blutdruck, Körpertemperatur oder Hormonspiegel mit den Begriffen der Kybernetik beschreiben lässt.





Mit solchen gigantischen Anlagen wird im CERN bei Genf die Struktur der Materie erforscht.

Zu diesem Zweck wurde ein 26 km langer ringförmiger Tunnel gebaut, in dem Elektronen und Positronen auf fast Lichtgeschwindigkeit beschleunigt werden, bevor sie zur Kollision gebracht werden.

Sicherlich könnte man als angehender Arzt die Physik zunächst links liegen lassen und sich die notwenigen Kentnisse später im Rahmen der Facharztausbildung aneignen. Aber will man das wirklich?

Immerhin vermittelt das Studium der Physik zumindest einen Eindruck davon, "was die Welt in ihrem Inneren zusammenhält". Physikalisches Denken funktioniert anders als das Denken im Bereich der Chemie, der Biologie oder gar der Medizin.

In der Medizin ist der Patient Dreh- und Angelpunkt aller Bemühungen. Letztlich gilt: wer heilt hat recht.

In der Physik gibt es Gesetze und zwar nur solche, bei denen es keine sog. Ausnahmen gibt, die angeblich die Regel bestätigen. Im Bereich der Quantenphysik und des Mikrokosmus ist es wohl auch so, nur dass die Regeln hier komplizierter sind als üblich, so dass seit Jahrzehnten weltweit mit einem riesigen Aufwand geforscht wird.

Der gordische Knoten eines tieferen Verständnisses konnte noch nicht durchschlagen werden, aber immerhin sind die Relativitätstheorie und die Quantenphysik bereits integraler Bestandteil unseres Lebens, z. B. bei der Benutzung eines Navigationsgerätes.

1.1 Zur Arbeitsweise der Physik

Die Physik beschäftigt sich mit den Vorgängen in der unbelebten Natur.

Bei der Beschreibung der Naturvorgänge und der Gesetze, die hinter diesen Vorgängen stehen, stützt sich die Physik auf die Beobachtung. Physikalische Bedeutung haben nur solche Beobachtungen,

a) die sich auf Vorgänge beziehen, die unter genau bekannten, möglichst reproduzierbaren Bedingungen ablaufen (Experimente) und

b) bei denen konkrete, über ein Messverfahren definierte Größen gemessen werden.

Alle physikalischen Beobachtungen und Experimente stehen unter der Fragestellung, welche Wechselbeziehungen zwischen zwei oder mehreren physikalischen Größen bestehen.

Experimente werden so durchgeführt, dass die untersuchte Beziehung zwischen den infrage kommenden physikalischen Größen nicht durch in diesem Zusammenhang unwichtige Faktoren beeinflusst wird. So werden zum Beispiel Untersuchungen zum freien Fall im Vakuum durchgeführt, damit der hierbei nicht interessierende Luftwiderstand ausgeschaltet wird.

Die physikalische Theorie hat die Aufgabe, die hinter den beobachteten Vorgängen stehenden Naturgesetze zu erkennen. Grundsätzlich unterscheidet man zwei Arbeitsweisen in der Physik, das induktive und das deduktive Verfahren:

- Beim **induktiven** Verfahren gelangt man zu den Naturgesetzen, indem man die in einzelnen Experimenten gemachten Erfahrungen verallgemeinert.
- Beim **deduktiven** Verfahren geht man von theoretisch abgeleiteten oder hypothetisch aufgestellten Gesetzen aus und überprüft deren Gültigkeit anhand entsprechend ausgearbeiteter Experimente.

1.2 Der Begriff der physikalischen Größe

Eine physikalische Größe nimmt Bezug auf einen bestimmten Teil der Wirklichkeit und ist stets durch ein Messverfahren definiert.

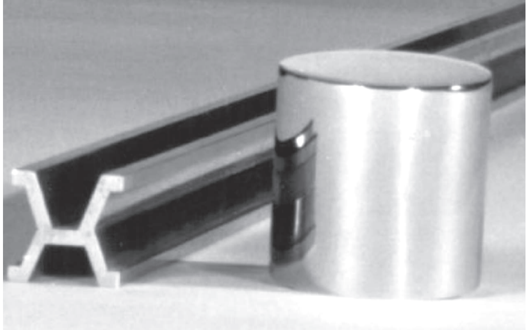


Abbildung 1.3: Links das Pariser Urmeter, rechts das Urkilogramm. Während das Urmeter heute nur musealen Wert hat, diente das in Paris aufbewahrte Urkilogramm bis 2019 als Eichmaßstab. Aus rätselhaften Gründen gab es im Laufe der Zeit Diskrepanzen zwischen dem Urkilogramm und seinen weltweit verteilten Kopien.

Deshalb sollte das Urkilogranm durch eine Kugel aus hochreinem Silizium ersetzt werden, aber die 26. Generalkonferenz für Maße und Gewichte beschloss, dass ab 2019 das Kilogramm ebenso wie die anderen Baiseinheiten des SI über eine Naturkonstante definiert wird.

Bei der Länge besteht das Messverfahren in einem indirekten Vergleich – über Zollstock, Maßband usw. – der zu messenden Größe mit ihrer (bisherigen) Einheit, dem Pariser Urmeter.

Das Pariser Urmeter wurde im Jahre 1791 im Autrag der Französichen Nationalversammlung von der Pariser Akademie der Wissenschaften als der zehnmillionste Teil der Entfernung zwischen Äquator und Nordpol definiert.

Es sollte auch eine Gewichtseinheit definiert werden. Hier wählte man das Gewicht von einem Liter Wasser als Einheit. Bei der Definition des Liters ist man auf die Definition der Länge angewiesen, also auch hier war von Anfang an klar, dass im Bereicht der Physik die Einheiten untereinander zusammenhängen.

Abbildung 1.2: Finanz- und Wirtschaftsminister Colbert (in schwarz) und König Ludwig XIV. bei der Eröffnung der Königlichen Akademie der Wissenschaften im Jahre 1667.

Dieses Gemälde zeigt das Selbstverständnis der Akademie: vor allem die Geographie spielte eine große Rolle. Die Wissenschaft diente als Wegbereiter politischen Einflusses. So war es dann auch 130 Jahre später bei der Einführung international gültiger Maßeinheiten auf der Grundlage eines dekadischen Systems.

Auch heute noch sind die Einheiten ein politischer Zankapfel: Wie man hört, will Boris Johnson die durch den Brexit neu gewonnene Freiheit dazu nutzen, die sog. imperialen Einheiten wieder einzuführen, beim Gewicht gilt z.B. : 1 britische Unze sind 28,350 Gramm, 1 britisches Pfund sind 45,952 Gramm. Für die US-amerikanische Unze bzw. das Pound (lbs) gelten wieder andere Werte.

Gemälde: Charles Le Brun

Während in Frankreich die Privilegien von Adel und Kirche mit manchmal unschönen Methoden durch die Prinzipien von Freiheit, Gleichheit und Brüderlichkeit ersetzt wurden, wurde in der Akademie der Wissenschaften unter Beteiligung ausländischer Experten ein System zur Vermessung der Welt geschaffen, das bis heute nachwirkt. Trotz oder vielleicht auch wegen der Französischen Revolution war Frankreich im 19. Jahrhundert die weltweit führende Wissenschaftsnation.

Dezimalsystem für Länge und Masse

Paris wurde zum Hort des internationalen Maßsytems. Im wesentlichen ging es damals um Meter, Sekunde und Kilogramm und um die Erweiterung dieser Einheiten durch Zehnerpotenzen.

Datumsangaben und Uhrzeiten ließen sich nicht in ein Dezimalsystem zwängen, dazu waren die Beharrungskräfte von Kirche und Tradition zu groß, zumal hier kein wirklicher Vorteil zu erzielen gewesen wäre. Die hierfür notwenige Verlängerung der Woche auf 10 Tage hätte auch die Zeit für Regeneration am Wochenende verkürzt.

Im Wesentlichen war die Einführung eines international gültigen und auf Zehnerpotenzen basierenden Einheitensystems ein großer Schritt für den internationalen Handel und die Industrielle Revolution. Nur das Vereinigte Könireich und seine amerikanischen Kolonien wollten und konnten sich dem widersetzen und so kaufen wir noch heute Bildschirme und Handys, die in Zoll gemessen werden, und verwenden halb- oder dreiviertelzöllige Gartenschläuche.

Höhere Genauigkeit

Da der Abstand zwischen den Eichstrichen des Pariser Urmeters nicht mit der nötigen Genauigkeit festgelegt werden kann, ist die Definition des Meters auf diese Weise etwas ungenau. Zunächst hat man statt der Eichstriche parallel geschliffene und hochpolierte Stirnseiten von quaderförmigen, metallenen Normalmaßen als Anfangs- und Endpunkt der Messstrecke verwendet. Die Messstrecke kann so auf wenige Mikrometer, also tausendstel Millimeter, genau festgelegt werden.

1960 wurde das Meter als die 1 650 763,73-fache Wellenlänge einer bestimmten Spektrallinie des Krypton 86 definiert.

Seit 1983 macht man sich die sehr genau gehenden Atomuhren bei der Definition des Meters zunutze. Das Meter galt seitdem als die Entfernung, die das Licht im Vakuum in einer 299 792 458tel Sekunde zurücklegt. Die Definition des Meters wurde weiterentwickelt, um die nach dem Stand der Technik größtmögliche Genauigkeit zu erreichen.

Bei allen Längenmessungen wird über Zollstock, Maßband, Lineal usw. ein Vergleich der zu messenden Strecke mit der Längeneinheit, dem Meter, vorgenommen.

Das Ergebnis der Längenmessung enthält eine quantitative und eine qualitative Angabe, nämlich einen Zahlenwert und die verwendete Maßeinheit. Man kann dieselbe physikalische Größe in verschiedenen Maßeinheiten messen, beispielsweise die Länge in Metern oder in Yards:

$$1 \text{ Yard} = 0{,}9144 \text{ Meter}$$

Allgemein gilt, dass auf beiden Seiten einer Gleichung die gleiche physikalische Größe steht. Im obigen Beispiel stehen auf beiden Seiten verschiedene Maßeinheiten und verschiedene Zahlenwerte, das Produkt aus Zahlenwert und Maßeinheit ist jedoch auf beiden Seiten gleich.

Grundsätzlich ergibt sich eine **physikalische Größe als Produkt aus Zahlenwert und Maßeinheit**.

1.3 Die physikalischen Maßeinheiten

Die Messung einer physikalischen Größe besteht aus dem Vergleich der Größe mit ihrer Maßeinheit.

Dabei ist die Festlegung der Maßeinheit prinzipiell willkürlich. Es gibt deshalb auch für dieselbe Größe häufig verschiedene Maßeinheiten. Zum Beispiel gibt es für die Länge neben der Einheit Meter die Einheiten Yard, Zoll und früher auch diverse „Füße" und „Ellen".

Die Ableitung physikalischer Maßeinheiten

Die Beziehung zwischen den einzelnen physikalischen Größen wird durch Definitionsgleichungen und Gesetze beschrieben:

- Wenn die Beziehung zwischen bereits definierten Größen dargestellt wird, handelt es sich um **Gesetze**.
- Hingegen spricht man von **Definitionsgleichungen**, wenn anhand von Grundgrößen oder bereits definierten Größen eine neue Größe festgelegt wird.

So ergibt sich z.B. die Geschwindigkeit v als Quotient aus zurückgelegtem Weg Δs und dafür benötigter Zeit Δt:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Der griechische Buchstabe Δ (Delta) bezeichnet eine Differenz oder Veränderung.

Grundsätzlich stehen die physikalischen Maßeinheiten in derselben Beziehung zueinander wie die durch sie vertretenen Größen.

So ergibt sich die Maßeinheit der Geschwindigkeit als

$$\frac{\text{Maßeinheit der Länge}}{\text{Maßeinheit der Zeit}}$$

Wie oben erläutert, ist die Wahl der Maßeinheiten willkürlich. Bei Angabe der Geschwindigkeit in m/s und in km/h ergibt sich folgende Umrechnung:

$$1\,\frac{\text{Meter}}{\text{Sekunde}} = \frac{3\,600\ \text{m}}{3\,600\ \text{s}} = 3{,}6\,\frac{\text{Kilometer}}{\text{Stunde}}$$

Das heißt, man muss den Umrechnungsfaktor 3,6 in die Gleichung einfügen, damit auf beiden Seiten das Produkt aus Zahlenwert und Maßeinheit gleich ist.

Basiseinheiten – kohärente Einheiten

Alle Einheiten der Mechanik können – wie auf den folgenden Seiten zu besprechen sein wird – auf die Einheiten der Länge, der Masse und der Zeit zurückgeführt werden.

Die Maßeinheiten von Länge, Masse und Zeit werden daher als Basiseinheiten bezeichnet, und alle Einheiten, die sich ohne Umrechnungsfaktor von den Basiseinheiten ableiten, heißen kohärent.

CGS-System – MKS-System

Auf den Basiseinheiten Zentimeter, Gramm und Sekunde hat man das CGS-System als System kohärenter Einheiten aufgebaut, auf den Basiseinheiten Meter, Kilogramm, Sekunde das MKS-System.

Beide Systeme stehen mit gleicher Berechtigung nebeneinander, und alle Einheiten des einen Systems lassen sich durch bestimmte Umrechnungsfaktoren in das andere System umrechnen, zum Beispiel gilt für die Geschwindigkeit:

$$100\,\frac{\text{Zentimeter}}{\text{Sekunde}} = 1\,\frac{\text{Meter}}{\text{Sekunde}}$$

Système International d'Unités

Seit 1960 bemüht man sich, nur noch ein einheitliches System zu verwenden, das Système International (SI), welches auf folgenden Basiseinheiten aufgebaut ist:

Größe	Einheit	Abkürzung der Einheit
Länge (Weg)	Meter	m
Masse	Kilogramm	kg
Zeit	Sekunde	s
Stromstärke	Ampere	A
Temperatur	Kelvin	K
Lichtstärke	Candela	cd
Stoffmenge	Mol	mol

Neben den Basiseinheiten gehören alle Einheiten zum SI, die sich ohne Verwendung von Umrechnungsfaktoren aus den Basiseinheiten ableiten, z.B. für die Geschwindigkeit m/s oder für die Beschleunigung m/s².

Im Bereich der Physik hat sich das Système International weitgehend durchgesetzt, im Bereich der Medizin wird jedoch der Blutdruck weiterhin in mm Quecksilbersäule gemessen statt in Pascal und in den USA wird die Temperatur weiterhin in Fahrenheit gemessen und das Benzin gallonenweise verkauft. Auch die Diätempfehlungen orientieren sich nach wie vor an Kalorien bzw. Kilokalorien, statt den Brennwert SI-konform in Joule, Newtonmetern oder Wattsekunden anzugeben.

Aber auch unsere Temperaturskala in Grad Celsius suggeriert fälschlicherweise, dass eine Nacht mit -10 Grad doppelt so kalt wäre wie eine Nacht mit -5 Grad Celsius.

Die Abkürzung für die Einheiten und Größen können zu Verwechselung führen: m als Einheit steht für Meter, als Größe steht m für Masse, s bedeutet Sekunde, wenn es eine Einheit darstellt und Länge, wenn es eine Größe darstellt, usw.

Zur Verdeutlichung kann die physikalische Größe in eine eckige Klammer geschrieben werden mit der Definition Ihrer Einheit:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad [\,v\,] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Im Klartext: Die Geschwindigkeit v wird definiert als Quotient aus zurückgelegtem Weg Δs und dafür benötigter Zeit Δt, die

Erweiterung von Einheiten durch Vorsilben

Zehnerpotenz	Vorsilbe	Abkürzung	Beispiel am Meter	Dimension
10^{24}	Yota	Y	Ym*	Entfernung zu älteren Galaxien: $2 \cdot 10^{26}$ m
10^{21}	Zetta	Z	Zm*	Entfernung zur Andromeda-Galaxie: $2 \cdot 10^{21}$ m
10^{18}	Exa	E	Em*	Entfernung zum Proxima Centauri: $4 \cdot 10^{16}$ m
10^{15}	Peta	P	Pm*	
10^{12}	Tera	T	Tm*	Entfernung zum Planeten Uranus: $4{,}5 \cdot 10^{12}$ m
10^{9}	Giga	G	Gm*	Entfernung zum Mond: $0{,}4 \cdot 10^{9}$ m
10^{6}	Mega	M	Mm*	Erdradius: $6 \cdot 10^{6}$ m
10^{3}	Kilo	k	km	Höhe der Zugspitze: $3 \cdot 10^{3}$ m
10^{2}	Hekto	h	hm*	Höhe von Türmen
10^{1}	Deka	da	dam*	Höhe von Gebäuden
10^{0}			m	Größe des Menschen
10^{-1}	Dezi	d	dm	Größe menschlicher Organe
10^{-2}	Centi	c	cm	Größe menschlicher Hirnzentren
10^{-3}	Milli	m	mm	Fovea centralis (Stelle des schärfsten Sehens)
10^{-6}	Mikro	μ	μm	Größe einzelner Zellen
10^{-9}	Nano	n	nm	Größe von Viren
10^{-12}	Piko	p	pm*	Wasserstoffatom: $5 \cdot 10^{-11}$ m
10^{-15}	Femto	f	fm*	Radius eines Protons

*Die Bezeichnungen Ym, Zm, Em, Pm, Tm, Gm, Mm, hm, dam, pm und fm sind nicht gebräuchlich.

Einheit der Geschwindigkeit v ist definiert als Quotient aus Meter und Sekunde.

Die physikalischen Größen werden kursiv geschrieben, die Einheiten in normaler Schrift.

Erweiterung der Einheiten

Einheiten können durch Vorsilben um bestimmte Zehnerpotenzen erweitert werden. In der Regel verwendet man Vorsilben, die jeweils drei Zehnerpotenzen umfassen wie z. B. „Kilo“ oder „Milli“. Die folgende Tabelle zeigt, wie man durch unscheinbare Vorsilben bzw. Hochzahlen vom Makro- in den Mikrokosmos reisen kann. Wenn der Physiker davon spricht, dass zwei Werte beispielsweise „vier Größenordnungen“ voneinander entfernt seien, ist gemeint, dass sie sich um etwa vier Zehnerpotenzen voneinander unterscheiden.

Als Beispiel für die Umrechnung zwischen verschiedenen Einheiten soll die Breite dieses Buches von etwa 17 cm dienen:

$$17\ \mathrm{cm} = 1{,}7\ \mathrm{dm} = 0{,}17\ \mathrm{m} = 0{,}00017\ \mathrm{km}$$
$$17\ \mathrm{cm} = 170\ \mathrm{mm} = 170\,000\ \mu\mathrm{m}$$
$$= 170\,000\,000\ \mathrm{nm}$$

Zusammenfassung

Welche Einheiten verwendet werden, ist vom Prinzip her willkürlich, aber im Bereich der Physik hat sich das SI weitgehend durchgesetzt.

Auf jeden Fall müssen auf beiden Seiten einer Gleichung *dieselben physikalischen Größen* stehen.

Gegebenenfalls kann ein Umrechnungsfaktor *verschiedene Einheiten derselben physikalischen Größe* ineinander umrechnen.

