JETZT mit LERN-VIDEOS

10. Klasse

Realschule 2023 MSA Bayern

Mathematik I

Zusätzlich mit

- Musterprüfungen im Stil der neuen Abschlussprüfung mit Lösungen

Inkl. 2022
Original-Prüfungen mit Lösungen

RS 10

Realschule 10. Klasse | Mittlerer Schulabschluss | Bayern

LehrplanPLUS

lernverlag
www.lern-verlag.de

Original-Prüfungen Realschule Bayern 2023 Mathematik WPFG I

erstellt

für Schülerinnen und Schüler
der Realschule Bayern
mit der Wahlpflichtfächergruppe I

lernverlag®
www.lern-verlag.de

Vorwort

Liebe Schülerinnen, liebe Schüler,
liebe Kolleginnen, liebe Kollegen,

in diesem speziellen Prüfungsvorbereitungsbuch **Original-Prüfungen Realschule Bayern 2023 Mathematik I** nach dem neuen LehrplanPLUS, sind die Original-Prüfungen der letzten Jahre nach Lernbereich sortiert und zusätzlich **mehrere Musterprüfungen** eingefügt. Zu den ausgewählten Prüfungsaufgaben gibt es schülergerechte, lehrplankonforme und ausführliche Lösungen, die für den Schüler leicht verständlich und nachvollziehbar erstellt worden sind.

Hinweise

Die Abschlussprüfung 2023 findet nach Vorgaben des *Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus* am Montag **26.06.2023** statt und dauert **150 Minuten**.
(Stand 01.09.2022 - Angaben ohne Gewähr)
Als **Hilfsmittel** ist ein elektronischer Taschenrechner und eine Formelsammlung zugelassen.

Neues - Lernplattform kommt

Wir haben eine neue **Lernplattform** eingerichtet, die wir die nächsten Wochen vervollständigen. Hier findet man im gesicherten Mitgliederbereich hilfreiche Erklär- und Lösungsvideos zu vielen Mathe-Themen und zu den Lösungen der Original-Prüfungen. Jetzt bei **https://lern.de** einen Platz sichern.
Zeit- und ortsunabhängig online für einzelne Arbeiten in der Schule oder den Mittleren Schulabschluss (MSA)/Mittlere Reife 2023 lernen.

Tipps

Fangen Sie rechtzeitig an sich auf die Abschlussprüfung vorzubereiten und arbeiten Sie kontinuierlich alte Prüfungen durch. Wiederholen Sie die einzelnen Prüfungen mehrmals, um die notwendige Sicherheit zu erlangen. Zur Lernzielkontrolle können Sie den Prüfungsplaner im Innenteil dieses Prüfungsvorbereitungsbuch verwenden.
Üben Sie also, so oft Sie können.

Notenschlüssel

Der Notenschlüssel wird vom *Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus* festgelegt. In der folgenden Tabelle finden Sie die Punktevergabe des neuen Prüfungsformates.

Jahrgang 2022/2023
oHm=ohne Hilfsmittel
mHm=mit Hilfsmitteln

Teil A oHm	11 Pkt.
Teil B1 mHm	5 Pkt.
Teil B2 mHm	5 Pkt.
Teil B3 mHm	15 Pkt.
Teil B4 mHm	16 Pkt.
Gesamt	52 Pkt.

Ein entsprechender Notenschlüssel war zum Buchdruck am 01.09.2022 noch nicht bekannt.

Impressum
lern.de Bildungsgesellschaft mbH
Geschäftsführer: Sascha Jankovic
Fürstenrieder Str. 52
80686 München
Amtsgericht München: HRB 205623
E-Mail: kontakt@lern-verlag.de – https://www.lern-verlag.de
lernverlag, lern.de und cleverlag sind eingetragene Marken von Sascha Jankovic, Inhaber und Verleger.
Druck: Deutschland
Lösungen:
Sascha Jankovic, Simon Rümmler und das Team aus Pädagogen und Naturwissenschaftlern der lern.de Bildungsgesellschaft mbH

Wir danken dem *Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus* für die freundliche Genehmigung, die Original-Prüfungen abdrucken zu dürfen. Die Lösungsvorschläge liegen nicht in der Verantwortung des Ministeriums.

8. ergänzte Auflage ©2022 **1. Druck**
ISBN-Nummer: 978-3-7430-0097-1
Artikelnummer:
EAN 9783743000971

Aktuelles Rund um die Prüfung 2023 und diesem Buch

Als kleiner Verlag schreiben wir für alle Schüler:innen nachvollziehbare, verständliche und ausführliche Lösungen zu den Original-Prüfungen und versuchen unsere Titel auch während des Schuljahres immer aktuell zu halten. Da wir seit über 20 Jahren individuelle Lernförderung durchführen, stehen bei uns alle Schüler:innen an erster Stelle, wenn es um Fragen rund um das Buch, Verständnisprobleme bei dem ein oder anderen Thema oder Wünsche geht.
Egal ob es um übersehene Rechtschreibfehler, Rechenfehler oder auch Wünsche von Lehrer:innen oder Schüler:innen geht, wir setzen uns sofort hin und versuchen Gewünschtes umzusetzen. Es kostet niemanden etwas, und alle profitieren davon, auch wenn wir Mehrarbeit durch diesen kostenlosen Service haben.

Wir erreichen Sie uns am besten?

Schreiben Sie uns eine E-Mail an **kontakt@lern-verlag.de**

Schreiben Sie uns eine Nachricht, schicken Sie ein Foto von der betroffenen Seite. Wir prüfen, ändern und veröffentlichen bei Bedarf im kostenlosen Downloadbereich des lernverlags die durchgeführten Änderungen.

WhatsApp-Business
+49 89 54 64 52 00

Sie können uns gerne unter der selben Nummer anrufen.

Digitales zu diesem Buch

Unter **https://lern.de** bauen wir gerade eine Lernplattform auf.
Du suchst ein Video über quadratische Funktionen oder Trigonometrie und bekommst aktuell auf anderen Plattformen 50 Videos angezeigt mit unterschiedlichen Erklärungen? Das soll sich ändern. Ein Begriff und maximal 3 Videos, die eventuell zusammenhängen.
Wir arbeiten unter Hochdruck daran, kurze animierte Erklärvideos, passend zum Unterrichtssoff und „ON-TOP“ Lösungsvideos zu den Original-Prüfungen zu erstellen.
Schau öfters einmal vorbei oder melde dich am besten zu unserem **Newsletter** an, der **maximal zweimal pro Monat** verschickt wird.