Die Vermessung der Welt

Der Bergiff »Vermessung der Welt« ist keineswegs übertrieben: die Physiker sind tatsächlich in der Lage mit Ihnen Methoden sowohl den Makro- wie den Mikrokosmos zu vermessen. Dies setzt voraus, dass überall im Universum dieselben physilalischen Gesetze gelten, die das Leben auf unserer Erde bestimmen. Das allein ist bereits eine wichtige Nachricht, die keineswegs selbstverständlich ist, sich bisher aber immer bestätigt hat.

Vermessung bedeutet, dass man einen direkten oder indirekten Vergleich mit der Maßeinheit darstellt. Seit jedoch die gewünschte Meßgenauigkeit höher ist als die Reproduzierbarkeit der Normalmaße, stößt diese Methode an ihre Grenzen, und das ist wegen der Fortschritte von Wissenschaft und Technik inzwischen bei allen Grundgrößen des SI der Fall.

Die *Metrologie*, die Wissenschaft des Meßwesens, ist eine hochkomplexe Angelegenheit, speziell wenn es darum geht, dass man keinen Zugriff auf die Normmaße hat, weil man sich in (Genauigkeits-) Bereichen bewegt, für die die Normmaße nicht definiert sind.

Symbol	Naturkonstante	exakter Wert	gilt seit	dient zur Definition von
Δv_{Cs}	Strahlung des Caesium-Atoms	9 192 631 770 Hz	1967	Sekunde
c	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	299 792 458 m/s	1983	Meter
h	Plancksches Wirkungsquantum	$6{,}626\,070\,15\ 10^{-34}$ J·s	2019	Kilogramm
e	Elementarladung	$1.602\,176\,634\ 10^{-19}$ C	2019	Ampere
k_B	Boltzmann-Konstante	$1{,}380\,649\ 10^{-23}$ J/K	2019	Kelvin
N_A	Avogadro-Konstante	$6{,}022\,140\,76\ 10^{23}$/mol	2019	Mol
K_{cd}	Photometrisches Strahlungsäquivalent	683 lm/W	1979	Candela

Solche Messungen werden teilweise in Physikalischen Instituten der Universitäten durchgeführt, teilweise in speziellen Instituten, die sich auf das Eichwesen spezialisiert haben wie die *Physikalisch -Technische Bundesanstalt* in Braunschweig.

Wenn man z.B. das Meter definiert als die Entfernung, die das Licht im Vakuum in einer 299 792 458tel Sekunde zurücklegt, so setzt das voraus, dass erstens die Sekunde und dass zweitens die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum genauestens definiert sind. Beim Licht wurde seit 1983 stets eine Geschindigkeit im Vakuum von 299 792 458 m/s gemessen, so dass als dritte Größe in der Gleichung

Weg = Geschwindigkeit x Zeit

nur die Sekunde verbleibt, die seit 1967 als 9 192 631 770fache Schwingungsdauer eines bestimmten Cäsiumisotopes definiert ist. Auf diese Weise ist das Meter als Einheit des Weges definiert, ohne dass man ein Normalmaß wie das Urmeter benötigt. Der Vorteil dieser Definition besteht darin, dass man die Messung überall auf der Welt reproduzieren kann.

Bei den anderen Gundgrößen des SI ist es etwas komplizierter, vor allem deshalb, weil die verwendeten Naturkonstanten in der Vergangenheit nicht mit derselben Genauigkeit gemessen wurden wie die Lichtgeschwindigkeit.

Wenn jedes Institut oder Eichamt einen anderen Wert für die verwendeten Naturkonstanten benutzt, ergeben sich unter-

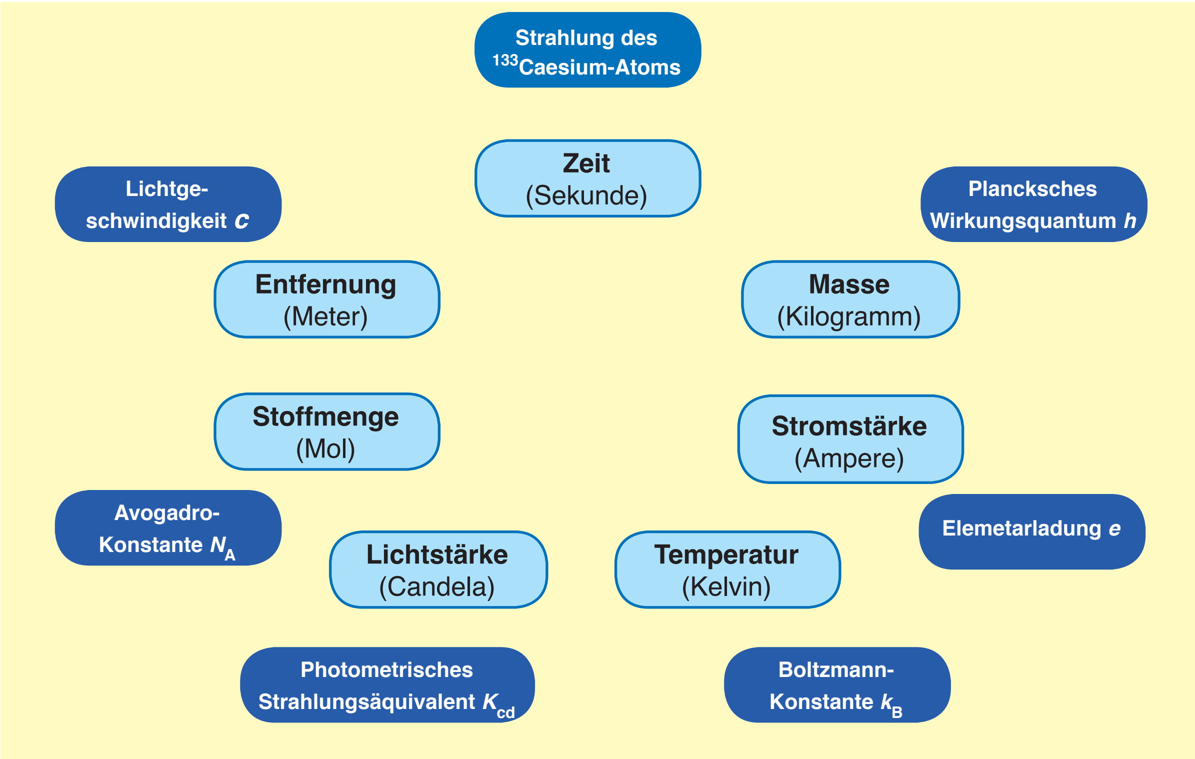


Abbildung 1.4: Ursprünglich waren die in den hellblauen Kästen genannten Größen die sog. Basiseinheiten des Système international d'unités. Sie waren durch Normmaße definiert und von diesen Basiseinheiten wurden alle anderen Einheiten abgeleitet. Bei dieser Ableitung ergaben sich u. a. die dunkelblau hinterlegten Naturkonstanstanten.
Seit 2019 ist die Vorgehensweise anders herum: Die Naturkonstanten sind per Definition auf einen bestimmten Wert festgelegt und alle physikalischen Einheiten (nicht nur die Basiseinheiten) leiten sich daraus ab.

schiedliche Werte für die zu definierende Größe: Man bewegt sich auf schwankendem Boden, eine Situation, die gerade für messende Physiker sehr unangenehm ist.

Aus diesem Grunde hat die 26. Generalkonferenz für Maße und Gewichte beschlossen, dass die bisher noch nicht so exakt vermessenen Naturkonstanten für das **Plancksche Wirkungsquantum** $\boldsymbol{h}$, für die **Elementarladung** $\boldsymbol{e}$, für die **Boltzmann-Konstante** $\boldsymbol{k_B}$ und für die **Avogadrokonstante** $\boldsymbol{N_A}$ auf einen bestimmten (plausibel erscheinenden) Wert festgelegt werden.

Sollte sich in den nächsten Jahren und Jahrzehnten herausstellen, dass die von 26. Generalkonferenz festgelegten Werte nicht ganz korrekt sind, dann würden die mittels dieser Naturkostanten definierten Einheiten des SI minmal abweichen, notfalls könnte man auch die jetzt festgelegten Naturkonstanten auf einen neuen Wert umdefinieren.

Auf welche Weise aus den Naturkonstanten die Basiseinheiten des SI gemessen und damit definiert werden können, ist eine Wissenschaft für sich, die den Rahmen dieses Buches bei weitem sprengt. Die Masse kann z. B. über eine sog. Watt-Waage aus dem Planckschen Wirkungsquantum h bestimmt werden.

Abgesehen von den technischen Einzelheiten ist es wichtig zu verstehen, dass die physikalischen Größen wie in einem Netzwerk miteinander verbunden sind, wobei die Naturkonstanten gewissermaßen die Knotenpunkte dieses Netzwerkes sind.

Die physikalische Welt mit ihren Kräften, ihren mehr als 100 verschiedenen Atomen, ihren Strahlungs- und Temperaturbedingen bildet dann die Grundlage und Heimstatt für die Welt der Chemie, speziell der organischen Chemie, die es der Biologie ermöglicht, ein Reich mit Abermillionen verschiedener Lebewesen zu beherbergen.

1.4 gerichtete oder ungerichtete Größen

Es gibt physikalische Größen wie die Masse oder die Temperatur, die durch eine quantitative Angabe vollkommen beschrieben sind und daneben gibt es Größen wie die Kraft oder die Geschwindigkeit, bei denen es entscheidend darauf ankommt, in welche Richtung sie wirken.

Skalar – Vektor

Bei skalaren Größen genügt die Angabe von Zahlenwert und Einheit, um sie vollständig zu charakterisieren: z. B. Zeit, Masse, Ladung, Temperatur, Volumen, Fläche.

Bei vektoriellen Größen ist zur vollständigen Charakterisierung neben der Einheit auch die Angabe der Richtung erforderlich, in der die Größen wirksam sind: z.B. Kraft, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Drehmoment usw.

Vektorielle Größen werden in der Schreibweise von skalaren Größen unterschieden, indem man die vektoriellen Größen halbfett schreibt, unterstreicht oder mit einem kleinen Pfeil versieht.

Häufig ist die Richtung einer vektoriellen Größe durch die Versuchsbedingungen bereits festgelegt oder spielt im jeweiligen Zusammenhang keine Rolle. In solchen Fällen kann man auf die vektorielle Schreibweise verzichten und die vektoriellen Größen wie skalare Größen schreiben.

Da die Division durch einen Vektor mathematisch nicht definiert ist, kann man auch bei einigen Berechnungen nur mit den Beträgen der Vektoren rechnen.

Eine kursive Schreibweise deutet in der Regel an, dass die jeweilige Größe eine Variable darstellt, hat also nichts mit ihrer Eigenschaft als vektorielle oder skalare Größe zu tun.

2. Kapitel
Grundbegriffe der Mechanik

Der Aufmacher zum Kapitel Einführung zeigt, welche gigantischen Anlagen bei CERN gebaut wurden, um zu erforschen welche Kräfte im Mikrokosmos herrschen, was die Atomkerne zusammenhält und wie die Bausteine aufgebaut sind, aus denen die Atomkerne zusammengesetzt sind.

Im Weltall braucht man solche Anlagen nicht, Planeten und Monde ziehen seit jeher ihre Bahnen und es gelten dort dieselben Gesetze, die unser Leben auf der Erde bestimmen, Schwerkraft, Trägheit, Beschleunigung und Zentrifugalkraft.

2. Kapitel
Grundbegriffe der Mechanik

In der Einführung wurde erläutert, dass alle physikalischen Größen von nur wenigen Grundgrößen ableitbar sind. Für den Bereich der Mechanik handelt es sich hierbei um nur drei Größen, um die Länge, die Zeit und die Masse.

Von diesen lassen sich alle übrigen mechanischen Größen wie Gewicht, Kraft, Energie, Geschwindigkeit, Beschleunigung usw. ableiten. Die Grundgrößen werden zunächst kurz tabellarisch mit der Beschreibung ihres Messverfahrens und der Definition ihrer Einheit im SI vorgestellt.

2.1 Die Grundgrößen der Mechanik

Masse

Die Größen Länge und Zeit sind aus dem täglichen Leben bekannt. Sie sind dem Sinneseindruck fast direkt zugänglich, jeder Mensch hat ein Zeitempfinden und die Fähigkeit, Entfernungen ungefähr abzuschätzen.

Die Masse hingegen ist eine abstrakte Größe. Sie ist weder mit der Menge noch dem Volumen oder dem Gewicht eines Stoffes gleichzusetzen. Der physikalische Begriff der Masse bezieht sich auf folgende Eigenschaften der Materie:

- auf die **Schwere**
- auf die **Trägheit**

Die Schwere darf aber nicht mit dem Gewicht gleichgesetzt werden, denn dieselbe Masse hat auf dem Erdboden ein anderes Gewicht als z. B. auf dem Mond oder im Weltraum. Bei genauer Messung kann man feststellen, dass dieselbe Masse selbst an verschiedenen Stellen der Erdoberfläche unterschiedliches Gewicht aufweist.

Die Eigenschaft der Schwere beruht auf der gegenseitigen Anziehungskraft F zweier Massen m_1 und m_2, die durch das **Gravitationsgesetz** beschrieben wird:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad [F] = \mathrm{N}$$

Hierbei ist F die Anziehungskraft, die zwischen den im Abstand r befindlichen Massen m_1 und m_2 herrscht, und γ die Gravitationskonstante als

Größe	Messverfahren	Einheit im SI, Definition
Weg (Länge) (s = space)	Anlegen eines Maßstabes (z. B. Zollstock, Bandmaß)	Meter (m), früher definiert durch das Pariser Urmeter, seit 1983 definiert als der Weg, den das Licht im Vakuum im 299 792 458ten Teil einer Sekunde zurücklegt.
Zeit (t = time)	Abzählen periodischer Vorgänge (Erddrehung, Uhren)	Sekunde (s), früher definiert als der 86 400ste Teil eines mittleren Sonnentages, seit 1967 als die 9 192 631 770-fache Schwingungsdauer einer bestimmten Spektrallinie des Caesium 133.
Masse (m = mass)	Massenvergleich mit einer Waage	Kilogramm (kg), ab 1889 definiert durch das Pariser Urkilogramm, seit 2019 über das Plancksche Wirkungsquantum h

$\gamma = 6{,}670 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}}$. Das in eckigen Klammern stehene F besagt, dass die SI-Einheit der Kraft F Newton ist.

Auf Seite 26 wird erläutert, dass Newton als kg m/s² definiert ist. Dies ergibt sich auch aus der obigen Formel, wenn man die SI-Einheiten der in der Formel stehenden Größen (kg²/m²) mit der Einheit der Gravitationskonstanten verrechnet.

Da die Gravitationskonstante γ sehr klein ist, sind die Gravitationskräfte relativ gering, aber man kann durchaus mit einfachen Mitteln nachweisen, dass sich z.B. zwei dicht nebeneinanderliegende Bleikugeln gegenseitig anziehen.

Auf der Erde macht sich die Gravitationskraft hauptsächlich als Schwerkraft bemerkbar und sorgt z.B. dafür, dass sich die Lufthülle nicht in den Weltraum verflüchtigt. Im Gegensatz zum elektrischen und magnetischen Feld ist es nicht möglich, das von einer Masse ausgehende Gravitationsfeld abzuschirmen; niemand kann sich der Schwerkraft entziehen.

Berechnung des Gewichts von 1 kg Masse auf der Erdoberfläche

Wie errechnet sich nach dem Gravitationsgesetz das Gewicht von einem Kilogramm Masse? Wir setzen für m_1 = 1 kg, für m_2 die Masse der Erde und für r den durchschnittlichen Erdradius als Abstand der Schwerpunkte der beiden Massen ein:

$$\text{Gewicht} = \gamma \frac{1\ \text{kg} \cdot \text{Erdmasse}}{\text{Erdradius}^2}$$

$$= 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{kg\ s^2}} \cdot \frac{5{,}97 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg^2}}{(6{,}37 \cdot 10^6)^2\ \mathrm{m^2}}$$

$$= 9{,}81\ldots \frac{\mathrm{kg\ m}}{\mathrm{s^2}} = 9{,}81\ \mathrm{N}$$

Wir erkennen, dass das Gewicht einer Masse von ihrem Abstand vom Erdmittelpunkt abhängt. Der Wert 9,81 m/s² wird **Erdbeschleunigung g** genannt und entspricht der Beschleunigung beim freien Fall. Wir werden später darauf zurückkommen.

Messung der Masse

Da die Masse der menschlichen Sinneswahrnehmung nicht unmittelbar zugänglich ist, ist kein direkter Vergleich einer Masse mit einer anderen Masse möglich.

... über die Schwerkraft

Die Messung der Masse geschieht indirekt, indem man die auf die Masse wirkende Schwerkraft über eine Balkenwaage (auf dem Umweg mit diversen Eichgewichten) mit dem Pariser Urkilogramm vergleicht.

Eine Balkenwaage führt überall, auf der Erde ebenso wie auf dem Mond, zum selben Ergebnis, weil das jeweilige Schwerefeld sich in gleicher Weise auf die zu messende Masse auswirkt wie auf die in der anderen Waagschale liegende Vergleichsmasse.

Eine Federwaage hingegen würde lediglich das Gewicht messen, das in Abhängigkeit vom Schwerefeld steht und das deshalb an verschiedenen Orten unterschiedliche Werte aufweisen kann.

... über die Trägheit

Die zweite Eigenschaft der Materie, die durch den Massebegriff erfasst wird, ist die Trägheit. Wir werden hierauf bei der Besprechung des *newtonschen Grundgesetzes* im Abschnitt 2.4 Kraft zurückkommen.

Abgeleitete Größen

Nachdem die Grundgrößen der Mechanik kurz vorgestellt worden sind, wollen wir zeigen, wie sich aus den Größen Länge und Zeit die Größen Geschwindigkeit und Beschleunigung ergeben und wie die Größen Beschleunigung und Masse zur physikalischen Größe Kraft führen.

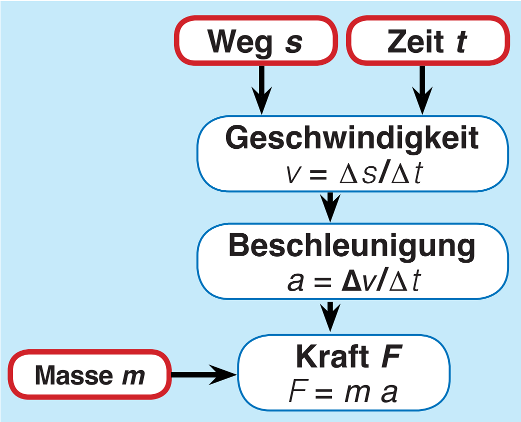


Abbildung 2.2: Ableitung der Begriffe Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft aus den Grundgrößen der Mechanik. Die Grundgrößen der Mechanik sind rot umrandet.

2.2 Geschwindigkeit

Unter der Bewegung eines Körpers verstehen wir seine Ortsveränderung relativ zu einem Bezugspunkt. Eine Bewegung wird durch ihre Geschwindigkeit charakterisiert, die sich als **Quotient aus dem zurückgelegten Weg Δs und der dafür benötigten Zeit Δt** ergibt:

$$\text{Geschwindigkeit } v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad [v] = \text{m/s}$$

Die Geschwindigkeit ist eine vektorielle Größe. Zwei Geschwindigkeiten sind dann und nur dann gleich, wenn sie in Richtung und Betrag übereinstimmen. Die Einheit im SI ist Meter/Sekunde (m/s). Die Bezeichnung v kommt aus dem Lateinischen von *velocitas* = Geschwindigkeit.

Man unterscheidet verschiedene Bewegungsarten, einmal die gleichförmige Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit und dann die gleichförmig beschleunigte Bewegung mit konstanter Beschleunigung. Sind weder Geschwindigkeit noch Beschleunigung konstant, spricht man von der ungleichförmig beschleunigten Bewegung. Als Extremfall sei noch der Stillstand genannt, bei dem Geschwindigkeit und Beschleunigung den Wert Null haben. Zur grafischen Darstellung der Bewegungsabläufe verwendet man ein Weg-Zeit-Diagramm, häufig auch ein Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm oder ein Beschleunigungs-Zeit-Diagramm, wie sie in den Abbildungen 2.4 und 2.5 dargestellt sind.

Momentangeschwindigkeit

Bei einer nicht gleichförmigen Bewegung hängt die Geschwindigkeit vom Zeitpunkt der Bestimmung ab. Die Momentangeschwindigkeit

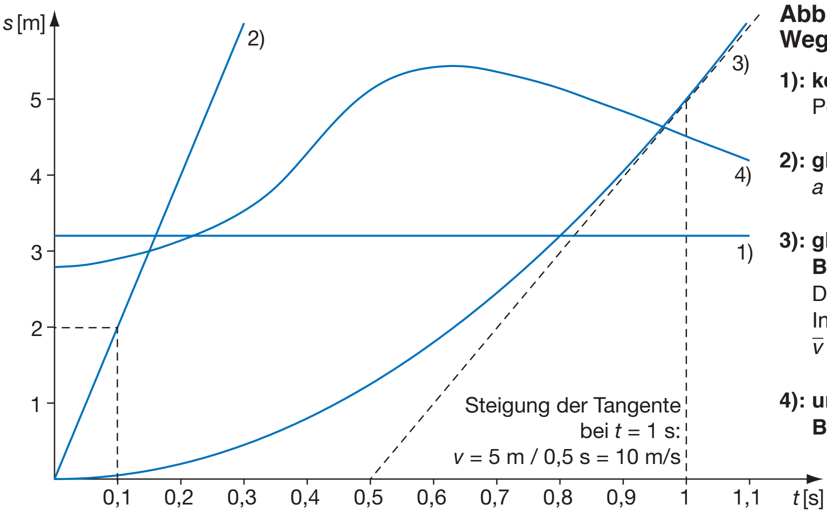


Abbildung 2.3: Weg-Zeit-Diagramm

1): keine Bewegung, Stillstand n der Position s = 3,2 m: $v = 0$, $a = 0$

2): gleichförmige Bewegung $a = 0$, $v = \Delta s/\Delta t = 2 \text{ m}/0{,}1 \text{ s} = 20 \text{ m/s}$

3): gleichförmig beschleunigte Bewegung, a = const. Durchschnittsgeschwindigkeit $\bar{v}$ im Intervall von 0,0 s bis 1,0 s: $\bar{v} = 5 \text{ m}/1 \text{ s} = 5 \text{ m/s}$

4): ungleichförmig beschleunigte Bewegung, a und $v \neq$ const.

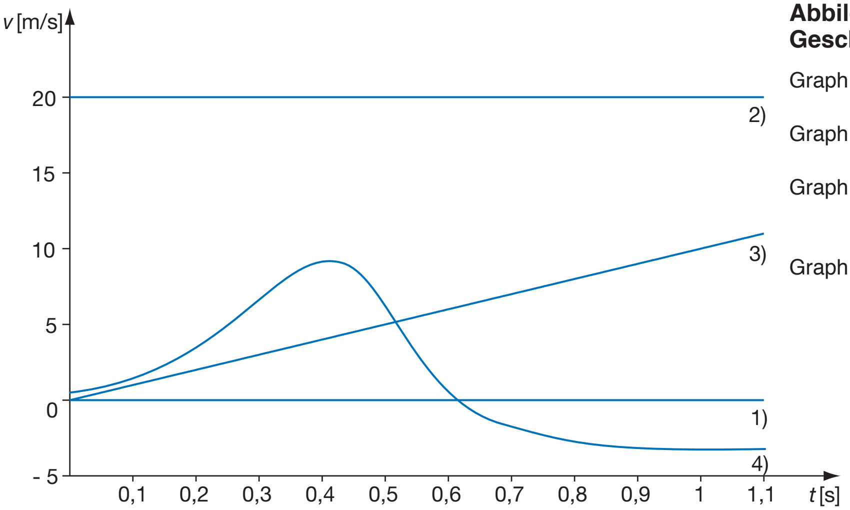


Abbildung 2.4: Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm

Graph 1): $v = 0$

Graph 2): $v = 20$ m/s

Graph 3): bei $t = 0$: $v = 0$
bei $t = 1$ s: $v = 10$ m/s

Graph 4): die Geschwindigkeit ist anfänglich fast null, steigt dann auf einen Maximalwert bei $t = 0{,}4$ s, um danach auf null abzufallen und einen negativen Wert anzunehmen. Ein negativer Wert bedeutet eine Bewegung nach rückwärts.

$$v = \mathrm{d}s/\mathrm{d}t$$

erhält man als **Steigung der Tangente** zum betrachteten Zeitpunkt. Beispielsweise hat in der Abb. 2.3 die Tangente bei Kurve 3) zum Zeitpunkt $t = 1$ s die Steigung 1 m/0,1 s = 10 m/s.

Allgemein gilt: Je größer die Steigung im Weg-Zeit-Diagramm, desto größer ist die Geschwindigkeit.

Eine negative Steigung entspricht einer „negativen“ Geschwindigkeit, also einer Bewegung nach rückwärts. Dieser Fall ist bei Kurve 4) ab dem Zeitpunkt t = 0,6 s dargestellt.

Vom Grundsatz her lassen sich vier Fälle der Bewegung unterscheiden, die in den Abbildungen 2, 3 und 4 anhand von Beispielen dargestellt sind.

2.3 Beschleunigung

Eine Änderung der Steigung im Weg-Zeit-Diagramm bedeutet eine Änderung der Geschwindigkeit und wird durch den Begriff der Beschleunigung beschrieben.

Unter der Beschleunigung $\vec{a}$ versteht man den Quotienten aus der Änderung der Geschwindigkeit $\Delta\vec{v}$ und der dazu benötigten Zeit Δt:

$$\text{Beschleunigung } \vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \qquad [\,\vec{a}\,] = \mathrm{m/s^2}$$

Die Größen $\vec{v} = \mathrm{d}\vec{s}/\mathrm{d}t = \dot{\vec{s}}$ und $\vec{a} = \mathrm{d}\vec{v}/\mathrm{d}t = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{s}}$ werden auch als 1. Ableitung ($\dot{\vec{s}}$) und 2. Ableitung ($\ddot{\vec{s}}$) des Weges nach der Zeit bezeichnet und lassen sich mittels Integral- und Differenzialrechnung umrechnen.

Die Beschleunigung hat im SI die Einheit $\mathrm{m/s^2}$, die Bezeichnung *a* kommt aus dem Englischen von *acceleration* = Beschleunigung. Die Beschleunigung ist eine vektorielle Größe, zwei Beschleunigungen sind nur dann gleich, wenn sie in Richtung und Betrag übereinstimmen.

Aus diesem Grunde liegt bei einer Änderung der Bewegungsrichtung stets eine Beschleunigung vor, auch wenn der Betrag der Geschwindigkeit gleich bleiben sollte. *Eine Änderung der Bewegungsrichtung setzt demnach immer eine beschleunigende Kraft voraus.*

Wir werden hierauf im Zusammenhang mit der kreisförmigen Bewegung bei der Besprechung der Zentripetal- und der Zentrifugalkraft zurückkommen.

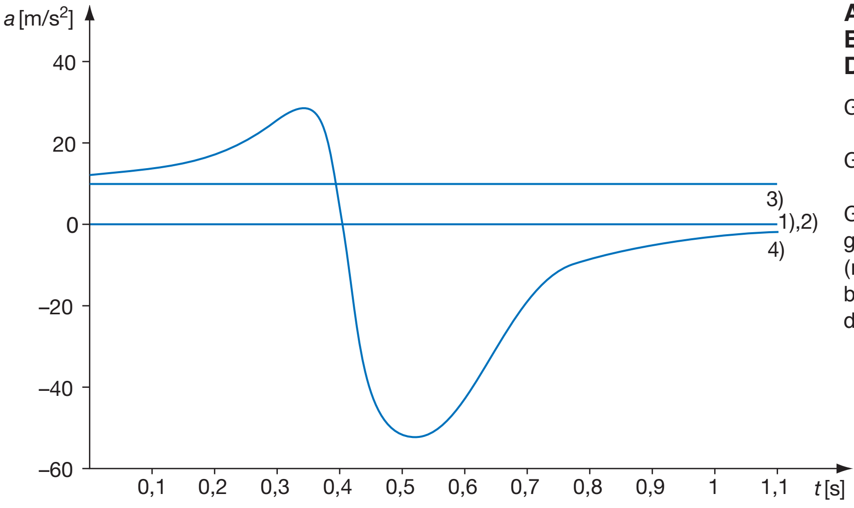


Abbildung 2.5: Beschleunigungs-Zeit-Diagramm

Graph 1) und 2): $a = 0$

Graph 3): $a = 10$ m/s²

Graph 4): Die Beschleunigung ist anfänglich positiv (nach vorne gerichtet), um bei $t = 0{,}4\,s$ negativ zu werden.

2.3.1 Gleichförmig beschleunigte Bewegung

Bei dieser Form der Bewegung sind **Betrag und Richtung der Beschleunigung konstant**. Diese Form der Bewegung lässt sich deshalb mathematisch relativ einfach beschreiben.

Ein wichtiges Beispiel für eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung ist der freie Fall, bei dem die Schwerkraft der fallenden Masse die Erdbeschleunigung $a = g = 9{,}81$ m/s$^2 \approx 10$ m/s^2 verleiht. Dieser Fall ist in den Abbildungen 2.3, 2.4 und 2.5 als Graph 3) dargestellt.

Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz

Bei einer gleichmäßigen Beschleunigung a ändert sich die Geschwindigkeit in der Zeit t um den Geschwindigkeitsvektor

$$v = a\,t$$

Die Anfangsgeschwindigkeit zum Zeitpunkt $t = 0$ heißt v_0, und damit erhalten wir das **Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz:**

$$v = a\,t + v_0$$

Aus dieser Formel können wir ablesen, welche Geschwindigkeit v zur Zeit t vorliegt.

Weg-Zeit-Gesetz

Welchen Weg s durchläuft ein Körper bei einer gleichförmigen Beschleunigung a in der Zeit t?

Da die Geschwindigkeit die erste Ableitung des Weges nach der Zeit ist, ergibt sich der zurückgelegte Weg als Integral der Geschwindigkeit nach der Zeit. Durch Integration des Geschwindigkeits-Zeit-Gesetzes nach der Zeit erhalten wir:

$$s = \frac{1}{2}\,a\,t^2 + v_0\,t + s_0$$

Hierbei ist die Integrationskonstante s_0 der Weg, der bis zum Zeitpunkt $t = 0$ zurückgelegt worden ist. s gibt den zum Zeitpunkt t insgesamt zurückgelegten Weg an.

Nach dem Weg-Zeit-Gesetz kann man errechnen, wo sich ein gleichförmig beschleunigter Körper zum Zeitpunkt t befindet.

Beschleunigung eines Körpers aus der Ruhelage

Jetzt betrachten wir den Fall, dass $v_0 = 0$ und $s_0 = 0$, also dass ein Körper aus der Ruhelage heraus einer gleichförmigen Beschleunigung unterworfen wird: Wir rechnen im Folgenden nur mit dem Betrag des Vektors, da die Division durch einen Vektor mathematisch nicht definiert ist. Nach dem Weg-Zeit-Gesetz erhalten wir:

$$s = \frac{1}{2}\, a\, t^2$$

Auch diese Gleichung gibt an, an welcher Stelle s sich ein aus der Ruhelage gleichförmig beschleunigter Körper zur Zeit t befindet. Will man wissen, welche Zeit t er zum Durchlaufen der Wegstrecke s benötigt, formt man die Gleichung um und erhält:

$$t^2 = \frac{2\,s}{a}$$

$$t = \sqrt{\frac{2\,s}{a}}$$

Der Körper benötigt zum Durchlaufen der Wegstrecke s die Zeit $t = (2\,s/a)^{0,5}$.

Anwendungsbeispiel

Wie viel Zeit bleibt einem Schwimmer beim Sprung vom 5-Meter-Brett, um einen Salto auszuführen? Der Einfachheit halber vernachlässigen wir den Luftwiderstand und betrachten den freien Fall mit $a = g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2} \approx 10\ \mathrm{m/s^2}$:

$$\text{Fallzeit } t = \sqrt{\frac{2 \cdot 5\ \mathrm{m}}{10\ \mathrm{ms^{-2}}}}$$

$$t = \sqrt{1\mathrm{s}^2} = 1\ \mathrm{s}$$

Der Springer hat für den Salto eine Sekunde Zeit.

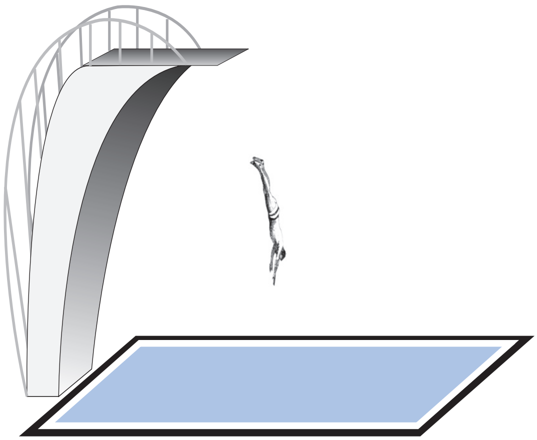


Abbildung 2.6: Sprung vom 5-Meter-Brett

Wir berechnen nach dem Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz die Aufprallgeschwindigkeit v:

$$v = a\ t = g\ t$$

$$v = 10\ \mathrm{m/s^2} \cdot 1\ \mathrm{s} = 10\ \mathrm{m/s}$$

Vergleichen Sie zu dieser Aufgabe den Graphen 3) in den Abbildungen 2.3, 2.4 und 2.5.

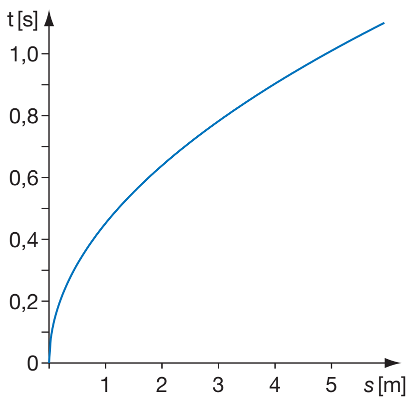


Abbildung 2.7: Weg-Zeit-Diagramm des freien Falls. Im Vergleich zum Graphen 3) der Abb. 2.3 sind die *x*- und *y*- Achsen vertauscht.

2.4 Kraft

Kräfte treten als Ursachen von Beschleunigungen und Verformungen in Erscheinung und sind für den inneren Zusammenhalt der Materie verantwortlich. Der Begriff Kraft gehört ebenso wie der Begriff Energie zu den zentralen Begriffen der Physik; alle physikalischen Vorgänge sind mit dem Wirken von Kräften verbunden.

Auf der Ebene des Atomkerns spielen Kernkräfte, im molekularen Bereich elektromagnetische und elektrostatische Wechselwirkungen und im Makrokosmos Gravitationskräfte die beherrschende Rolle.

Unabhängig von der Entstehung einer Kraft, z.B. durch elektromagnetische Anziehung oder durch Gravitation, beschreiben die newtonschen Axiome, wie sich eine Kraft auf die Bewegung eines Körpers auswirkt.

2.4.1 Die newtonschen Axiome

Erstes newtonsches Axiom

Ein Körper (träge Masse) verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung, solange keine Kraft auf ihn einwirkt.

Das heißt: Ein Körper ändert seine Geschwindigkeit nur dann, wenn eine Kraft auf ihn einwirkt. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von der Trägheit oder dem Beharrungsvermögen der Masse und nennt das 1. newtonsche Axiom entsprechend **Trägheitsgesetz**.

Im Altertum und Mittelalter glaubte man im Anschluss an Aristoteles, dass jede Bewegung durch eine Kraft unterhalten werden muss und zum Stillstand kommt, wenn die Kraft verbraucht ist, genauso wie z.B. ein Auto stehen bleibt, nachdem der Motor abgestellt worden ist. Der Fehler liegt hier in einer unberechtigten Gleichsetzung der Begriffe Kraft und Energie.

Bereits Galilei hat erkannt, dass die Geschwindigkeit umso weniger abnimmt, je kleiner die Reibungskräfte sind. Sofern keine Reibungskräfte vorhanden sind, also keine Kräfte auf den Körper einwirken, bleibt die Geschwindigkeit konstant. Dies ist zum Beispiel in der Astronomie bei der Bewegung der Planeten der Fall.

Zweites newtonsches Axiom

Das 2. newtonsche Axiom wird auch **newtonsches Grundgesetz** genannt. Es lautet:

Kraft = Masse · Beschleunigung

$$\boldsymbol{F = m \cdot a} \qquad [F] = \mathrm{kg\,m/s^2} = \mathrm{N}$$

Die Kraft ist genau wie die Beschleunigung eine vektorielle Größe; die Masse wird in derselben Richtung beschleunigt, in der die Kraft einwirkt.

Die Einheit der Kraft im SI ist das Newton als $1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg\,m/s^2}$. Üblicherweise wird sie durch den Buchstaben F abgekürzt für *force* = Kraft.

Experimenteller Nachweis

Das newtonsche Grundgesetz kann man experimentell mit folgendem Versuchsaufbau nachweisen:

Auf einer waagerechten Schiene läuft ein Wagen, der durch ein seitlich herunterhängendes Gewicht beschleunigt wird. Geschwindigkeit und Beschleunigung des Wagens können mittels an der Schiene angebrachter und mit einer Uhr gekoppelter Kontakte gemessen werden.

Als beschleunigende Kraft F wirkt die Gewichtskraft des seitlich herunterhän-

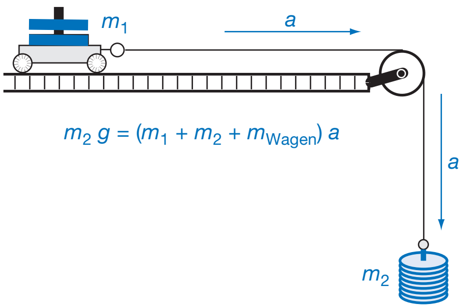


Abbildung 2.8: Experimentelle Anordnung zum Nachweis des 2. newtonschen Axioms

genden Gewichtes. Man kann F variieren, indem man verschiedene Gewichte anhängt.