Änderungen in dieser Neuauflage 2022/2023 - ISBN: 978-3-7430-0097-1

- Prüfungstrainer nach Lernbereichen aufgeteilt.
- Musterprüfungen 2022 mit ausführlichen Lösungen eingebaut.
- **Original-Prüfung 2022 inkl. ausführlichen Lösungen auf unterschiedliche Lernbereiche aufgeteilt.**

Inhaltsverzeichnis

Stoffübersicht der Abschlussprüfungen
Realschule Bayern Mathematik I

1 Funktionen

Allgemeine Lösungsansätze:

Nullstellen berechnen: Funktionsterm gleich Null setzen und Gleichung nach x umformen, z. B.
$2x + 1 = 0 \iff x = -0{,}5 \implies$ Nst. $N(-0{,}5 \mid 0)$

Schnittpunkte berechnen: Gleichsetzen der beiden Funktionsterme und lösen der Gleichung nach x. Anschließend den berechneten x-Wert in einen der beiden Funktionsterme einsetzen: z. B.
$2x + 1 = 0{,}5x - 2 \iff x = -2 \implies y = 2 \cdot (-2) + 1 = -3$
$\implies$ Schnittpunkt $SP(-2 \mid -3)$

1.1 Lineare Funktionen

Der Graph einer linearen Funktion ist eine Gerade. Zu jedem x-Wert existiert genau ein einziger y-Wert und umgekehrt.
In der folgenden Übersicht werden alle notwendigen Formeln dargestellt.

Die allgemeine Form: $ax + by = c$ $\quad a, c \in \mathbb{R}; \quad b \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$

Die Normalform: $y = mx + t$
$m, t \in \mathbb{R}$

Der **y-Achsenabschnitt t** ist der Schnittpunkt mit der y-Achse; $x = 0$.

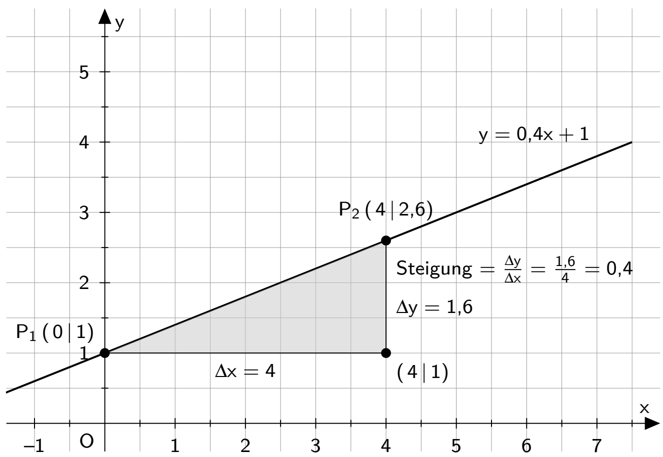
Parallele Geraden
$g_1 \parallel g_2 \iff m_1 = m_2$

Der **Steigungsfaktor m**
$m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \tan\alpha$
wobei $P_1(x_1 \mid y_1)$ und $P_2(x_2 \mid y_2)$ zwei beliebige (aber verschiedene) Punkte auf der Geraden sind.

Senkrechte (orthogonale) Geraden
$g_1 \perp g_2 \iff m_1 \cdot m_2 = -1$
Die Geraden g_1 und g_2 stehen im rechten Winkel zueinander.

Abszisse:
Die x-Koordinate eines Punktes;
Auch: x-Achse

Ordinate:
Die y-Koordinate eines Punktes;
Auch: y-Achse



1.2 Quadratische Funktionen

Der Graph einer quadratischen Funktion ist eine Parabel. Dabei existiert eine Symmetrieachse, die durch den Scheitelpunkt der Parabel geht.

Die allgemeine Form: $y = ax^2 + bx + c \qquad b, c \in \mathbb{R} \quad a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$

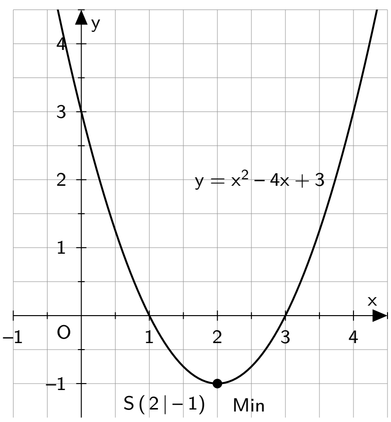
Die Normalparabel ($a = 1$): $y = x^2 + bx + c$ bzw. $y = x^2 + px + q.$

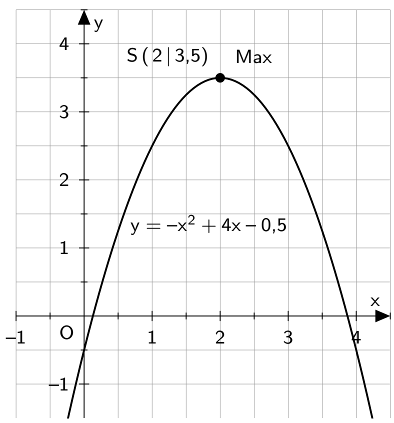
Scheitelpunkt: $S\left(x_S \,|\, y_S\right)$ $\quad S\left(-\frac{b}{2a} \,\middle|\, c - \frac{b^2}{4a}\right)$ bzw. $S\left(-\frac{p}{2} \,\middle|\, q - \frac{p^2}{4}\right)$

Scheitelpunktform: $y = a(x - x_S)^2 + y_S \quad a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$

Die Parameter a, b und c haben folgende Bedeutung:

Parameter	Bedingung	Bedeutung
a	$a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$	Falls $a > 0$: nach oben geöffnete Parabel, mit Minimum Falls $a < 0$: nach unten geöffnete Parabel, mit Maximum Falls $\lvert a\rvert > 1$: gestreckte Parabel (schmaler als Normalparabel) Falls $\lvert a\rvert < 1$: gestauchte Parabel (breiter als Normalparabel)
b	$b \in \mathbb{R}$	Steigung, mit der die Parabel die y-Achse schneidet
c	$c \in \mathbb{R}$	Schnittpunkt der Parabel mit der y-Achse „y-Achsenabschnitt“





Lösen von quadratischen Gleichungen - Nullstellen berechnen

Lösungsformel: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ bzw. $x_{1,2} = -\dfrac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\dfrac{p}{2}\right)^2 - q}$

Diskriminante D: $D = b^2 - 4ac$ bzw. $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$

Es gilt:
$D > 0$: Zwei Lösungen
$D = 0$: Eine Lösung
$D < 0$: Keine Lösung

Beim Lösen einer quadratischen Gleichung haben sich folgende Schritte bewährt:

1. **Schritt:** a, b und c neben der gegeben Funktion untereinander schreiben.
2. **Schritt:** Berechnen der Diskriminante.
3. **Schritt:** Einfügen aller Zahlen in die Lösungsformel.