Die beschleunigte Masse m wird gebildet aus der Masse des seitlich herunterhängenden Gewichtes und des Wagens. Man kann m erhöhen, indem man zusätzliche Gewichte auf den Wagen lädt. Als Ergebnis solcher Experimente ergibt sich, dass die Beschleunigung a direkt proportional der beschleunigenden Kraft F und umgekehrt proportional zu der beschleunigten Masse m ist:

$$a \sim F \qquad \text{und} \qquad a \sim \frac{1}{m}$$

Hieraus ergibt sich:

$$a \sim \frac{F}{m} \qquad \text{oder} \qquad m\, a \sim F$$

Bei Verwendung der Einheiten des SI erübrigt sich die Einfügung eines Proportionalitätsfaktors und wir erhalten das newtonsche Grundgesetz

$$F = m\ a$$

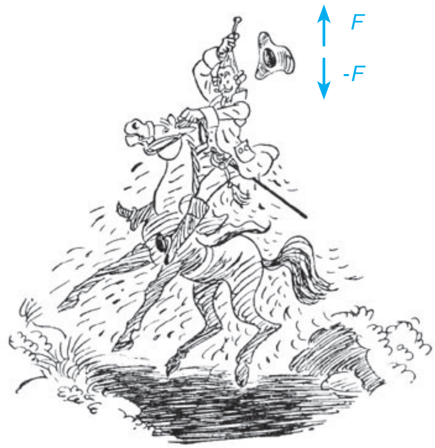
Drittes newtonsches Axiom

Jede Kraft ruft stets eine dem Betrag nach gleiche, aber entgegengesetzt gerichtete Gegenkraft hervor:

Actio = Reactio bzw.

Kraft = Gegenkraft

Baron von Münchhausen behauptet, er hätte sich am eigenen Schopfe selbst aus dem Sumpf gezogen. Es ist wahrscheinlich möglich, eine im Sumpf versinkende Person an ihren Haaren herauszuziehen, doch wenn diese Person sich selbst herausziehen will, wirkt auf die rettende Hand eine Kraft gleicher Größe, die aber nach unten gerichtet ist. Auf diese Wiese ziehen die Haare die rettende Hand und damit die gesamte rettende Person nach unten. Kraft und Gegenkraft heben sich auf, die resultierende Kraft ist null, und Münchhausen wäre wohl wirklich versunken, wenn es nicht die beflügelnde Kraft der Fantasie gäbe.



Zeichnung: Walter Trier, aus: Erich Kästner erzählt Münchhausen, Zürich 1938

Abbildung 2.9: Kraft F und Gegenkraft $-F$ beim fantastischen Versuch Münchhausens, sich an den eigenen Haaren aus dem Sumpf zu ziehen

Ein Autounfall als Beispiel für die newtonschen Axiome

Ein anschauliches Bild zur Erläuterung der newtonschen Axiome ist ein Autounfall:

1. **Axiom:** Sofern der Wagen nicht abgebremst wird, fährt er mit unverminderter Geschwindigkeit geradeaus weiter.

2. **Axiom:** Die Kraft des Aufpralls ist proportional der Masse des Autos und der negativen Beschleunigung (Abbremsung), die sich als Geschwindigkeitsverminderung pro Zeit ergibt. Das heißt, bei einer Fahrt gegen eine Betonmauer ist die Kraft des Aufpralls größer als bei einer Landung

im Gebüsch. Desgleichen erzeugt ein Lastwagen eine größere Kraft als ein Pkw.

3. **Axiom:** Bei einem Aufprall gegen einen Laternenpfahl wird dieser von der gleichen Kraft umgeknickt, mit der die Kühlerhaube verbogen wird.

Die Funktion der Sicherheitsgurte

Sicherheitsgurte haben zunächst die Aufgabe, die Insassen bereits zu Beginn des Aufpralls abzubremsen, damit die zur Abbremsung zur Verfügung stehende Zeit möglichst lang ist. Auf diese Weise wird die negative Beschleunigung und damit die auf den Insassen wirkende Kraft in Grenzen gehalten. Deshalb sind moderne Sicherheitsgurte mit einem Gurtstraffer ausgestattet, der den Sicherheitsgurt bei einer ruckartigen Dehnung strafft, wodurch der Insasse zunächst in den Autositz zurückgerissen wird.

Wenn die Knautschzone des Autos bereits weitgehend zusammengedrückt ist und das Auto dann mit aller Gewalt zum Stehen kommt, ist die Kraft auf die Sicherheitsgurte am größten. In diesem Moment gleiten die Fasern der Sicherheitsgurte aneinander vorbei, die Sicherheitsgurte geben nach und verlängern den Bremsweg noch mal um einige (entscheidende) Zentimeter. Weil diese Dehnung der Gurte irreversibel ist,

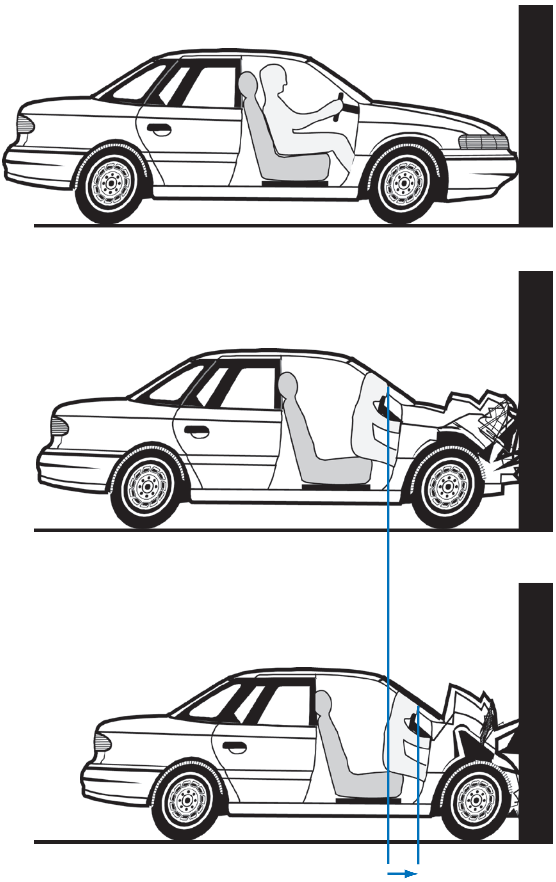


Abbildung 2.10: Bremsweg für den Insassen ohne Sicherheitsgurt

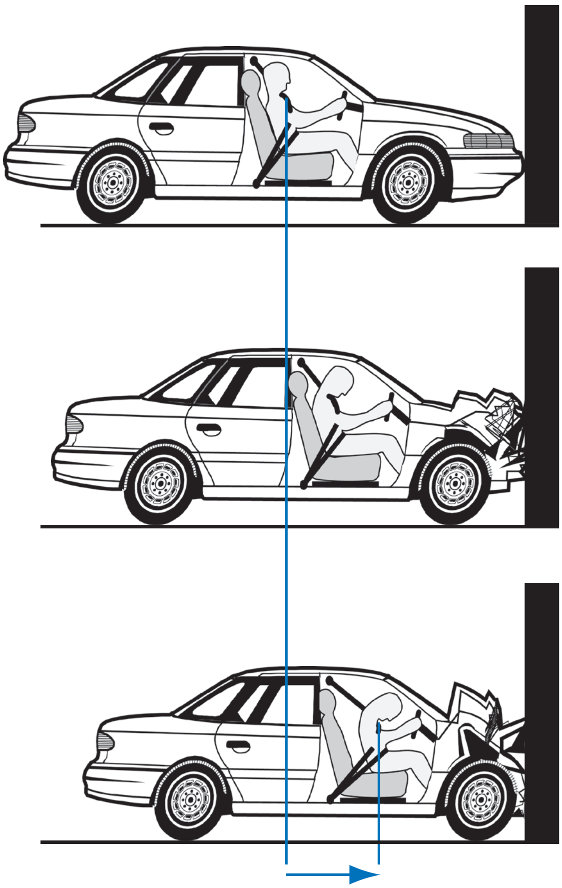


Abbildung 2.11: Bremswegverlängerung für den Insassen durch einen Sicherheitsgurt

müssen sie nach einem schweren Unfall ausgetauscht werden. Auch die Halteseile der Bergsteiger sind so gefertigt, dass sie im Moment der größten Belastung noch etwas nachgeben.

Ohne Sicherheitsgurte fliegen die Insassen aufgrund des Trägheitsgesetzes mit Fahrtgeschwindigkeit durch den Innenraum des Autos und prallen mit voller Geschwindigkeit auf das bereits fast zum Stillstand gekommene Armaturenbrett. Hierbei werden sie in einer wesentlich kürzeren Zeit abgebremst und die auftretenden Kräfte sind entsprechend höher.

Darüber hinaus halten die Sicherheitsgurte die Insassen von scharfen Kanten und Ecken des Armaturenbrettes fern.

2.4.2 Gewichtskraft

Massen unterliegen dem Gravitationsgesetz und üben eine Anziehungskraft aufeinander aus. Die größte Masse in unserer unmittelbaren Nähe ist die Erdkugel selber, und alle auf der Erdoberfläche befindlichen Körper (in der Physik werden alle belebten oder unbelebten Gegenstände, auch Gase oder einzelne Gasmoleküle, als Körper bezeichnet) werden durch die Schwerkraft in Richtung Erdmittelpunkt gezogen. Auf Seite 21 hatten wir nach dem Gravitationsgesetz errechnet, dass ein Kilogramm Masse, welches sich auf der Erdoberfläche befindet, mit der Kraft von $9{,}81\ \mathrm{N} = 9{,}81\ \mathrm{kg\,m/s^2}$ in Richtung Erdmittelpunkt gezogen wird.

Das Ergebnis dieser Rechnung kann man durch Experimente zum **freien Fall**, d.h. zum Fall im luftleeren Raum, überprüfen. Lässt man Gegenstände im luftleeren Raum fallen, wirkt nur die Schwerkraft auf sie ein, denn der Luftwiderstand ist nicht vorhanden.

Das Ergebnis solcher Fallexperimente ist, dass alle Körper gleich schnell fallen, eine Daunenfeder ebenso schnell wie eine Bleikugel.

Durch die Messung von Fallzeit und Fallweg ist es möglich, die Fallbeschleunigung zu ermitteln, die an der Erdoberfläche einen Wert von $9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$ aufweist. Dieser Wert variiert zwar geringfügig in Abhängigkeit von der Höhe über dem Erdboden (Abstand zum Erdmittelpunkt) und zur geografischen Breite des Experimentierortes (Abplattung der Erdkugel, also geringerer Abstand zum Erdmittelpunkt in Polnähe), aber da die Fallbeschleunigung für alle auf der Erdoberfläche befindlichen Körper gilt, ist sie eine wichtige physikalische Größe und wurde mit einem eigenen Symbol versehen: $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$. g ist die Abkürzung für gravity = Schwerkraft.

Die Erdbeschleunigung g ist keineswegs nur im freien Fall wirksam, wenn sie einen fallenden Körper ungehindert beschleunigt,

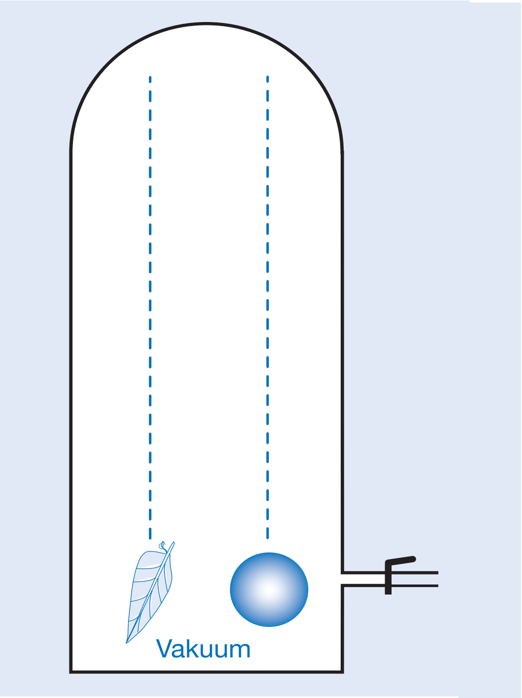


Abbildung 2.12: Im luftleeren Raum, beim so genannten freien Fall, fallen Feder und Bleikugel gleich schnell.

sondern auch bei ruhenden Körpern, denn dieselbe Kraft, die einen fallenden Körper beschleunigt, wirkt auf einen ruhenden Körper als Gewichtskraft: Nach dem newtonschen Grundgesetz

Kraft = Masse · Beschleunigung

beziehungsweise

Gewichtskraft = Masse · Erdbeschleunigung

wirkt auf 1 kg Masse die Gewichtskraft von 1 kg · 9,81 m/s^2 = 9,81 N ein. Diese Berechnung beruht auf der in Experimenten gemessenen Beschleunigung g beim freien Fall, auf Seite 21 hatten wir das Gewicht aufgrund des Gravitationsgesetzes und der Gravitationskonstanten γ errechnet. Während sich die Berechnung nach dem Gravitationsgesetz auf die Eigenschaft der Schwere bezieht, beruht die Berechnung anhand der Fallgeschwindigkeit auf der Eigenschaft der Trägheit der Masse. Die Kraft hat Bezug zu beiden Eigenschaften der Masse, einmal als Schwerkraft und zum anderen als beschleunigende Kraft.

Entscheidend sind folgende Punkte:

- Das Gewicht ist der Masse proportional.
- Das Gewicht eines Körpers hängt von der Erdbeschleunigung am jeweiligen Ort ab.

Im Gegensatz zum Gewicht ist die Masse eines Körpers überall im Universum gleich.

Maßeinheiten der Kraft

Die Kraft lässt sich nach der Gleichung Kraft = Masse · Beschleunigung auf die Grundgrößen Masse, Weg und Zeit zurückführen und weist als kohärente Einheit des SI die Einheit **Newton** (N) als

1 Newton = 1 kg m/s^2

auf. In der Technik wurde früher die Einheit **Kilopond** (kp) verwendet, als Gewichtskraft von 1 kg Masse:

1 Kilopond = 1 kg · 9,81 m/s^2
= 9,81 N ≈ 10 N

Im täglichen Leben werden die Begriffe Masse und Gewicht sowie Kilogramm und Kilopond häufig durcheinander geworfen, z. B. sagt man: „Herr X wiegt 70 Kilogramm“. Es müsste entweder heißen „Herr X wiegt 70 Kilopond“ oder „Herr X hat die Masse von 70 Kilogramm“. Weil aber jeder weiß, was gemeint ist, richtet diese Unkorrektheit keinen Schaden an. Die korrekte Ausdrucksweise nach dem SI lautet: „Herr X wiegt 700 Newton“ (genaugenommen 686,7 N, aber auch die Zahl 70 kg ist sicherlich gerundet).

In der Akustik, wo der Schalldruck meist sehr klein ist, verwendet man **Dyn**, eine aus dem CGS-System (Zentimeter-Gramm-Sekunde-System) abgeleitete Einheit:

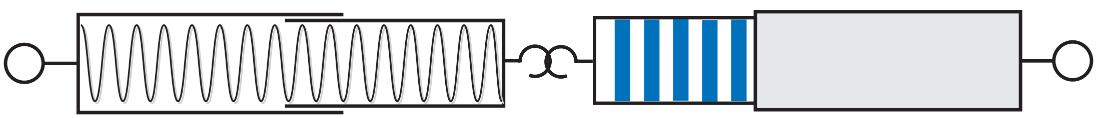
1 Dyn = 1 g cm/s^2 ≈ 0,00001 N

Newton ist 100 000mal größer als Dyn, weil ein Meter 100mal länger ist als ein Zentimeter und ein Kilogramm 1000mal schwerer als ein Gramm.

Kraftmessung

Zur Kraftmessung werden meistens Federwaagen verwendet, die im Wesentlichen aus einer Schraubenfeder bestehen. Hierbei ist nach dem hookeschen Gesetz (vgl. 3.1.2) die Auslenkung der Feder proportional zur auslenkenden Kraft.

Abbildung 2.13: Eine Federwaage, bei der die Kraft durch die Dehnung einer Spiralfeder gemessen wird. Links eine Schnittzeichnung, rechts die seitliche Ansicht mit der Skala, die umso weiter aus der Hülse herausgezogen wird, je stärker die Kraft einwirkt.



2.4.3 Hebelgesetz

In der Technik treten Kräfte nur selten als direkt und unmittelbar einwirkende Kräfte auf, sondern sie wirken meist auf Räder und Hebel ein. Alle starren Bauteile, die in einer Achse gelagert sind, sind physikalisch gesehen ein Hebel, also auch die menschlichen Knochen, die sich in ihren Gelenken bewegen können. Der Hebel nimmt die angreifende Kraft auf und überträgt sie an anderer Stelle weiter, wobei sich Richtung und Betrag der Kraft in der Regel ändern.

Der typische Fall ist ein zweiarmiger Hebel; ein Hebelarm wird als Kraftarm, der andere als Lastarm bezeichnet. Der Hebel ist dann in Ruhelage, wenn für beide Hebelarme das Produkt aus Hebelarmlänge und senkrecht zum Hebelarm wirksamer Kraft gleich ist. Dies ist das bekannte Hebelgesetz:

Kraft · Kraftarm = Last · Lastarm

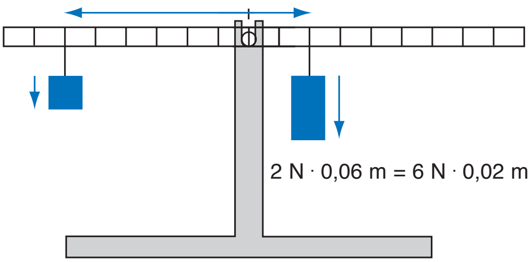


Abbildung 2.14: Modell einer Balkenwaage. Die Skalenstriche beziehen sich auf den Abstand zum Drehpunkt und geben die Länge des Kraft- bzw. Lastarmes an.

Bei zwei verschieden langen Hebelarmen ist die am kurzen Arm wirksame Kraft größer als die am langen Arm aufgewendete.

Drehmoment

Häufig setzen Last und Kraft am selben Hebelarm an, es liegt dann ein einarmiger Hebel vor. Ein wichtiges Beispiel sind die Knochen, wo auf derselben Seite vom Gelenk beugende und streckende Muskeln ansetzen. Auch hier gilt das Hebelgesetz.

Das Hebelgesetz "Kraft mal Kraftarm = Last mal Lastarm" beschreibt den Spezialfall, dass genau eine Last und genau eine Kraft im selben Winkel am Hebelarm ansetzen und dass der Hebel im Gleichgewicht ist, etwa bei einer austarierten Balkenwaage.

Wie im Beispiel der am Knochen ansetzenden Muskeln sind es häufig jedoch zahlreiche Kräfte und Lasten, die an unterschiedlichen Positionen des Hebels ansetzen. Für jede Kraft (oder Last) lässt sich angeben, wie stark sie zur Drehkraft des Hebels beiträgt. Diese Größe heißt Drehmoment. Die gesamte Drehkraft des Hebels bzw. der Achse ergibt sich als Summe aller angreifenden Drehmomente; das Vorzeichen bestimmt die Drehrichtung.