Quadratische Funktionen bestimmen

4 Daten und Zufall

Grundgesamtheit n

Anzahl n aller erfassten Daten

Absolute Häufigkeit H

Anzahl H der Merkmalsträger aus der Grundgesamtheit

Relative Häufigkeit h

$$\boxed{h = \frac{\text{Absolute Häufigkeit H}}{\text{Grundgesamtheit n}}}$$

Laplace-Wahrscheinlichkeit

$$\boxed{P(E) = \frac{\text{Anzahl der Ergebnisse, bei denen das Ereignis E eintritt}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}}$$

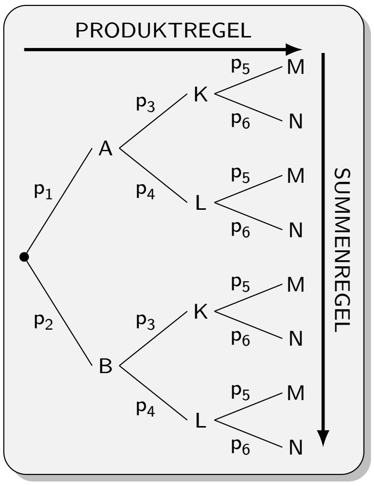
Pfadregeln (am Beispiel eines zweistufigen Zufallsexperiments):
Es gilt: $p_1 + p_2 = 1$; $p_3 + p_4 = 1$; $p_5 + p_6 = 1$

1.Pfadregel (Produktregel)
Beispiel:

$$\boxed{P(\{AKM\}) = p_1 \cdot p_3 \cdot p_5}$$

2.Pfadregel (Summenregel)
Beispiel:

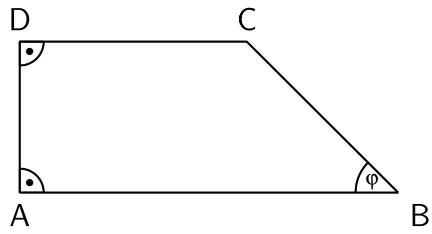
$$\boxed{P(\{ALM; BKN\}) = p_1 \cdot p_4 \cdot p_5 + p_2 \cdot p_3 \cdot p_6}$$



Übungsteil - Trigonometrie

A1 Original-Prüfung 2013 Realschule Bayern Teil A A3 (adaptiert)

A 1.0 Die Trapeze ABC_nD (siehe Skizze) haben die parallelen Seiten $[AB]$ und $[C_nD]$. Die Winkel C_nBA haben das Maß φ mit $\varphi \in \,]21{,}80°;\, 90°[$.
Es gilt: $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$; $\overline{AD} = 4\,\text{cm}$; $\sphericalangle BAD = 90°$.



A 1.1 Bestätigen Sie durch Rechnung die untere Intervallgrenze von φ. 1 P

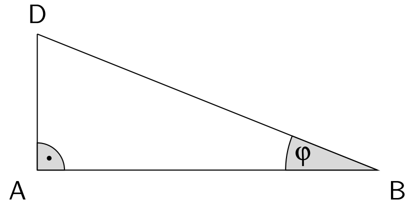
A 1.2 Zeigen Sie, dass für den Flächeninhalt A der Trapeze ABC_nD in Abhängigkeit von φ gilt: $A(\varphi) = \left(40 - \dfrac{8}{\tan\varphi}\right)\,\text{cm}^2$. 2 P

A 1.3 Für $\varphi = 50°$ entsteht das Trapez ABC_1D. Der Flächeninhalt des Trapezes ABC_2D ist um 30 % kleiner als der Flächeninhalt des Trapezes ABC_1D.
Berechnen Sie das Maß φ des Winkels C_2BA des Trapezes ABC_2D. 2 P

A1 Lösung Original-Prüfung 2013 Realschule Bayern Teil A A3 (adaptiert)

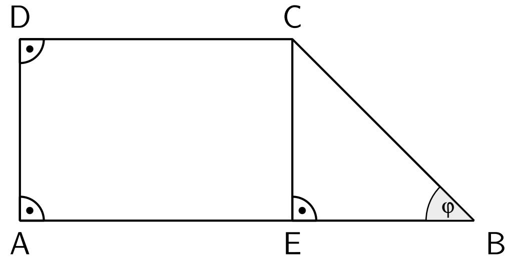
A 1.1 Die untere Intervallgrenze ergibt sich für den Fall, dass für die Länge der Strecke $[C_nD]$ gilt: $\overline{C_nD} = 0\,\text{cm}$. Der dadurch entstehende Körper wäre das rechtwinklige Dreieck ABD, in welchem für den Winkel φ gilt:

$$\begin{aligned} & \tan\varphi = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} \\ \Longleftrightarrow \quad & \tan\varphi = \frac{4}{10{,}00} \qquad |\tan^{-1}(\,) \\ \Longleftrightarrow \quad & \underline{\underline{\varphi = 21{,}80^\circ}} \end{aligned}$$



Da dieser Körper für $\varphi = 21{,}80^\circ$ aber kein Trapez ist, muss dieser Winkel ausgeschlossen werden: $\varphi \in \,]21{,}80^\circ;\, 90^\circ[$.

A 1.2 Um den Flächeninhalt A für die Trapeze ABC_nD berechnen zu können, wird die Strecke $[C_nD]$ in Abhängigkeit von φ benötigt. Hierzu wird ein Lot von C auf [AB] gefällt (siehe Skizze).



Der Lotfußpunkt sei der Punkt E. Dann gilt für $\overline{EB} = \overline{AB} - \overline{C_nD}(\varphi)$. Im rechtwinkligen Dreieck EBC berechnet sich dann für $\varphi \in \,]21{,}80^\circ;\, 90^\circ[$ folgendes:

$$\begin{aligned} & \tan\varphi = \frac{\overline{EC}}{\overline{AB} - \overline{C_nD}(\varphi)} \\ \Longleftrightarrow \quad & \tan\varphi = \frac{4\,\text{cm}}{10{,}00\,\text{cm} - \overline{C_nD}(\varphi)} \qquad |\cdot (10{,}00\,\text{cm} - \overline{C_nD}(\varphi)) \\ \Longleftrightarrow \quad & \tan\varphi \cdot (10\,\text{cm} - \overline{C_nD}(\varphi)) = 4\,\text{cm} \qquad |:\tan\varphi \\ \Longleftrightarrow \quad & 10\,\text{cm} - \overline{C_nD}(\varphi) = \frac{4\,\text{cm}}{\tan\varphi} \qquad |-10 \\ \Longleftrightarrow \quad & -\overline{C_nD}(\varphi) = \frac{4\,\text{cm}}{\tan\varphi} - 10\,\text{cm} \qquad |\cdot(-1) \\ \Longleftrightarrow \quad & \underline{\overline{C_nD}(\varphi) = \left(10 - \frac{4}{\tan\varphi}\right)\,\text{cm}} \end{aligned}$$

Somit gilt für den Flächeninhalt A der Trapeze ABC_nD:

$$\begin{aligned} & A(\varphi) = \frac{1}{2} \cdot \left(\overline{AB} + \overline{C_nD}\right) \cdot \overline{AD} \\ \Longleftrightarrow \quad & A(\varphi) = \frac{1}{2} \cdot \left(10 + 10 - \frac{4}{\tan\varphi}\right) \cdot 4\,\text{cm}^2 \end{aligned}$$

$$\Longleftrightarrow \qquad \underline{\underline{A(\varphi) = \left(40 - \frac{8}{\tan\varphi}\right)\,\text{cm}^2}}$$

A 1.3 Der Flächeninhalt des Trapezes ABC_1D für $\varphi = 50°$ ist:

$$A_{ABC_1D} = \left(40 - \frac{8}{\tan\varphi}\right)\,\text{cm}^2$$
$$\Longleftrightarrow \qquad A_{ABC_1D} = \left(40 - \frac{8}{\tan 50°}\right)\,\text{cm}^2$$
$$\Longleftrightarrow \qquad \underline{A_{ABC_1D} = 33{,}29\,\text{cm}^2}$$

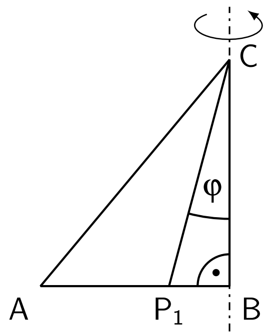
Und mit der Voraussetzung $A_{ABC_2D} = 0{,}70 \cdot A_{ABC_1D}$ gilt dann für $\varphi \in \,]21{,}80°;\, 90°[$:

$$40 - \frac{8}{\tan\varphi} = 0{,}70 \cdot 33{,}29\,\text{cm}^2 \qquad |-40$$
$$\Longleftrightarrow \qquad -\frac{8}{\tan\varphi} = -16{,}70\,\text{cm}^2 \qquad |\cdot \tan\varphi$$
$$\Longleftrightarrow \qquad -8 = -16{,}70 \cdot \tan\varphi\ \text{cm}^2 \qquad |:(-16{,}70\,\text{cm}^2)$$
$$\Longleftrightarrow \qquad 0{,}48 = \tan\varphi \qquad |\tan^{-1}(\,)$$
$$\Longleftrightarrow \qquad \underline{\underline{\varphi = 25{,}60°}}$$
$$\Longleftrightarrow \qquad \mathbb{L} = \{25{,}60°\}$$

A2 Original-Prüfung 2014 Realschule Bayern Teil A A1 (adaptiert)

A 1.0 Gegeben ist das rechtwinklige Dreieck ABC mit der Hypotenuse [AC]. Punkte P_n liegen auf der Kathete [AB] und legen zusammen mit den Punkten B und C Dreiecke P_nBC fest. Die Winkel P_nCB haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 39{,}81°]$.
Es gilt: $\overline{AB} = 2{,}5\,\text{cm}$; $\overline{BC} = 3\,\text{cm}$; $\sphericalangle CBA = 90°$.

Die nebenstehende Skizze zeigt das Dreieck ABC und das Dreieck P_1BC für $\varphi = 15°$.



A 1.1 Begründen Sie durch Rechnung das Maß der oberen Intervallgrenze für φ. 1 P

A 1.2 Die Dreiecke P_nBC rotieren um die Gerade BC als Rotationsachse. 2 P
Zeigen Sie, dass für das Volumen V der dabei entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = 9 \cdot \pi \cdot \tan^2 \varphi\,\text{cm}^3$.

A 1.3 Das Volumen eines Rotationskörpers aus A 1.2 beträgt $6\,\text{cm}^3$. 2 P
Berechnen Sie das zugehörige Maß φ.

Übungsteil - Abbildungen

A1 Original-Prüfung 2013 Realschule Bayern Teil B1 (adaptiert)

A 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 2 \cdot \log_2(x+5)+3$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

A 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion f_1 sowie die Gleichung der Asymptote h an und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 für $x \in [-4{,}5;\ 8]$ in ein Koordinatensystem. 4 P
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6 \leqq x \leqq 8$; $-4 \leqq y \leqq 11$.

A 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch Achsenspiegelung an der x-Achse und anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet. Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = -2 \cdot \log_2(x+6)+5$ besitzt ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 3 P

A 1.3 Punkte $A_n\,(x \mid 2 \cdot \log_2(x+5)+3)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $B_n\,(x \mid -2 \cdot \log_2(x+6)+5)$ auf den Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x. Sie sind für $x > -4$ zusammen mit dem Schnittpunkt $S\,(-4 \mid 3)$ der Graphen zu f_1 und f_2 und Punkten C_n die Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nSB_nC_n$. 2 P
Zeichnen Sie die Parallelogramme $A_1SB_1C_1$ für $x = 0$ und $A_2SB_2C_2$ für $x = 2$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

A 1.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Diagonalenschnittpunkte M_n der Parallelogramme $A_nSB_nC_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: 3 P

$$M_n\left(x \,\middle|\, \log_2 \frac{x+5}{x+6} + 4\right).$$

Berechnen Sie sodann die Koordinaten des Diagonalenschnittpunktes M_3 für $C_3\left(16 \,\middle|\, y_{C_3}\right)$ mit $y_{C_3} \in \mathbb{R}$.