Das Drehmoment ist die entscheidende Größe für alle Drehbewegungen, egal, ob es sich um einen Hebel, ein Rad oder eine Schraube handelt. Das Hebelgesetz lässt sich auch folgendermaßen formulieren:

Drehmoment M = Hebelarmlänge h · senkr. wirkende Kraft F'

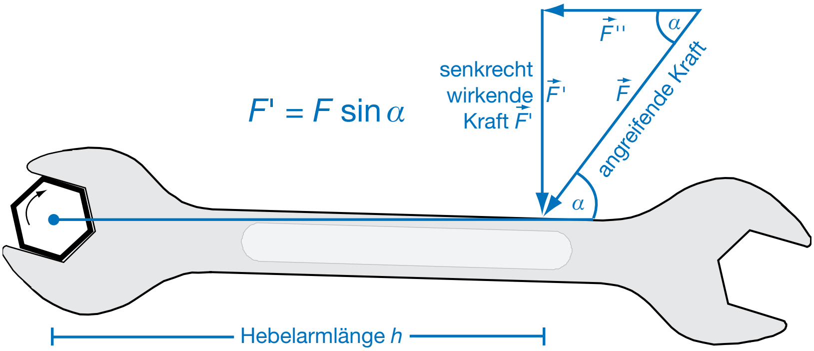


Abbildung 2.15: Ein Schraubenschlüssel als Beispiel für einen einarmigen Hebel. Die schräg angreifende Kraft *F* wird in die senkrecht zum Hebelarm wirksame Komponente *F'* und die für das Drehmoment uninteressante Komponente *F''* zerlegt.

Ein Hebel ist in Ruhelage, wenn die Drehmomente beider Hebelarme gleichen Betrag, aber entgegengesetztes Vorzeichen haben.

Das Drehmoment ist ebenso wie die Kraft eine gerichtete, d. h. vektorielle Größe, es dreht die Achse entweder rechts oder links herum. Mathematisch gesehen ergibt sich das Drehmoment als Kreuzprodukt aus den ebenfalls vektoriell aufzufassenden Größen Hebelarm und angreifender Kraft. Das Kreuzprodukt wird im Abschnitt 10.3 behandelt.

Drehmoment und Anatomie

Der Unterarm ist mit dem Oberarm durch ein Scharniergelenk verbunden. Mehrere Muskeln setzen am Unterarm an, um diesen gegen den Oberarm zu beugen. Die Wirkung eines Muskels hängt von folgenden Bedingungen ab:

a) von der Muskelkraft
b) vom Ansatzwinkel des Muskels an Elle bzw. Speiche (wie groß ist die senkrecht wirksame Komponente der Kraft?)
c) von der Hebelarmlänge (wie weit ist die Ansatzstelle von der Gelenkachse entfernt?)

Aus diesen drei Bedingungen ergibt sich, mit welchem Drehmoment der Muskel den Unterarm gegen den Oberarm beugt.

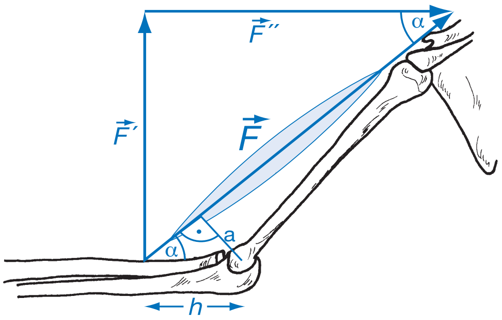


Abbildung 2.16: Bei gebeugtem Arm zieht die Sehne in großem Abstand vom Drehpunkt am Gelenk vorbei und erzeugt ein relativ großes Drehmoment.

Bestimmung des Drehmomentes

Nach den Gesetzen der Vektorrechnung können wir die vom Muskel ausgeübte Kraft $\boldsymbol{F}$ in eine senkrecht zur Drehachse wirksame Komponente $\boldsymbol{F'}$ und eine für das Drehmoment unwichtige Komponente $\boldsymbol{F''}$ zerlegen. Im Text verwenden wir die halbfette Schreibweise anstelle der Vektorpfeile.

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F'} + \boldsymbol{F''}$$

$\boldsymbol{F'}$ lässt sich nach dem Sinussatz aus $\boldsymbol{F}$ und dem Ansatzwinkel α errechnen (α ist Wechselwinkel).

$$\sin \alpha = \frac{F'}{F}$$

$$\boldsymbol{F'} = \boldsymbol{F} \sin \alpha$$

Das Drehmoment ergibt sich als Produkt aus Hebelarmlänge h und senkrecht angreifender Kraft $\boldsymbol{F'}$:

$$h\,\boldsymbol{F'} = h\,\boldsymbol{F} \sin \alpha$$

Hat der Abstand, mit dem der Muskel bzw. seine Sehne an der Achse vorbeizieht, einen Einfluss auf das Drehmoment?
Es gilt:

$$\sin \alpha = \frac{a}{h}$$

Wir setzen ein und erhalten:

$$h\,\boldsymbol{F'} = \boldsymbol{F}\,a$$

Das Drehmoment ergibt sich als Kraft $\boldsymbol{F}$ des Muskels mal Abstand a der Sehne von der Drehachse. Der Abstand der Sehne

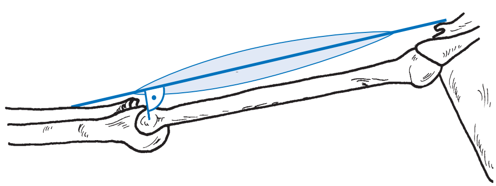


Abbildung 2.17: Bei gestrecktem Arm ist bei gleicher Muskelkraft das erzeugte Drehmoment kleiner, weil die Sehne wesentlich näher am Drehpunkt des Gelenks verläuft.

von der Drehachse ändert sich mit der Gelenkstellung, sodass das Drehmoment, das der Muskel auf die Achse ausübt, von der Gelenkstellung abhängt.

Diese Rechnung wird durch eine aus dem Sport bekannte Erfahrung bestätigt, dass man in bestimmten Gelenkstellungen mehr Kraft im Arm hat als in anderen, z. B. beim Klimmzug.

Allgemein lässt sich sagen, dass der Unterarm nur dann gebeugt wird, wenn die Summe der Drehmomente aller beugenden Muskeln größer ist als die Summe aller streckenden Drehmomente (streckende Muskeln, Gewicht des Unterarms und Last, die gehoben werden soll).

2.4.4 Grundbegriffe der Statik

Die Statik beschäftigt sich mit dem Zusammenwirken aller auftretenden Kräfte in Bauwerken wie Häusern, Brücken, Türmen usw., aber auch in anatomischen Strukturen.

Stabilität herrscht dann, wenn alle auftretenden Kräfte durch Gegenkräfte aufgefangen werden. Andernfalls wirkt die Differenz zwischen Kraft und Gegenkraft als beschleunigende Kraft, und das System gerät in Bewegung.

Das Zusammenwirken mehrerer Kräfte kann durch Vektoraddition beschrieben werden. Der Vektor der Gewichtskraft zeigt dabei vom Schwerpunkt eines Gegenstandes ausgehend nach unten.

Experimentelle Bestimmung des Schwerpunktes

Ein Gegenstand, der an einem Band hängt, hat seinen Schwerpunkt auf der Geraden, die vom Ansatzpunkt des Bandes senkrecht nach unten zeigt. Befestigt man das Band an einer anderen Stelle des Gegenstandes, so erhält man eine zweite Gerade. Der Schwerpunkt ergibt sich als Schnittpunkt beider Geraden.

Standfestigkeit

Ein Gegenstand steht stabil, wenn sein Schwerpunkt über der Unterstützungsfläche liegt. Die Stabilität ist umso größer,

- je größer die Unterstützungsfläche ist,
- je tiefer der Schwerpunkt liegt und
- je schwerer der Gegenstand ist.

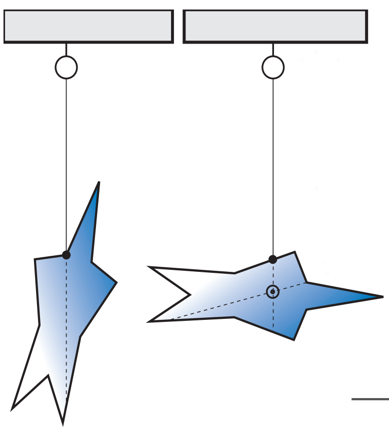


Abbildung 2.18: Experimentelle Bestimmung des Schwerpunktes

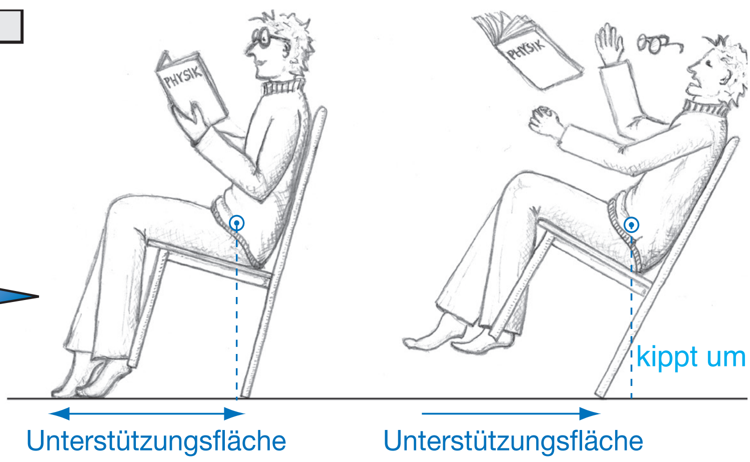


Abbildung 2.19: „Kippeln“ bedeutet die Verlagerung des Schwerpunktes nach außerhalb der Unterstützungsfläche.

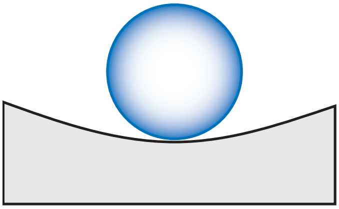


Abbildung 2.20: Stabiles Gleichgewicht: Bei jeder Drehung der Kugel muss der Schwerpunkt angehoben werden, sodass eine Bewegung nur unter Energieaufwand möglich ist.

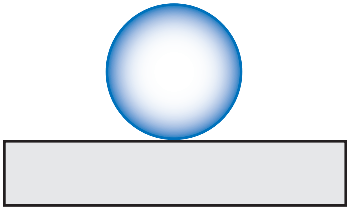


Abbildung 2.21: Indifferentes Gleichgewicht: Der Schwerpunkt der Kugel wird bei einer Drehung weder angehoben noch gesenkt, sodass weder Energie aufgewendet noch frei wird.

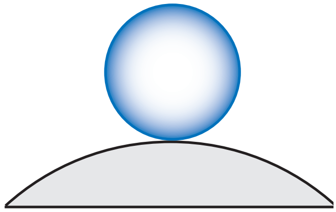


Abbildung 2.22: Labiles Gleichgewicht: Bei einer Drehung der Kugel sinkt ihr Schwerpunkt ab, sodass potenzielle Energie freigesetzt wird.

Gleichgewicht

Die Abbildungen 2.20 bis 2.22 zeigen drei Kugeln, die sich im stabilen, im indifferenten und im labilen Gleichgewicht befinden. Der Schwerpunkt aller drei Kugeln ist in ihrem geometrischen Mittelpunkt anzunehmen.

Im Beispiel des stabilen Gleichgewichts würde der Schwerpunkt bei einer Drehung der Kugel auf ein höheres Niveau gehoben werden, im Beispiel des indifferenten Gleichgewichts würde der Schwerpunkt auf gleicher Höhe bleiben.

Beim labilen Gleichgewicht hingegen würde eine Drehung der Kugel den Schwerpunkt nach unten verlagern. Die hierbei frei werdende Energie würde in Bewegungsenergie der hinabrollenden Kugel überführt werden.

An diesen drei Beispielen wird ein allgemeines Prinzip der Physik deutlich:

Jedes sich selbst überlassene System strebt stets den Zustand geringster Energie an.

2.4.5 Reibungskräfte

Die Kraft tritt häufig in Form von Reibungskräften in Erscheinung. Wir unterscheiden zwischen Haft- und Gleitreibung.

Haftreibung

Die Haftreibung ist die Reibungskraft, die überwunden werden muss, ehe sich der Gegenstand von der Stelle bewegen kann. Die Haftreibung ist stets größer als die Gleitreibung. Haft- und Gleitreibung hängen vor allem von der Oberflächenbeschaffenheit der Unterlage ab. So sind z.B. Haft- und Gleitreibung auf Glatteis besonders klein.

Die Haftreibung entsteht dadurch, dass sich die Oberflächen im Zustand der Ruhe intensiv verzahnen. Bei Überwindung der Haftreibung löst man diese Verzahnung.

Ist der Gegenstand einmal in Bewegung geraten, ist die Verzahnung zwischen den berührenden Oberflächen geringer und deshalb ist auch die Gleitreibung kleiner als die Haftreibung.

Ohne Haftreibung hätten wir große Schwierigkeiten uns zu bewegen, weil wir nirgends Halt finden könnten. Unser Gleichgewichtssinn registriert genau, wenn der Untergrund plötzlich rutschig wird.

Gleitreibung

Die Gleitreibung ist die Reibungskraft, die man z. B. beim Ziehen oder Schieben eines Gegenstandes (z. B. eines Schrankes) aufwenden muss, damit sich der Gegenstand *mit konstanter Geschwindigkeit bewegt*.

2.5 Energie

Die bisher eingeführten Größen lassen sich mittels Bandmaß, Stoppuhr, Balkenwaage und Federwaage von außen messen und dienen einer exakten Beschreibung mechanischer Vorgänge.

Wir wenden uns jetzt einem Begriff zu, der etwas über die hinter diesen mechanischen Vorgängen liegende „Triebkraft" aussagt. Es handelt sich um einen Begriff, der nicht mit einem einfachen Apparat gemessen werden kann, der jedoch für alle Naturvorgänge von fundamentaler Bedeutung ist: die Energie.

Energie ist die Fähigkeit, Arbeit zu verrichten, sei es mechanische, elektrische, chemische oder thermische Arbeit.

Wir unterscheiden demgemäß auch mechanische, elektrische, chemische, thermische u.a. Energieformen. Was in der belebten und unbelebten Natur die Energie ist, ist im Wirtschaftsleben das Geld und im menschlichen Bereich die Motivation und Lust.

Energieerhaltungssatz

Für alle Umwandlungen von Energie gilt der Satz von der Erhaltung der Energie: **In einem abgeschlossenen System, in dem sich beliebige mechanische, thermische, elektrische, optische oder chemische Vorgänge abspielen, bleibt die Gesamtenergie unverändert.**

Dies bedeutet, dass weder Energie verloren gehen noch aus dem Nichts entstehen kann.

Energiesatz der Mechanik

Energie kommt im Bereich der Mechanik entweder als potenzielle oder als kinetische Energie vor. Potenzielle Energie ist die Energie der Lage, z.B. die Energie, die ein Körper besitzt, weil er sich in einer bestimmten Höhe befindet und von dort herunterfallen kann, oder die Energie, die eine gespannte Feder besitzt und die beim Zurückschnellen der Feder frei wird. Kinetische Energie ist Bewegungsenergie, also die Energie, die ein Körper aufgrund

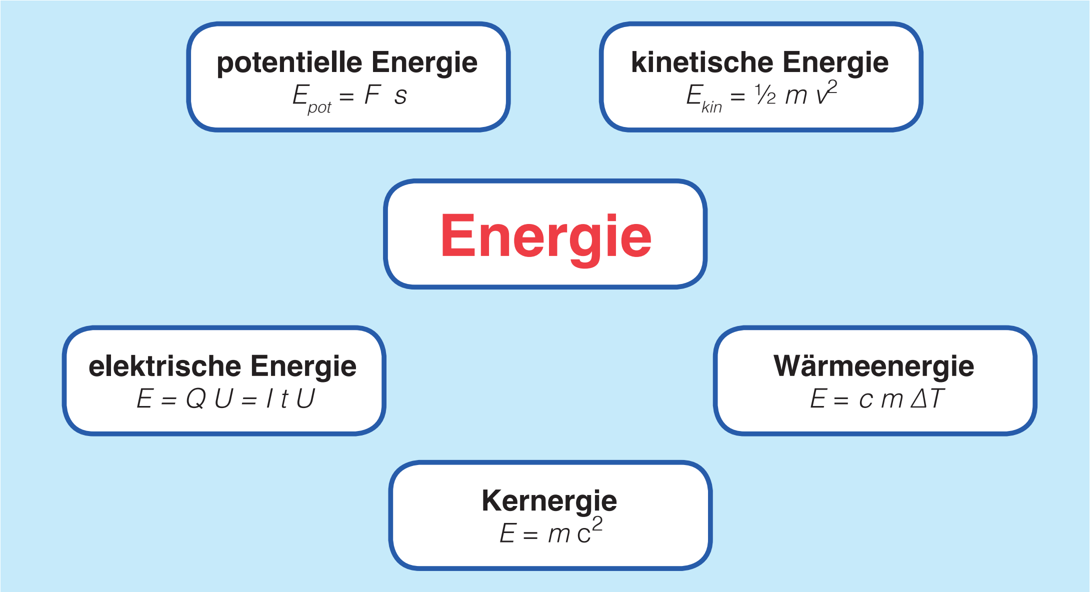


Abbildung 2.23: Verschiedene Formen der Energie, die Aufstellung ist keinesfalls abschließend. Alleine im Bereich der Biochemie gibt es abgesehen vom ATP-Stoffwechsel Dutzende Prozesse, die sich nur mit dem Energiehaushalt beschäftigen, z.B. die Photosynthese, die im weitesten Sinne das Bindeglied zwischen der Kernenergie und unserem persönlichen Leben darstellt.

seiner Geschwindigkeit besitzt und die beim Abbremsen frei wird. Der Energiesatz der Mechanik sagt aus:

Bei allen mechanischen Vorgängen bleibt die Summe aus kinetischer und potenzieller Energie konstant.

$$E_{pot} + E_{kin} = \text{constant}$$

Beim Energiesatz der Mechanik geht man davon aus, dass keine Reibungsverluste auftreten. Bei Reibungsvorgängen wird mechanische Energie in Wärmeenergie überführt. Der Energiesatz der Mechanik ist die Anwendung des allgemein gültigen Energieerhaltungssatzes auf den Bereich der Mechanik.

Energieübertragung

Wenn Energie übertragen wird, spricht der Physiker davon, dass Arbeit verrichtet oder geleistet wird. Mechanische Energieübertragung erfolgt, wenn eine Gegenkraft längs eines Weges überwunden wird:

Arbeit = Kraft · Weg

$$E = F \cdot s \qquad [E] = \text{Nm}$$

Die Kraft kann dazu dienen, einen Körper zu beschleunigen, dann wird die geleistete Arbeit in kinetische Energie überführt. Die Kraft kann aber auch dazu dienen, eine Feder zu spannen oder Hubarbeit zu leisten. In diesem Fall wird die aufgewandte Energie in potenzielle Energie überführt. Auf jeden Fall reicht es nicht, dass eine Kraft wirksam ist, sondern sie muss die Gegenkraft F längs des Weges s überwinden, sich also „gegen einen Widerstand voranschieben".