A 1.5 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von x. 2 P

A 1.6 Begründen Sie durch Rechnung, dass es unter den Parallelogrammen $A_nSB_nC_n$ keine Raute gibt. 3 P

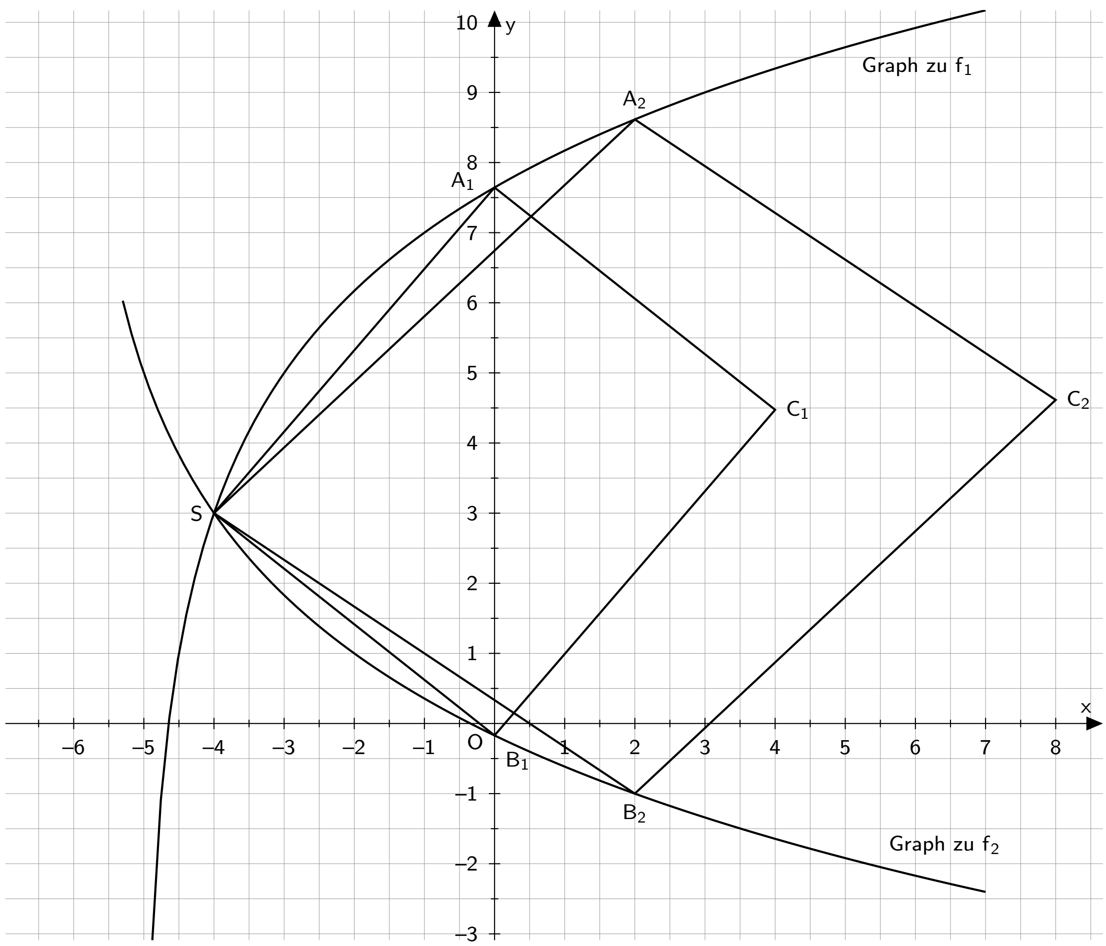
A1 Lösung Original-Prüfung 2013 Realschule Bayern Teil B1 (adaptiert)

A 1.2 Um die Definitionsmenge von f_1 zu bestimmen, überlegt man sich, wo die einschränkende Bedingung liegt. Diese liegt beim Term der Logarithmusfunktion $\log_2(x+5)$, welcher positiv sein muss, also muss $x + 5 > 0$ gelten. Dies ist äquivalent zu $x > -5$. Die Definitionsmenge lautet also

$$\underline{\underline{\mathbb{D}_{f_1} = \{x \mid x > -5\}}} \quad \text{mit } x \in \mathbb{R}.$$

Somit lautet die Gleichung der Asymptote $h\colon x = -5$.
Die Wertemenge ist bei einer Logarithmusfunktion stets ganz $\mathbb{R}$, also $\mathbb{W}_{f_1} = \mathbb{R}$.

Zeichnen des Graphen zu f_1:
(**Hinweis:** Die Darstellung ist nicht maßstabsgetreu, da die Zeichnung für den Buchdruck skaliert wurde.)



A 1.3 Zuerst wird der Graph der Funktion f_1 durch Achsenspiegelung an der x-Achse gespiegelt. Für $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}$ und $x > -5$ gilt also:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ 2 \cdot \log_2(x+5) + 3 \end{pmatrix}$$

$$\Longleftrightarrow \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot x + 0 \cdot (2 \cdot \log_2(x+5)+3) \\ 0 \cdot x + (-1) \cdot (2 \cdot \log_2(x+5)+3) \end{pmatrix}$$

$$\Longleftrightarrow \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -1 \cdot (2 \cdot \log_2(x+5)+3) \end{pmatrix}$$

$$\Longleftrightarrow \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -2 \cdot \log_2(x+5) - 3 \end{pmatrix}$$

Dies führt zu dem Gleichungssystem

$$\begin{aligned} & x' = x \\ \wedge \quad & y' = -2 \cdot \log_2(x+5) - 3 \end{aligned}$$

Einsetzen von $x = x'$ in die zweite Gleichung ergibt:

$$y' = -2 \cdot \log_2(x'+5) - 3$$

Die Abbildung von f_1 durch Achsenspiegelung an der x-Achse ist nun abgeschlossen. Jetzt fehlt noch die Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \binom{-1}{8}$. Für $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $x' \in \mathbb{R}$ und $x' > -5$ ergibt sich:

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ -2 \cdot \log_2(x'+5) - 3 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\Longleftrightarrow \quad \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' - 1 \\ -2 \cdot \log_2(x'+5) + 5 \end{pmatrix}$$

Dies führt wiederum zu dem Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} & x'' = x' - 1 \\ \wedge \quad & y'' = -2 \cdot \log_2(x'+5) + 5 \end{aligned}$$

Umformen der ersten Gleichung ergibt $x' = x'' + 1$. In die zweite Gleichung eingesetzt erhält man:

$$y'' = -2 \cdot \log_2(x''+6) + 5$$

Somit lautet die Gleichung der Funktion $f_2 : y = -2 \cdot \log_2(x+6) + 5$, $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Einzeichnen des Graphen zu f_2: Siehe Zeichnung zu Aufgabe B 1.1.