Wenn beispielsweise ein Gummiball gegen eine Betonwand prallt, so kann er die Wand nicht wegschieben und deshalb keine Energie auf die Betonwand übertragen, sodass er – abgesehen von Reibungsverlusten – mit gleicher Energie wieder zurückprallt. Wenn der Ball aber gegen eine Fensterscheibe prallt, ist durchaus eine Energieübertragung möglich.

Wenn eine Last lediglich gehalten wird, z.B. wenn ein Buch auf dem Tisch liegt, findet ebenfalls keine Energieübertragung statt. Im Gegensatz dazu ist im Bereich der Physiologie die Haltearbeit besonders anstrengend. Dies hat einerseits damit zu tun, dass Mikrobewegungen stattfinden, die Last also dauernd neu angehoben werden muss, und andererseits auch damit, dass die für die Haltearbeit benötigten Muskelgruppen in der Regel wenig trainiert sind.

In der Formel Arbeit = Kraft · Weg wird nur die Kraftkomponente berücksichtigt, die in Richtung des zurückgelegten Weges zeigt. Mathematisch spricht man vom **Skalarprodukt aus Kraft $\vec{F}$ und Weg $\vec{s}$**:

$$E_{mech} = \vec{F} \cdot \vec{s} = |\vec{F}| \cdot |\vec{s}| \cos(\vec{F}, \vec{s})$$

Wie im Abschnitt 10.3 näher erläutert wird, ist das Skalarprodukt eine skalare Größe und lässt sich auch als Produkt der Beträge der multiplizierten Vektoren und des Cosinus ihres Winkels errechnen.

Maßeinheiten

Die Energie hat als kohärente Einheit im SI die Einheit Newton mal Meter, abgekürzt **Newtonmeter (Nm)**.

Drückt man Newton als Masse mal Beschleunigung aus, erhält man kg m^2s^{-2} als kohärente Einheit des SI:

$$1 \text{ kg m}^2/\text{s}^2 = 1 \text{ Nm} = 1 \text{ Ws} = 1 \text{ J}$$

Die Einheiten **Wattsekunde (Ws)** und **Joule (J)** sind ebenfalls kohärente Einheiten des SI, welche hauptsächlich in der Elektrizitätslehre und Wärmelehre verwendet werden. Auch das Drehmoment hat die Einheit Nm, doch während das Drehmoment (s. S. 31) eine vektorielle Größe ist, ist die Energie eine skalare Größe.

2.5.1 Potenzielle Energie

Bei der Hubarbeit und beim Spannen einer Feder wird mechanische Energie in potenzielle Energie überführt.

Hubarbeit

Wenn eine Masse m um die Höhe h angehoben worden ist, so kann sie dieses Wegstück h mit ihrem Gewicht $m\,g$ wieder herunterfallen und dabei die Arbeit

$$E_{pot} = Kraft \cdot Weg = m\,g\,h$$

verrichten. Diese Energie ist beim Anheben als Hubarbeit aufgewendet worden und steht als potenzielle Energie E_{pot} auf Abruf zur Verfügung.

Schiefe Ebene

Eine schiefe Ebene, z. B. eine Rampe, kann dazu dienen, Gegenstände kraftsparend in die Höhe zu transportieren.

Aus der Abbildung 2.24 geht hervor, dass man (abgesehen von Reibungskräften) für das Hochschieben einer Last mit dem Gewicht F die Kraft $F \sin\alpha$ benötigt.

Eine schiefe Ebene mit dem Winkel α hat jedoch eine Länge, die um den Faktor $1/\sin\alpha$ länger ist als die Höhendifferenz h,

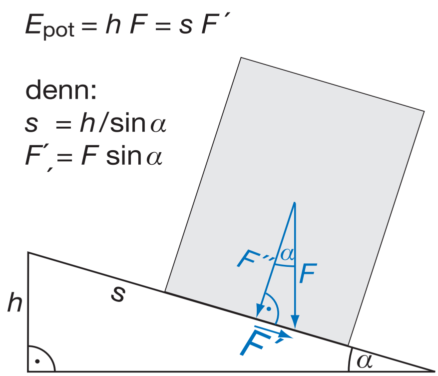


Abbildung 2.24: Beim Schieben oder Rollen auf einer schiefen Ebene ist die Kraft F' um den Faktor $\sin\alpha$ kleiner als F. Der Weg s ist jedoch um den Faktor $1/\sin\alpha$ länger als die gewonne Höhe h.

die durch die schiefe Ebene überwunden wird. Dies bedeutet, dass das Produkt

$$E_{pot} = \text{Kraft} \cdot \text{Weg}$$

mit oder ohne Einsatz der schiefen Ebene gleich ist. Der Einsatz einer schiefen Ebene spart demnach keine Arbeit im physikalischen Sinne, er erleichtert die Arbeit jedoch im physiologischen Sinne: Möglicherweise ist die Kraft F bereits in der Nähe oder sogar jenseits der individuellen Belastungsgrenze, während die Kraft $F \sin\alpha$ ohne größere Anstrengung aufgebracht werden kann. Dieselbe Situation liegt beim Einsatz anderer antriebsloser Maschinen vor, z. B. einem Flaschenzug oder einem Hebel.

Arbeit beim Spannen einer Feder

Eine gespannte Schraubenfeder kann die bei ihrer Spannung aufgewendete Energie wieder abgeben, besitzt also potenzielle Energie. In Abbildung 2.25 ist auf der x-Achse abgetragen, wie weit sich die Feder unter dem Einfluss der auf der y-Achse dargestellten Kraft dehnt. Die Federkraft F steigt proportional mit der Auslenkung s der Feder. Dies ist das **hookesche Gesetz**:

$$F = D\,s$$

Der Proportionalitätsfaktor D heißt *Federkonstante* und ist umso größer, je stärker die Feder ist.

Die potenzielle Energie einer um die Strecke s ausgelenkten Feder ergibt sich als Produkt ihrer Auslenkung s und der *durchschnittlichen* Federkraft F.

Die durchschnittliche Federkraft $F_{s_1} = D\,s_1$ ist halb so groß wie die maximale Federkraft $F_{s_2} = D\,s_2$. Dies kann man an der Zeichnung 2.25 unmittelbar ablesen oder nach den Gesetzen der Integralrechnung ableiten: Die potenzielle Energie einer um s Zentimeter ausgelenkten Feder beträgt

$$E = F\,s = (½\,D\,s)\,s = ½\,D\,s^2 = \int D\,s\,\mathrm{d}s$$

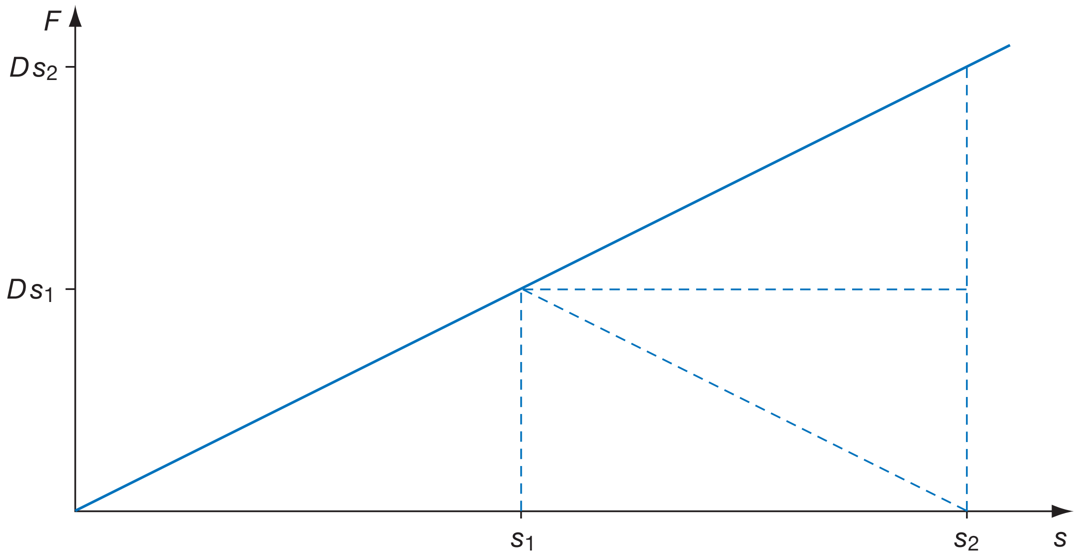


Abbildung 2.25: Rückstellkraft F in Abhängigkeit von der Auslenkung s einer Spiralfeder. Die Fläche unter dem Diagramm gibt die zur Auslenkung notwendige Energie an, die Steigung D heißt Federkonstante.

Die Integralschreibweise ist auch dann richtig, wenn keine Proportionalität zwischen F und s besteht, z. B. weil die Feder überdehnt ist. Allerdings steht bei einer überdehnten Feder nur ein Teil der zur Federspannung aufgewendeten Energie als potenzielle Energie zur Verfügung, der Rest geht als innere Reibung bei der Überdehnung verloren.

Geometrisch entspricht die Fläche unter der Kurve der potenziellen Energie der Feder. Die gestrichelten Linien deuten an, dass bei der Auslenkung um die doppelte Strecke die vierfache Energie benötigt wird.

2.5.2 Kinetische Energie

Die kinetische Energie eines Körpers ist seine Bewegungsenergie; diese Energie muss geleistet werden, um den Körper zu beschleunigen, und sie wird frei, wenn der Körper abgebremst wird.

Wir betrachten den Fall, dass die Masse m über die Wegstrecke s mit der Kraft F gleichmäßig beschleunigt wird. Die aufgewandte mechanische Energie E beträgt:

$$E = F\,s$$

F lässt sich nach dem newtonschen Grundgesetz auch als $F = m\,a$ schreiben und für s gilt nach dem Weg-Zeit-Gesetz (s. S. 24) $s = ½\,a\,t^2$. Wir erhalten demnach:

$$E = F\,s = m\,a\,½\,a\,t^2 = ½\,m\,a^2\,t^2 = ½\;m\,v^2$$

denn für $a\,t$ gilt bei einer gleichförmig beschleunigten Bewegung $a\,t = v$. Das Ergebnis dieser Umrechnung ist also:

$$E_{kin} = ½\;m\,v^2$$

Die Einheit im SI beträgt auch hier Newtonmeter, denn kg m²/s² = Nm.

Bedeutsam ist, dass die Energie mit dem Quadrat der Geschwindigkeit zunimmt. Aus diesem Grund sind hohe Geschwindigkeiten bei Verkehrsunfällen überproportional gefährlicher als niedrige Geschwindigkeiten: Wenn ein Fußgänger von einem 50 km/h fahrenden Auto erfasst wird, ist die beim Aufprall frei werdende Energie 100-mal so groß, als wenn der Wagen Schritttempo (5 km/h) fährt. Bei 100 km/h ist die Energie sogar 20 · 20 = 400-fach größer, bei 150 km/h 900-fach! Der Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und kinetischer Energie soll in Tabelle 1 und

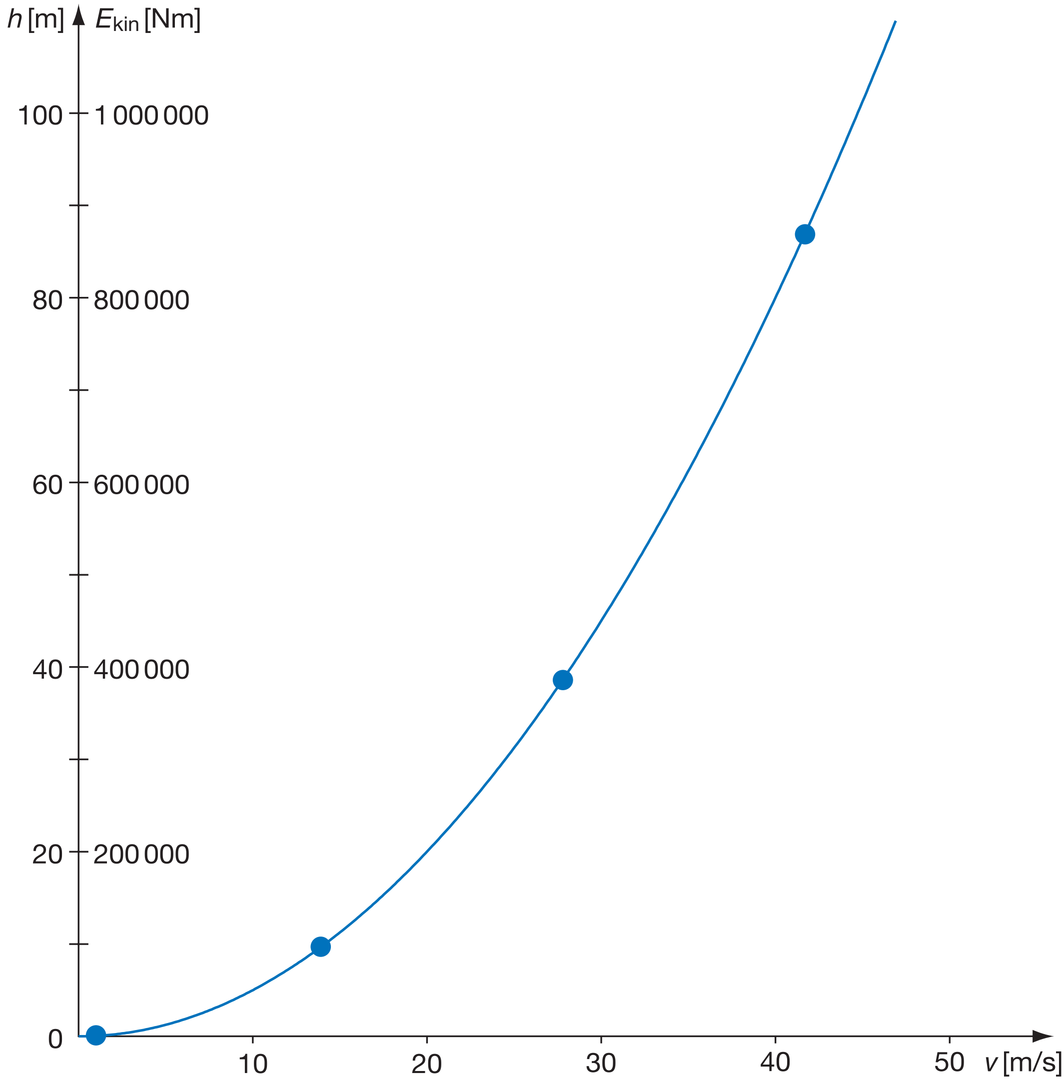


Abbildung 2.26: Grafische Darstellung der in Tabelle 1 berechneten Beziehung zwischen Geschwindigkeit v und kinetischer Energie E_{kin} eines Kraftfahrzeugs mit der Masse m = 1000 kg.

Geschwindigkeit v km/h	m/s	v^2 m²/s²	kin. Energie E_{kin} kg m²/s² = Nm	Fallhöhe h m
5	1,4	2,0	1 000	0,1
50	13,9	193,3	97 000	9,7
100	27,8	772,8	386 000	38,6
150	41,7	1738,9	869 450	86,9

Tabelle 1: Kinetische Energie eines Personenwagens von m = 1000 kg Masse bei verschiedenen Geschwindigkeiten v_1 = 5 km/h, v_2 = 50 km/h, v_3 = 100 km/h und v_4 = 150 km/h.

Abbildung 2.26 genauer untersucht werden: Die Geschwindigkeit in km/h wird zunächst in die SI-Einheit m/s umgerechnet (1 km/h = 1000 m/3600 s), damit sich die Energie direkt in der SI-Einheit Newtonmeter ergibt.

Weil nur mit einer Kommastelle gerechnet wird, ergeben sich gewisse Ungenauigkeiten, die bei der überschlagsmäßigen Berechnung jedoch keine Rolle spielen. Bei Berücksichtigung von mehr Kommastellen würden die kinetischen Energien genau in der Relation von 1 **:** 100 **:** 400 **:** 900 stehen.

In der letzten Spalte wurde zum Vergleich die Fallhöhe h berechnet, nach der sich im freien Fall die jeweilige Geschwindigkeit einstellt. Der Einfachheit halber wurde $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$ als $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$ gesetzt. Die Formel lautet: $h\ m\ g = E_{pot} = E_{kin}$, sodass $h = E_{kin}/m\ g$ bzw. $h = E_{kin}/10000\ \mathrm{kg\ m\ s^{-2}}$, weil in unserem Beispiel die Masse m als 1000 kg angenommen worden ist. Aus diesem Vergleich ist zu entnehmen, dass ein Fahrzeug mit 150 km/h Geschwindigkeit dieselbe kinetische Energie besitzt wie nach dem freien Fall aus 87 Metern Höhe.

Das Fadenpendel

Das Fadenpendel stellt ein klassisches Beispiel für die Überführung von potenzieller in kinetische Energie und umgekehrt dar.

Im folgenden Beispiel liegt wie in Abbildung 2.27 skizziert im Punkt A die gesamte Energie als potenzielle Energie und im Punkt M die gesamte Energie als kinetische Energie vor. Wir wollen aus der Höhendifferenz die Geschwindigkeit des Pendels beim Durchgang durch den Punkt M errechnen:

Die potenzielle Energie beträgt bei Auslenkung bis zum Punkt A:

$$E_{pot} = F\ s = m\ g\ h$$

$$E_{pot} = 1\ \mathrm{kg} \cdot 10\ \mathrm{m/s^2} \cdot 0{,}1\ \mathrm{m}$$

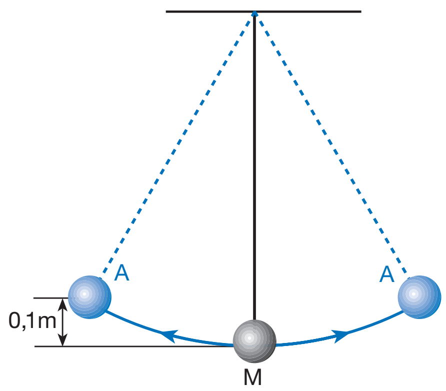


Abbildung 2.27: Überführung von potenzieller Energie in kinetische Energie und umgekehrt beim Fadenpendel. In der unten stehenden Berechnung wird der Einfachheit halber der Luftwiderstand vernachlässigt und die Erdbeschleunigung $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$ als $10\ \mathrm{m/s^2}$ gesetzt.

$$E_{pot} = 1\ \mathrm{Nm}$$

Diese Energie verwandelt sich bei Annäherung an den Punkt M in kinetische Energie:

$$\begin{aligned} E_{kin} &= E_{pot} \\ \frac{1\ \mathrm{kg}}{2} v^2 &= 1\ \mathrm{kg}\ 10 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\ 0{,}1\ \mathrm{m} \\ v^2 &= \frac{2\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} \\ v &= \sqrt{2 \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}} = 1{,}41 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

Das Pendel hat beim Durchgang durch den Punkt M die Geschwindigkeit $v = 1{,}41$ m/s.