A 1.4 Es gilt: $A_1\,(0\,|\,7{,}64)$, $B_1\,(0\,|\,-0{,}17)$, $A_2\,(2\,|\,8{,}61)$ und $B_2\,(2\,|\,-1)$.

Einzeichnen der Parallelogramme $A_1SB_1C_1$ für $x = 0$ und $A_2SB_2C_2$ für $x = 2$, siehe Zeichnung zu Aufgabe B 1.1.

A 1.5 Da die Diagonalen in einem Parallelogramm sich gegenseitig halbieren, ist die Berechnung des Mittelpunkts der Strecke $[A_nB_n]$ zielführend. Dann gilt für $x > -4$ und $x \in \mathbb{R}$:

$$M_n\left(\frac{x_{A_n} + x_{B_n}}{2} \,\middle|\, \frac{y_{A_n} + y_{B_n}}{2}\right)$$

$$\Longleftrightarrow \quad M_n\left(\frac{x + x}{2} \,\middle|\, \frac{2 \cdot \log_2(x+5) + 3 + (-2 \cdot \log_2(x+6) + 5)}{2}\right)$$

$$\Longleftrightarrow \quad M_n\left(x \,\middle|\, \frac{2\cdot[\log_2(x+5)-\log_2(x+6)]+8}{2}\right)$$

$$\Longleftrightarrow \quad M_n\left(x \,\middle|\, \frac{2\cdot[\log_2(x+5)-\log_2(x+6)]}{2}+\frac{8}{2}\right)$$

$$\Longleftrightarrow \quad M_n\left(x \,|\, \log_2(x+5)-\log_2(x+6)+4\right)$$

$$\Longleftrightarrow \quad \underline{M_n\left(x \,\middle|\, \log_2\left(\frac{x+5}{x+6}\right)+4\right)}$$

Für die Koordinaten des Diagonalenschnittpunktes M_3 für $C_3\left(16 \,\middle|\, y_{C_3}\right)$ muss zuerst der Mittelpunkt der Strecke $[SC_3]$ bestimmt werden: $x_{M_3} = \frac{-4+16}{2} = 6$. Einsetzen in die Koordinaten von M_3 ergibt dann:

$$M_n\left(6 \,\middle|\, \log_2\left(\frac{6+5}{6+6}\right)+4\right) \quad \Longleftrightarrow \quad \underline{\underline{M_n\,(6\,|\,3{,}87)}}$$

A 1.6 Um die Koordinaten von C_n zu berechnen, verwendet man die Vektoraddition. Mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R};\; x > -4$ und $x \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\overrightarrow{OC_n} = \overrightarrow{OM_n} \oplus \overrightarrow{SM_n}$$

$$\Longleftrightarrow \quad \overrightarrow{OC_n} = \begin{pmatrix} x \\ \log_2\left(\frac{x+5}{x+6}\right)+4 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} x-(-4) \\ \log_2\left(\frac{x+5}{x+6}\right)+4-3 \end{pmatrix}$$

$$\Longleftrightarrow \quad \overrightarrow{OC_n} = \begin{pmatrix} 2x+4 \\ 2\cdot\log_2\left(\frac{x+5}{x+6}\right)+5 \end{pmatrix}$$

Somit sind die Koordinaten von $\underline{\underline{C_n\left(2x+4 \,\middle|\, 2\cdot\log_2\left(\frac{x+5}{x+6}\right)+5\right)}}$.

A 1.7 Bei einer Raute müsste für den y-Wert des Diagonalenschnittpunktes gelten ($x > -4$ und $x \in \mathbb{R}$):

$$\log_2\left(\frac{x+5}{x+6}\right)+4 = 3 \qquad |-4$$

$$\Longleftrightarrow \quad \log_2\left(\frac{x+5}{x+6}\right) = -1$$

Durch Substitution von $\frac{x+5}{x+6}$ mit z wird die Lösung der Gleichung ermittelt:

$$\log_2 z = -1$$

$$\Longleftrightarrow \quad z = 2^{-1} = 0{,}5$$

Rücksubstituieren:

$$\frac{x+5}{x+6} = 0{,}5 \qquad |\cdot(x+6)$$

$$\Longleftrightarrow \quad x+5 = 0{,}5x+3 \qquad |-0{,}5x \quad |-5$$

$$\Longleftrightarrow \quad 0{,}5x = -2 \qquad |\cdot 2$$

$$\Longleftrightarrow \quad \underline{x = -4}$$

Nach Voraussetzung ist aber $x > -4$, d. h. $\mathbb{L} = \emptyset$. Somit existiert keine Raute.

Übungsteil - Potenzen und Potenzfunktionen

A1 Potenzgesetze

A 1.1 Vereinfachen Sie die nachfolgenden Terme durch Anwendung der Potenzgesetze.

a) $4^2 \cdot 4^1$

b) $3^3 \cdot 3^6 \cdot 3^{-10}$

c) $3^8 \cdot 8^7 \cdot 2^3$

d) $\frac{8^2}{8^{-2}} : 4^4$

e) $(5^3)^4$

A 1.2 Fassen Sie die folgenden Terme so weit wie möglich zusammen.

a) $\frac{x^2 \cdot x^{-3}}{x^7}$

b) $\sqrt{a \cdot a \cdot a^3}$

c) $y^{-4} \cdot \sqrt{y} \cdot \frac{y^2}{\sqrt[3]{y}}$

d) $\left(\frac{x^3 \cdot z^{-4}}{z^{-5} \cdot z^2}\right)^{-2}$

A1 Lösung Potenzgesetze

A 1.1 Vereinfachen der gegebenen Terme:

a) Bei Produkten von Potenztermen mit gleicher Basis können die Exponenten addiert werden:

$$4^2 \cdot 4^1 = 4^{(2+1)} = 4^3$$

b) Auch hier ist die Basis der drei Faktoren gleich. Demzufolge können auch hier die Exponenten addiert oder subtrahiert werden:

$$3^3 \cdot 3^6 \cdot 3^{-10} = 3^{(3+6-10)} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

c) Der Faktor 2^3 kann zunächst berechnet werden zu $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$. Damit gilt für den gegebenen Term:

$$3^8 \cdot 8^7 \cdot 2^3 = 3^8 \cdot 8^7 \cdot 8$$

Für die beiden Faktoren mit Basis 8 werden nun wieder die Exponenten addiert:

$$3^8 \cdot 8^7 \cdot 8 = 3^8 \cdot 8^7 \cdot 8^1 = 3^8 \cdot 8^{(7+1)} = 3^8 \cdot 8^8$$