Die Geschwindigkeit ist unabhängig von der Masse des Pendels, denn diese kürzt sich aus beiden Seiten der Gleichung $E_{kin} = E_{pot}$ heraus.

Die Geschwindigkeit hängt lediglich von der Höhendifferenz h ab, die hier als $h = 0{,}1$ m gewählt worden ist. Auch in Tabelle 1 wurde berechnet, dass die Geschwindigkeit $v_1 = 5$ km/h = 1,4 m/s einer Fallhöhe von 0,1 m entspricht.

2.5.3 Leistung

Unter Leistung P versteht man die pro Zeiteinheit verrichtete Arbeit, gleichgültig, ob es sich dabei um Hubarbeit, Beschleunigungsarbeit, elektrische Arbeit oder eine andere Form physikalischer Energieübertragung handelt.

$$\text{Leistung} = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeit}} \qquad [P] = \text{W}$$

Die Einheit im SI ist Watt (W) als Newtonmeter/Sekunde. Eine in der Technik früher häufig verwendete Einheit ist das PS mit 1 PS = 735,5 W.

Leistung wird in der Physik meistens mit *P* für *Power* abgekürzt.

Leistung beim Treppensteigen

Um die Größenordnung der Einheiten zu veranschaulichen, rechnen wir ein kleines Beispiel aus dem Bereich der Physiologie durch: Ein Mann von 100 kg Masse geht in das 3. Obergeschoss eines Hauses (Höhenunterschied: 10 m). Hierbei entsteht ein Zuwachs an potenzieller Energie in Höhe von:

$$m\,g\,h = 100\ \text{kg} \cdot 10\ \text{m/s}^2 \cdot 10\ \text{m}$$

$$= 10\,000\ \text{Nm} = 10\,000\ \text{Ws} = 10\,000\ \text{J}$$

Um die beim Treppensteigen aufgebrachte Leistung zu ermitteln, muss die Zeit bekannt sein, die benötigt wird, um die 10 000 Nm zu leisten:

a) Die Treppen werden in 100 Sekunden bestiegen:

$$\frac{10\,000\ \text{Nm}}{100\ \text{s}} = 100\ \text{W}$$

b) Die Treppen werden in 200 Sekunden bestiegen:

$$\frac{10\,000\ \text{Nm}}{200\ \text{s}} = 50\ \text{W}$$

Auch die bei der Fahrradergometrie zum Test auf die Leistungsfähigkeit des kardiovaskulären Systems durchgeführten Belastungen liegen im Bereich von 50 bis 200 Watt.

Kalorienverbrauch

Die Stoffwechselleistung – und damit der Kalorienverbrauch – ist etwa drei- bis viermal höher, weil der Wirkungsgrad menschlicher Muskelarbeit maximal bei etwa 25 bis 30 Prozent liegt. Der Brennwert von Fett liegt bei knapp 10 und von Kohlehydraten und Eiweiß bei etwa 4 Kilokalorien pro Gramm. Wie im Kapitel 4.2 dargestellt wird, entspricht ein Newtonmeter etwa 0,24 Kalorien, die hier geleisteten 10 000 Nm entsprechen also etwa 2,4 Kilokalorien. Wegen des Wirkungsgrades von etwa 25 % müssen dafür ca. 10 Kilokalorien bzw. Kilojoule verstoffwechselt werden.

Damit benötigt man etwa ein Gramm Fett oder 2,5 Gramm Kohlehydrate bzw. Eiweiß, um 10 000 Nm mechanische Arbeit zu leisten. Bei einer körperlichen Arbeit mit 100 W werden in 100 Sekunden 1 g Fett verstoffwechselt, pro Stunde also 36 g. Bei einer achtstündigen Arbeit sind es fast 300 g. Aber diese Arbeit ist von einem untrainierten Menschen nicht zu leisten.

2.6 Stoßgesetze

Nachdem wir uns in den letzten Abschnitten mit der Energie und ihrer Übertragung beschäftigt haben, behandelt dieses Kapitel einen Spezialfall der Energieübertragung, den Zusammenstoß zweier Massen.

Die Stoßgesetze besitzen deshalb eine besondere Bedeutung, weil das Verhalten der Gase sich durch diese Gesetze beschreiben lässt. Gase bestehen aus zahlreichen Molekülen, die mit hoher Geschwindigkeit kreuz und quer herumfliegen und sich beim Zusammenstoß wie Billardkugeln verhalten und damit den in diesem Abschnitt beschriebenen Stoßgesetzen folgen.

Kraftstoß

Beim Zusammenstoß zweier Massen üben sie aufeinander eine Kraft aus. Diese Kraft führt zur Abbremsung und/oder Änderung der Bewegungsrichtung. Man spricht vom Kraftstoß, der sich als Produkt von Kraft und Einwirkungsdauer ergibt:

Kraftstoß = Kraft · Einwirkungsdauer

Da sich die Kraft F während der Einwirkungsdauer ändern kann, lautet der physikalisch exakte Ausdruck für den Kraftstoß $p = \int F\,\mathrm{d}t$. Für die folgenden Überlegungen zur Übertragung eines Impulses können wir der Einfachheit halber von dem Idealfall ausgehen, dass die Kraft während der gesamten Einwirkungsdauer konstant ist.

2.6.1 Übertragung eines Impulses

Wir betrachten den Fall, dass zwei Massen m_1 und m_2 zusammenstoßen. Weil *actio* = *reactio*, wirkt auf beide Massen dieselbe Kraft F ein, allerdings mit entgegengesetzten Vorzeichen. Durch die Kraft F bzw.

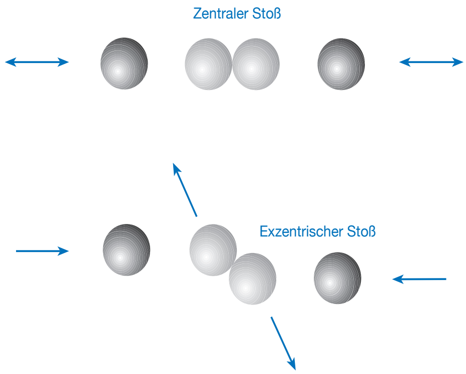


Abbildung 2.28: Der Unterschied zwischen einem zentralen und einem exzentrischen Stoß. Die dunkle Farbe zeigt die Kugeln vor dem Stoß, die helle unmittelbar nach dem Stoß. Die Stoßgesetze gelten sowohl für den zentralen wie für den exzentrischen Stoß. Es unterscheidet sich vor allem die Bewegungsrichtung nach dem Stoß.

$-F$ werden die Massen m_1 und m_2 der Beschleunigung a_1 und a_2 unterworfen. Wir erhalten also:

$$F = m_1\, a_1 \quad \text{und} \quad -F = m_2\, a_2$$

Die Kraft F und damit die Beschleunigungen a_1 und a_2 wirken über die Zeit t auf die Massen m_1 und m_2 ein. Weil $v = a\ t$, erhalten wir durch Multiplikation der obigen Gleichungen mit t:

$$F\ t = m_1\ v_1$$

und

$$-F\ t = m_2\, v_2$$

Das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit eines Körpers heißt **Bewegungsgröße** oder **Impuls p** (von engl. *pulse*).

$$p = m\ v$$

Damit erlauben die obigen Gleichungen folgende Schlussfolgerungen:

1. Der übertragene Kraftstoß $F\ t$ und die Änderung des Impulses $m\ v$ (der Bewegungsgröße) sind gleich.
2. Der Impuls von m_1 nimmt um den gleichen Betrag zu (ab), um den der Impuls m_2 ab-(zu)nimmt. Der Gesamtimpuls von m_1 und m_2 bleibt unverändert. Dies ist der Impulserhaltungssatz:

Der Gesamtimpuls eines abgeschlossenen Systems ist konstant.

Erläuterung: Der Impulserhaltungssatz wird experimentell durch Stoßexperimente nachgewiesen. Bei solchen Versuchen lässt man Körper bekannter Masse zusammenprallen und bestimmt ihre Geschwindigkeit vor und nach dem Stoßvorgang.

Die Abbildung 2.29 zeigt ein solches Stoßexperiment zwischen zwei Stahlkugeln gleicher Masse: Die rechte Kugel wird seitlich weggezogen und in die Position A gebracht. Sie wird losgelassen und saust auf

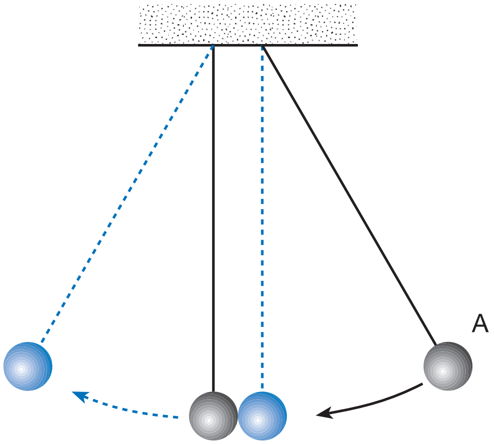


Abbildung 2.29: Stoßexperiment mit zwei Stahlkugeln gleicher Masse, die einen zentralen Stoß ausführen.

die ruhende Kugel zu. Es kommt zu einem zentralen Stoß. Die rechte Kugel gibt ihre gesamte Bewegungsgröße und ihre gesamte kinetische Energie an die zweite Kugel ab und bleibt bewegungslos in der gestrichelt gezeichneten Position zurück.

Elastischer Stoß – unelastischer Stoß

Der Impulserhaltungssatz gilt sowohl für den elastischen Stoß (z. B. Stahlkugeln) als auch für den unelastischen Stoß (z.B. Bleikugeln, Sandsäcke). Das zweite und dritte newtonsche Axiom, aus denen wir den Impulserhaltungssatz abgeleitet haben, sind in jedem Falle gültig.

Wie unterscheidet sich der elastische Stoß vom unelastischen Stoß? In jedem Fall tritt unter dem Einfluss des Kraftstoßes an der Kontaktstelle zunächst eine Delle auf. Beim Fußball, der gegen eine Wand prallt, kann man diese Delle bei genauer Beobachtung sogar sehen. Die Erzeugung dieser Delle kostet Energie, beim elastischen Stoß bildet sich die Delle völlig zurück, und dabei wird die zur Dellenbildung aufgewendete Energie wieder frei. Beim unelastischen Stoß bildet sich die Delle nur teilweise zurück, die zur Dellenbildung aufgewendete Energie verwandelt sich teilweise in Wärme.

Aus diesem Grunde gilt für den elastischen Stoß der Energie- und Impulserhaltungssatz, für den unelastischen Stoß nur der Impulserhaltungssatz. Die mechanische Energie wird dabei teilweise in Wärmeenergie verwandelt, sodass nach dem Stoß weniger mechanische Energie vorhanden ist als vorher.

2.6.2 Kraftstöße von Gasmolekülen

Der Aufprall eines Gasmoleküls auf eine Gefäßwand ist ein wichtiges Beispiel für den elastischen Stoß:

Ein Gasmolekül m_1 kann beim Aufprall auf die Gefäßwand m_2 diese wegen der Ungleichheit der Massen praktisch nicht beschleunigen.

Beim senkrechten Aufprall wird das Molekül durch den Kraftstoß $F\ t = m_1 a\ \ t = m_1 v_1$ auf $v = 0$ abgebremst. In diesem Moment sind sowohl die Gefäßwand als auch das Molekül bewegungslos, die kinetische Energie des Moleküls steckt in der potenziellen Energie der „Delle“. Bei diesen Dimensionen kann man natürlich nicht von einer Delle sprechen, wie wir es weiter oben getan haben; es handelt sich hierbei nur um eine Modellvorstellung. Es liegt ein elastischer Stoß vor, d. h., die „Delle“ beult sich wieder aus, übt erneut

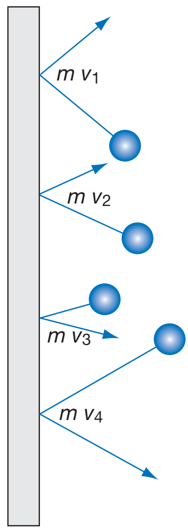


Abbildung 2.30: Bei der Kollision mit der Behälterwand übt jedes Molekül einen Kraftstoß aus, der sich als Produkt aus dem senkrecht zur Wand gerichteten Geschwindigkeitsvektor und der Masse des Moleküls ergibt.

einen Kraftstoß auf das Molekül aus und beschleunigt es auf den Betrag der ursprünglichen Geschwindigkeit, aber in die entgegengesetzte Richtung.

Der übertragene Kraftstoß ergibt sich als Summe der beiden Kraftstöße und ist doppelt so groß wie die Bewegungsgröße von m_1, da nur so der Impulserhaltungssatz und der Energieerhaltungssatz erfüllt werden können.

Gasdruck als Folge vieler Kraftstöße

Der Druck eines Gases auf eine Wand entsteht dadurch, dass ständig viele Gasmoleküle gegen die Gefäßwand prallen und hierbei kleine Kraftstöße auf die Wand übertragen. Der Gasdruck ist proportional der Summe der Kraftstöße:

- Der Betrag jedes einzelnen Kraftstoßes $F\ t = m\ v$ verhält sich proportional zur Geschwindigkeit v des Moleküls.

- Sofern das Gasvolumen konstant gehalten wird, steigt auch die Anzahl der Kraftstöße proportional zur Geschwindigkeit der Moleküle. Wenn ein Gasmolekül zwei-, drei- oder viermal schneller ist als ein anderes, so stößt es (im statistischen Mittel) zwei-, drei- oder viermal häufiger gegen die Gefäßwand, ebenso wie eine Straßenbahn doppelt so häufig die Endhaltestelle erreicht, wenn sie doppelt so schnell fährt.

Hieraus ergibt sich, dass sich sowohl die Stärke als auch die Anzahl der Kraftstöße proportional zur Geschwindigkeit verhalten, sodass das Produkt von Anzahl und durchschnittlichem Betrag aller Kraftstöße proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit der Gasmoleküle ansteigt. Auch die kinetische Energie der Moleküle

$$E_{kin} = ½\ m\ v^2$$

steigt proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit. Sind zwei Größen einer dritten gleich (proportional), so sind sie untereinander gleich (proportional):

$$\sum F\ t \sim v^2 \quad \text{und} \quad E_{kin} \sim v^2$$

sodass

$$\sum F\ t \sim E_{kin}$$

Ergebnis: Bei konstantem Volumen steigt der Gasdruck proportional zur kinetischen Energie der Moleküle.

Wir werden bei der Besprechung der Gasgesetze auf dieses Ergebnis zurückgreifen.

2.7 Die kreisförmige Bewegung

Kreisförmige Bewegungen spielen in vielen Bereichen der Physik eine Rolle: im Makrokosmos bei der Bewegung der Gestirne, im Mikrokosmos, wenn die Elektronen den Atomkern umkreisen, und schließlich im Bereich der Technik, wo sich Räder, Zentrifugen und Jahrmarktskarusselle drehen. Im Prinzip gelten auch bei kreisförmigen Bewegungen die bei geradlinigen Bewegungen gültigen Gesetze, lediglich verkompliziert dadurch, dass bei kreisförmigen Bewegungen eine ständige Richtungsänderung vorliegt und dass wegen der kreisförmigen Geometrie eine spezielle Nomenklatur verwendet wird.

In der Physik wird der **Drehwinkel** üblicherweise nicht in Winkelgrad gemessen, sondern im Bogenmaß φ (griech. *phi*). Das Bogenmaß φ ist als Quotient aus Bogenlänge s und Radius r eine dimensionslose Zahl.

$$\text{Bogenmaß } \varphi = \frac{\text{Bogenlänge } s}{\text{Radius } r}$$

Eine anschauliche Bedeutung hat das Bogenmaß als Bogenlänge im Einheitskreis. Unter dem Einheitskreis versteht man einen Kreis mit dem Radius $r = 1$. Ein voller Kreisumfang hat im Einheitskreis den Wert $U = 2\,\pi\, r = 2\,\pi$. 360 Winkelgrade entsprechen einem vollen Kreisumfang, sodass die Umrechnung zwischen Winkelgrad α und Bogenmaß φ davon ausgeht, dass $360° = 2\,\pi$. Nach dem Prinzip des Dreisatzes erhält man:

$$\frac{\alpha}{\varphi} = \frac{360}{2\,\pi} \qquad \text{sodass}$$

$$\alpha = \varphi\ 360/2\,\pi \qquad \text{und} \qquad \varphi = \alpha\ 2\,\pi\,/360$$

Beispielsweise hat ein halber Kreisumfang mit $\alpha = 180°$ im Bogenmaß den Winkel $\varphi = \pi$.

Bahngeschwindigkeit versus Winkelgeschwindigkeit

Die Bahngeschwindigkeit v einer Kreisbewegung ist ebenso definiert wie die Geschwindigkeit einer geradlinigen Bewegung:

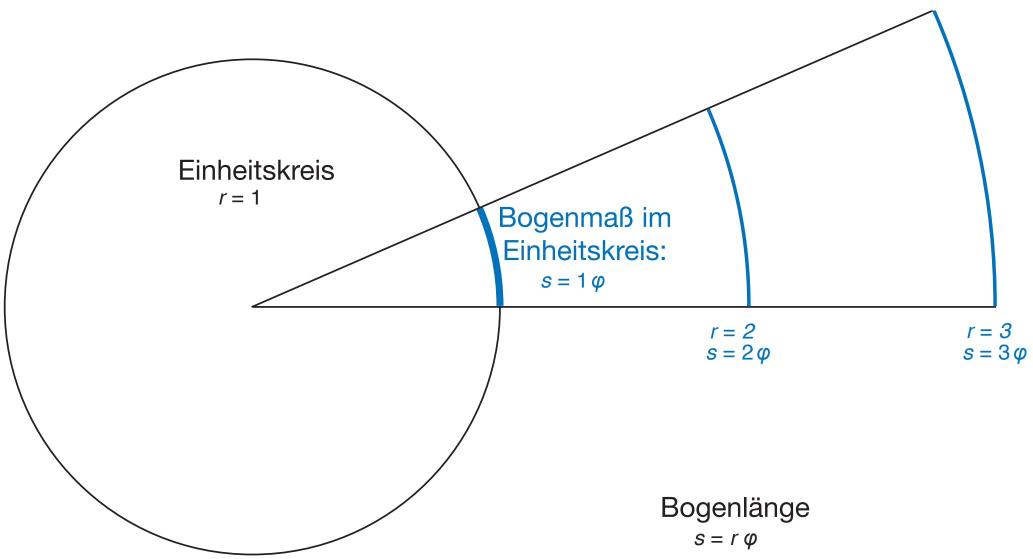


Abbildung 2.31: Die Nomenklatur der kreisförmigen Bewegung: Einheitskreis mit $r = 1$, Bogenlänge s als Produkt aus Bogenmaß φ und Radius r.

$$\text{Bahngeschwindigkeit } v = \frac{\text{Bogenlänge } \Delta s}{\text{Zeit } \Delta t} = \frac{r\,\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Die Winkelgeschwindigkeit ω (griech. *omega*) errechnet sich als:

$$\text{Winkelgeschwindigkeit } \omega = \frac{\text{Bogenmaß } \Delta\varphi}{\text{Zeit } \Delta t} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Wie man aus der Abbildung 2.30 ablesen kann, ergibt sich die Bogenlänge als Produkt von Bogenmaß und Radius, sodass sich die Bahngeschwindigkeit v als Produkt aus Winkelgeschwindigkeit ω und Radius r ergibt:

$$v = \omega \cdot r$$

Ein einfaches Beispiel möge die Beziehung zwischen Bahn- und Winkelgeschwindigkeit erläutern:

	Ein Punkt am Äquator	**Ein Punkt in der Nähe des Pols**
Winkelgeschwindigkeit ω	2 π/Tag	2 π/Tag
Radius r	6370 km	z. B. 160 km
Bahngeschwindigkeit v	40 000 km/d	ca. 1 000 km/d

Die verschiedenen Punkte eines rotierenden Körpers haben je nach ihrer Entfernung von der Achse unterschiedliche Bahngeschwindigkeiten, aber dieselbe Winkelgeschwindigkeit. Deshalb kann der Begriff der Winkelgeschwindigkeit häufig zur Vereinfachung der Beschreibung einer kreisförmigen Bewegung beitragen.