Die verbleibenden zwei Faktoren stimmen im Exponenten überein, sodass ihre Basis multipliziert werden kann und der Term damit weitestmöglich vereinfacht ist:

$$3^8 \cdot 8^8 = (3 \cdot 8)^8 = 24^8$$

d) Es wird zuerst verwendet, dass $\frac{1}{a^b} = a^{-b}$ gilt, dann werden die Faktoren mit gleicher Basis und abschließend die Term mit gleichem Exponenten zusammengefasst.

$$\frac{8^2}{8^{-2}} : 4^4 = 8^2 \cdot 8^{-(-2)} : 4^4 = 8^{2+2} : 4^4 = 8^4 : 4^4 = (8:4)^4 = 2^4$$

e) Wird ein Potenzterm noch einmal potenziert, so können die Potenzen multipliziert werden um den Term zu vereinfachen:

$$(5^3)^4 = 5^{3 \cdot 4} = 5^{12}$$

A 1.2 Zusammenfassen der gegebenen Terme:

a) Zunächst wird der Bruch aufgelöst, indem verwendet wird, dass $\frac{1}{a^b} = a^{-b}$ gilt:

$$\frac{x^2 \cdot x^{-3}}{x^7} = x^2 \cdot x^{-3} \cdot x^{-7}$$

Da die Basis aller Faktoren gleich ist, kann der Term durch Addition und Subtraktion der Exponenten zusammengefasst werden:

$$x^2 \cdot x^{-3} \cdot x^{-7} = x^{2-3-7} = x^{-8} = \frac{1}{x^8}$$

b) Wurzelterme ergeben sich aus nicht-ganzzahligen Exponenten zu $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$. Damit gilt:

$$\sqrt{a \cdot a \cdot a^3} = \sqrt{a^1 \cdot a^1 \cdot a^3} = \sqrt{a^{(1+1+3)}} = \sqrt{a^5} = a^{\frac{5}{2}}$$

c) Hier werden zunächst wie bereits beschrieben die Wurzelterme und anschließend die Bruchterme aufgelöst. Durch Addition und Subtraktion der Exponenten kann schließlich weitestgehend zusammengefasst werden:

$$y^{-4} \cdot \sqrt{y} \cdot \frac{y^2}{\sqrt[3]{y}} = y^{-4} \cdot y^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{y^2}{y^{\frac{1}{3}}} = y^{-4} \cdot y^{\frac{1}{2}} \cdot y^2 \cdot y^{-\frac{1}{3}}$$

Für die Addition der Exponenten muss der Hauptnenner gebildet werden:

$$y^{-4} \cdot y^{\frac{1}{2}} \cdot y^2 \cdot y^{-\frac{1}{3}} = y^{-\frac{24}{6}} \cdot y^{\frac{3}{6}} \cdot y^{\frac{12}{6}} \cdot y^{-\frac{2}{6}} = y^{\frac{-24+3+12-2}{6}} = y^{-\frac{11}{6}}$$

d) Zusätzlich zu den beschriebenen Schritten der letzten Teilaufgabe muss hier berücksichtigt werden, dass mit x und z zwei verschiedene Basen vorkommen, die daher zunächst getrennt gruppiert werden:

$$\begin{aligned}\left(\frac{x^3 \cdot z^{-4}}{z^{-5} \cdot z^2}\right)^{-2} &= \left(x^3 \cdot \frac{z^{-4}}{z^{-5} \cdot z^2}\right)^{-2} = \left(x^3 \cdot (z^{-4} \cdot z^{-(-5)} \cdot z^{-2})\right)^{-2} = (x^3 \cdot z^{(-4+5-2)})^{-2} \\ &= (x^3 \cdot z^{-1})^{-2}\end{aligned}$$

Der Term kann nun in zwei Faktoren geteilt werden. Für beide Faktoren kann dann vereinfacht werden, indem die Potenzen multipliziert werden:

$$(x^3 \cdot z^{-1})^{-2} = (x^3)^{-2} \cdot (z^{-1})^{-2} = x^{3\cdot(-2)} \cdot z^{(-1)\cdot(-2)} = x^{-6} \cdot z^2 = \frac{z^2}{x^6}$$

A5 Original-Prüfung 2015 Teil B1 (adaptiert)

A 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 0{,}75^{x+2} - 3$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$.

A 1.1 Geben Sie die Definitions- und Wertemenge der Funktion f_1 an. 3 P
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 für $x \in [-9; 4]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-9 \leqq x \leqq 5$; $-4 \leqq y \leqq 8$

A 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab $k = -2$ sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet. 4 P
Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = -2 \cdot 0{,}75^{x+4} + 7$ besitzt $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$ und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_2 für $x \in [-9; 4]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.

A 1.3 Punkte $A_n\,(x \,|\, 0{,}75^{x+2} - 3)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $C_n\,(x \,|\, -2 \cdot 0{,}75^{x+4} + 7)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x und sind für $x > -6{,}61$ zusammen mit Punkten B_n und D_n die Eckpunkte von Drachenvierecken $A_nB_nC_nD_n$. 2 P
Die Strecken $[A_nC_n]$ leigen auf den Symmetrieachsen der Drachenvierecke $A_nB_nC_nD_n$.
Es gilt: $\overrightarrow{A_nB_n} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.
Zeichnen Sie das Drachenviereck $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -5$ und das Drachenviereck $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 1$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.

A 1.4 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[A_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $\overline{A_nC_n}(x) = (-2{,}125 \cdot 0{,}75^{x+2} + 10)$ LE. 2 P