Definition weiterer Begriffe

Der Begriff **Kreisfrequenz** ist ein Synonym für Winkelgeschwindigkeit. Der Begriff **Drehfrequenz** oder **Drehzahl** bezieht sich auf die zu einer Umdrehung benötigte Zeit. Bei einer Drehzahl von z.B. 10 s^{-1} werden 10 Umdrehungen pro Sekunde durchgeführt, d.h., pro Sekunde wird zehnmal der volle Kreiswinkel mit $\varphi = 2\pi$ überstrichen und die Winkelgeschwindigkeit beträgt 20 π/s:

$$\text{Kreisfrequenz} = \text{Winkelgeschwindigkeit} = 2\pi\ \text{Drehfrequenz} = 2\pi\ \text{Drehzahl}$$

Winkelbeschleunigung

Unter der Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}$ versteht man den Quotienten aus der Änderung der Winkelgeschwindigkeit $\Delta\omega$ und der hierzu benötigten Zeit Δt:

$$\text{Winkelbeschleunigung } \dot{\omega} = \frac{\text{Änderung der Winkelgeschwindigkeit } \Delta\omega}{\text{Zeit } \Delta t} = \frac{d\,\omega}{dt} = \ddot{\varphi}$$

Nach der in der Differenzialrechnung üblichen Nomenklatur wird eine immer kleiner werdende, d. h. gegen null strebende Differenz statt mit Δ mit d bezeichnet. Der Quotient $d\varphi/dt = \dot{\varphi} = \omega$ entspricht der ersten Ableitung nach der Zeit und wird durch einen Punkt über dem Symbol gekennzeichnet. Bei zwei Punkten handelt es sich um die zweite Ableitung nach der Zeit: $\ddot{\varphi} = \dot{\omega}$.

Drehmoment

Das Drehmoment ist ein Maß für die Drehkraft einer Drehbewegung. Das Drehmoment hängt davon ab, in welchem Abstand zur Drehachse die Kraft angreift und in welche Richtung diese Kraft zeigt. Auf Seite 31 ff. wird genauer auf das Drehmoment eingegangen. An dieser Stelle sei nur kurz wiederholt, dass sich das Drehmoment M eines Hebelarms als Produkt von Hebelarmlänge und senkrecht zum Hebelarm angreifender Kraft ergibt.

Trägheitsmoment

Bei der Kreisbewegung gilt analog dem newtonschen Grundgesetz der Mechanik

$$\text{Kraft} = \text{Masse} \cdot \text{Beschleunigung}$$

die Beziehung:

$$\text{Drehmoment} = \text{Trägheitsmoment} \cdot \text{Winkelbeschleunigung}$$

Das Trägheitsmoment gibt dabei die Trägheit an, die ein Körper einer Winkelbeschleunigung entgegensetzt. Während die Masse eines Körpers eine unveränderliche Größe ist, bezieht sich das Träg-

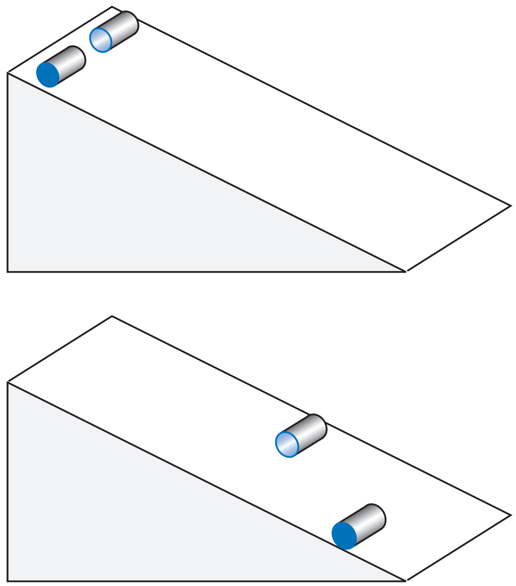


Abbildung 2.32: Ein Hohl- und ein Vollzylinder gleicher Masse und mit gleichen Abmessungen rollen eine schiefe Ebene herunter. Der Vollzylinder ist schneller, weil sein Trägheitsmoment geringer ist.

heitsmoment auf die jeweilige Rotationsachse, um die sich der Körper dreht. Für verschiedene Drehbewegungen um verschiedene Achsen gelten also unterschiedliche Trägheitsmomente. Beim Trägheitsmoment spielt die geometrische Verteilung der Massenpunkte eine Rolle. Am einfachsten ist der Fall, bei dem alle Massenpunkte denselben Abstand r zur Drehachse haben. Dies ist annähernd beim Hohlzylinder der Fall.

Das Trägheitsmoment J eines Massenpunktes im Abstand r von der Drehachse bzw. eines Hohlzylinders ergibt sich als:

$$J = m\, r^2$$

Das Trägheitsmoment eines Vollzylinders ergibt sich als $J = m\, r^2/2$, und für einen beliebigen Körper gilt:

$$J = \int r^2\, \mathrm{d}m$$

Wir sehen daraus, dass das Trägheitsmoment eines Körpers umso kleiner ist, je stärker die Masse in der Nähe der Achse konzentriert ist. So hat ein Vollzylinder ein kleineres Trägheitsmoment als ein Hohlzylinder gleicher Masse.

Man kann dies leicht experimentell nachweisen, indem man einen Vollzylinder und einen Hohlzylinder gleicher Masse und gleichen Durchmessers eine schiefe Ebene hinunterrollen lässt: Der Vollzylinder kommt schneller „in Gang", weil er der Rotation nicht so viel Trägheit entgegensetzt wie der Hohlzylinder.

Biologische Bedeutung

Die Extremitäten von Tier und Mensch sind extrem leicht gebaut, indem die betreffenden Muskeln möglichst körpernah, d. h. achsennah angeordnet sind. Beispielsweise liegen Fingermuskeln am Unterarm, Unterarmmuskeln am Oberarm und Oberarmmuskeln am Körper. Auf diese Weise wird das Trägheitsmoment der Extremitäten klein gehalten, sodass eine möglichst schnelle Bewegung möglich ist, denn eine Schwenkung des Armes entspricht physikalisch einer Rotation.

Drehimpuls

Unter dem Drehimpuls L versteht man die Größe:

Drehimpuls L
= Trägheitsmoment · Winkelgeschwindigkeit

Analog zum Impulserhaltungsgesetz gilt der Satz von der Erhaltung des Drehimpulses: In einem abgeschlossenen System ist der Gesamtdrehimpuls konstant.

Anwendungsbeispiel: Beim Eiskunstlauf führt die Tänzerin eine Pirouette (sehr schnelle Drehung) durch, indem sie sich zunächst mit ausgestreckten Armen, also hohem Trägheitsmoment, in Drehung versetzt. Danach verringert sie durch das Anlegen der Arme an den Körper ihr Trägheitsmoment, wodurch sich nach dem Drehimpulserhaltungsgesetz automatisch ihre Winkelgeschwindigkeit erhöht.

Rotationsenergie

Die Rotationsenergie E_{rot} der sich drehenden Masse m errechnet sich als:

Rotationsenergie E_{rot}
= ½ Trägheitsmoment · Winkelgeschwindigkeit^2

Translation – Rotation

Bei der kreisförmigen Bewegung (Rotation) gelten dieselben Beziehungen und Gesetze wie bei der geradlinigen Bewegung (Translation), wobei die bei der Rotation verwendeten Begriffe die kreisförmige Geometrie berücksichtigen.

Translation		**Rotation**	
s	Weg	φ	Bogenmaß
v	Geschwindigkeit	ω	Winkelgeschwindigkeit
a	Beschleunigung	$\dot{\omega}$	Winkelbeschleunigung
F	Kraft	M	Drehmoment
m	Masse	J	Trägheitsmoment
p	Impuls	L	Drehimpuls
E_{kin}	kinetische Energie	E_{rot}	Rotationsenergie

2.7.1 Die Zentrifugalkraft

Eine kreisförmige Bewegung ist mit einer ständigen Änderung der Bewegungsrichtung verbunden. Zur Änderung der Bewegungsrichtung ist eine beschleunigende Kraft notwendig.

Die Kraft, welche den Körper in einer Kreisbahn hält, ist auf das Zentrum gerichtet und heißt **Zentripetalkraft** oder **Radialkraft.**

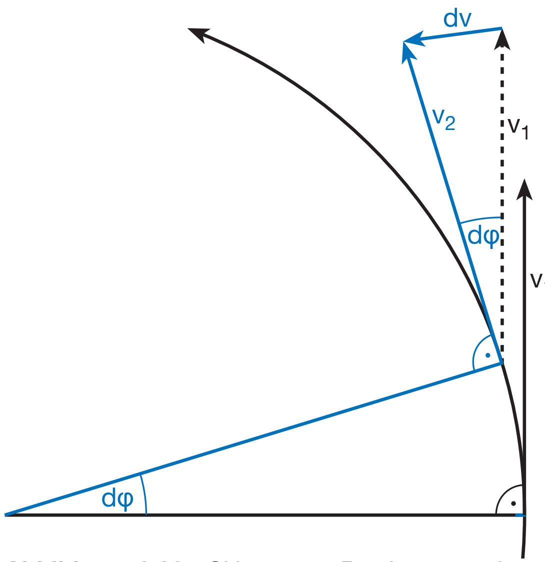


Abbildung 2.33: Skizze zur Bestimmung des Geschwindigkeitsvektors $\mathrm{d}v$ in Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit $\omega = \mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}t$ und der Bahngeschwindigkeit $v = v_1 = v_2$:
Es gilt $v = \omega\, r$,
beide Seiten werden mit $v = \omega\, r$ erweitert, so dass
$v\, \omega\, r = v\, \omega\, r$, so dass
$v\ \omega = v^2/r$.

Die Gegenkraft der Zentripetalkraft, mit der der kreisende Körper von der Bewegungsachse wegstrebt, heißt **Fliehkraft** oder **Zentrifugalkraft**.

Da *actio = reactio*, haben Zentrifugalkraft und Zentripetalkraft den gleichen Betrag, aber ein entgegengesetztes Vorzeichen. Die Zentrifugalkraft ist von der Bahn- bzw. Winkelgeschwindigkeit, dem Radius und der Masse des rotierenden Körpers abhängig und ergibt sich als:

$$\text{Zentrifugalkraft} = m\, \omega^2\, r = m\, v^2\, r^{-1}$$

Herleitung

Gemäß Abbildung 2.32 erhalten wir den Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}_2$ durch Addition des Geschwindigkeitsvektors $\mathrm{d}\vec{v}$ zu $\vec{v}_1$.

Nach den Regeln der Geometrie ergibt sich der Betrag von $\mathrm{d}v$ als $v\,\mathrm{d}\omega$. Diese Beziehung ist eigentlich nur für sehr kleine Winkel $\mathrm{d}\varphi$ gültig. In der Zeichnung 2.33 ist der Winkel $\mathrm{d}\varphi$ lediglich aus zeichnerischen Gründen so groß gewählt worden. Die folgenden Überlegungen gelten auch für ein sehr kleines $\mathrm{d}\varphi$.

In der Zeit $\mathrm{d}t$ ändert sich die Geschwindigkeit um den Vektor $\mathrm{d}v = v\,\mathrm{d}\varphi$ und damit liegt folgende Radialbeschleunigung vor:

$$\text{Radialbeschleunigung}\ \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = v\ \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}$$

$$= v\ \omega = v^2\, r^{-1}$$

(Vgl. S. 45/46)

Die Radialbeschleunigung verläuft senkrecht zum jeweiligen Geschwindigkeitsvektor und in Richtung zur Drehachse. Damit bewirkt die Radialbeschleunigung eine Richtungsänderung, Bahn- und Winkelgeschwindigkeit bleiben jedoch konstant. Mit der Radialkraft wird keine Energie auf den rotierenden Körper übertragen, weil der Abstand zum Drehpunkt nicht verringert wird.

Deshalb wird zwar eine Kraft ausgeübt, aber keine Kraft längs eines Weges überwunden. Deshalb bleibt die kinetische Energie der rotierenden Masse und damit die Bahngeschwindigkeit konstant. Im Gegensatz dazu würden sich bei einer Winkelbeschleunigung die Bahngeschwindigkeit und kinetische Energie der rotierenden Masse ändern.

Nach dem newtonschen Grundgesetz

$$\text{Kraft} = \text{Masse} \cdot \text{Beschleunigung}$$

wirkt auf die Masse m damit folgende Zentripetalkraft ein:

$$\text{Zentripetalkraft} = - \text{Zentrifugalkraft}$$
$$= m\, v\, \omega = m\, v^2\, r^{-1}$$

Die Zentrifugalkraft hat große praktische Bedeutung, sowohl in der Laborzentrifuge und Wäscheschleuder als auch in der Raumfahrt und Astronomie, wo sie z. B. dafür sorgt, dass Satelliten nicht auf die Erde fallen und dass die Planeten nicht in die Sonne gezogen werden.

Zentrifuge

Wie groß ist die Radialbeschleunigung in einer Zentrifuge mit 3000 Umdrehungen pro Minute und einem Radius von 10 cm? 3000 Umdrehungen pro Minute entsprechen 50 Umdrehungen pro Sekunde:

$$\text{Bahngeschwindigkeit } v = \frac{\text{Bogenlänge } s}{\text{Zeit } t} =$$
$$\frac{50 \cdot 2\,\pi \cdot 0{,}1 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 31{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Radialbeschleunigung} = \omega^2\, r$$

$$= \frac{v^2}{r} = \frac{31{,}4^2 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}}{0{,}1 \text{ m}} = 9860 \text{ m s}^{-2}$$

In dieser Zentrifuge herrscht eine Radialbeschleunigung von 9860 m/s^2, das ist ungefähr die tausendfache Erdbeschleunigung g.

In modernen Ultrazentrifugen lassen sich Umdrehungsgeschwindigkeiten von bis zu 100 000 pro Minute erreichen, also das Dreißigfache unserer eben durchgeführten Beispielrechnung.

Weil die Radialbeschleunigung mit dem Quadrat der Bahngeschwindigkeit v bzw. Winkelgeschwindigkeit ω steigt, lassen sich hiermit Radialbeschleunigungen von bis zu $10^6\, g$ erreichen ($1000 \cdot 30^2$).

In der Biochemie lassen sich mit Hilfe von Ultrazentrifugen Proteine trennen, in der Atomtechnik lässt sich Uran anreichern (vgl. 6.3.4).

Zentrifugalkraft auf der Erde?

Durch die Erddrehung sind alle an der Erdoberfläche befindlichen Körper einer Zentrifugalkraft ausgesetzt.

Als Beispiel betrachten wir einen Körper in der Nähe des Äquators. Die Bahngeschwindigkeit v beträgt 40 000 km/Tag = 40 000 000 Meter pro $24 \cdot 60 \cdot 60$ Sekunden = 463 m/s.

Bei einem Radius von r = 6 370 km ergibt sich die Radialbeschleunigung als:

$$\text{Radialbeschleunigung} = \frac{v^2}{r} = \frac{463^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{6370\ 000 \text{ m}}$$
$$= 0{,}03 \text{ m/s}^2$$

Ein alternativer Rechenweg würde über die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\,\pi/(24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}) = 0{,}00007 \text{ s}^{-1}$ zum selben Ergebnis führen:

$$\text{Radialbeschleunigung} = \omega^2\, \text{r}$$

$$= (0{,}00007 \text{ s}^{-1})^2 \cdot 6370\ 000 \text{ m} = 0{,}03 \text{ m/s}^2$$

Die Radialbeschleunigung in Höhe von 0,03 m/s^2 entspricht in etwa 0,3 % der Erdbeschleunigung $g = 9{,}81 \text{ m/s}^2$.

Die Radialbeschleunigung durch die Erddrehung ist umso geringer, je näher man sich am Nord- oder Südpol befindet, weil der Radius dort bei gleicher Winkelgeschwindigkeit kleiner ist.

2.8 Testfragen

Lösungen siehe Seite 272

Frage Nr.	Seite	
1	20	Nennen Sie die Grundgrößen der Mechanik und ihre Einheiten im SI.
2	22	Zwei Geschwindigkeiten sind gleich, wenn sie …
3	22	Wie liest man die Momentangeschwindigkeit im Weg-Zeit-Diagramm ab?
4	23	Ist ohne Beschleunigung eine Änderung der Bewegungsrichtung möglich?
5	24	Was ist eine gleichförmige Beschleunigung?
6	26	Nennen Sie das newtonsche Grundgesetz.
7	30	Unterscheiden Sie Masse und Gewicht.
8	30	Welche Maßeinheiten der Kraft kennen Sie?
9	31	Ein Hebelarm sei 2 cm, der andere Hebelarm sei 1 m lang (Brechstange). Am langen Hebelarm wird eine Kraft von 40 kp ≈ 400 N aufgewendet. Wie groß ist die Kraft am kurzen Hebelarm?
10	34	Vergleichen Sie die Größe der Haftreibung mit der Größe der Gleitreibung.
11	35	Was ist Energie?
12	35	Wie lautet der Energiesatz der Mechanik?
13	37 f.	Zur Auslenkung einer Feder um 3 cm wird 0,01 Nm aufgewendet. Wieviel Energie ist zur Auslenkung um weitere 3 cm nötig?
14	38	Nennen Sie Formel und Einheit der kinetischen Energie.
15	40	An welcher Stelle ist die potenzielle Energie des Fadenpendels am kleinsten?
16	41 f.	Welcher Unterschied besteht zwischen Kraft, Energie und Leistung?
17	41	Welcher Unterschied besteht zwischen Kraft und Kraftstoß?
18	42	Was besagt der Impulserhaltungssatz?
19	43	Wie entsteht der Gasdruck?
20	45 f.	Die Winkelgeschwindigkeit sei 2π pro Sekunde. Wie hoch ist die Bahngeschwindigkeit bei einem Radius von a) 1 m, b) 10 m?
21	45 f.	Was ist Winkelbeschleunigung?
22	46 f.	Vergleichen Sie das Trägheitsmoment eines Hohlzylinders mit dem eines Vollzylinders bei gleicher Masse und gleichem Radius.