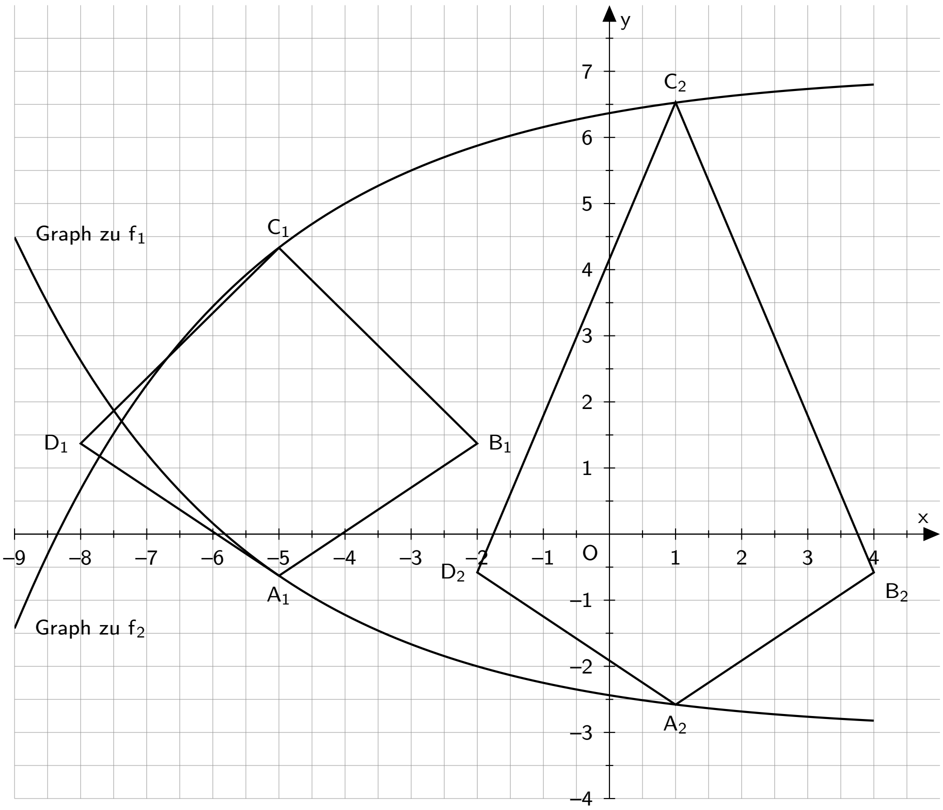
A 1.5 Unter den Drachenvierecken $A_nB_nC_nD_n$ gibt es die Raute $A_3B_3C_3D_3$. 3 P
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B_3 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

A 1.6 Zeigen Sie, dass für den Flächeninhalt A der Drachenvierecke $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $A(x) = (-6{,}375 \cdot 0{,}75^{x+2} + 30)$ FE. 3 P
Begründen Sie sodann, dass für den Flächeninhalt aller Drachenvierecke $A_nB_nC_nD_n$ gilt: $A < 30$ FE.

A5 Lösung Original-Prüfung 2015 Teil A-A3 (adaptiert)

A 1.1 Für die Definitionsmenge gibt es keine Einschränkung, da für x alle Werte zugelassen sind, also $\mathbb{D} = \mathbb{R}$. Da f_1 eine Exponentialfunktion der Form $a^{x-b} + c$ ist, für welche stets $\mathbb{W} = \{y \mid y > c\}$ gilt, lautet die Wertemenge für f_1: $\mathbb{W} = \{y \mid y > -3\}$.

Zeichnung von f_1 für $x \in [-9; 4]$:
(**Hinweis:** Die Darstellung ist nicht maßstabsgetreu, da die Zeichnung für den Buchdruck skaliert wurde.)



A 1.2 Die Abbildungsgleichung der orthogonalen Affinität mit der x-Achse lautet:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Setzt man in diese den Affinitätsmaßstab $k = -2$ und die Funktion f_1 ein, so gilt mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ 0{,}75^{x+2} - 3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 \cdot x + 0 \cdot (0{,}75^{x+2} - 3) \\ 0 \cdot x + (-2) \cdot (0{,}75^{x+2} - 3) \end{pmatrix} \\ &= \underline{\begin{pmatrix} x \\ -2 \cdot 0{,}75^{x+2} + 6 \end{pmatrix}} \end{aligned}$$

Dies führt zu dem Gleichungssystem

$$\begin{aligned} & x' = x \\ \wedge\quad & y' = -2 \cdot 0{,}75^{x'+2} + 6 \end{aligned}$$

Einsetzen von $x = x'$ in die untere Gleichung ergibt $\underline{y' = -2 \cdot 0{,}75^{x'+2} + 6.}$

Jetzt fehlt noch die Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \binom{-2}{1}$. Für $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $x' \in \mathbb{R}$ ergibt sich:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} x' \\ -2 \cdot 0{,}75^{x'+2} + 6 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \underline{\begin{pmatrix} x' - 2 \\ -2 \cdot 0{,}75^{x'+2} + 7 \end{pmatrix}} \end{aligned}$$

Dies führt wiederum zu dem Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} & x'' = x' - 2 \\ \wedge\quad & y'' = -2 \cdot 0{,}75^{x'+2} + 7 \end{aligned}$$

Umformen der ersten Gleichung ergibt $x' = x'' + 2$. In die zweite Gleichung eingesetzt erhält man:

$$\begin{aligned} y'' &= -2 \cdot 0{,}75^{x''+2+2} + 7 \\ &= \underline{\underline{-2 \cdot 0{,}75^{x''+4} + 7}} \end{aligned}$$

Somit lautet die Gleichung der Funktion $f_2 : y = -2 \cdot 0{,}75^{x+4} + 7$, $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Einzeichnen des Graphen zu f_2: siehe Koordinatensystem von Aufgabe B 1.1.

A 1.3 Es gilt $A_1\,(-5\,|-0{,}63)$, $B_1\,(-5\,|\,4{,}33)$, $A_2\,(1\,|-2{,}58)$ und $B_2\,(1\,|\,6{,}53)$.

Einzeichnen der Drachenvierecke $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$: siehe Koordinatensystem zu Aufgabe B 1.1.

A 1.4 Da die Punkte A_n und C_n senkrecht übereinander stehen (gleiche Abszisse x), genügt es, die Differenz der y-Koordinaten von C_n und A_n zu bilden. Für $x > -6{,}61$ gilt also:

$$\begin{aligned} \overline{A_nC_n}(x) &= [-2 \cdot 0{,}75^{x+4} + 7 - (0{,}75^{x+2} - 3)][\mathrm{LE}] \\ &= [-2 \cdot 0{,}75^{x+2+2} + 7 - 0{,}75^{x+2} + 3] \\ &= [-2 \cdot 0{,}75^{2} \cdot 0{,}75^{x+2} - 0{,}75^{x+2} + 10] \\ &= [-1{,}125 \cdot 0{,}75^{x+2} - 0{,}75^{x+2} + 10] \\ &= [-2{,}125 \cdot 0{,}75^{x+2} + 10][\mathrm{LE}] \end{aligned}$$

Somit beträgt die Länge der Strecken $[A_nC_n]$:

$$\overline{A_nC_n} = \left(-2{,}125 \cdot 0{,}75^{x+2} + 10\right)\ [\mathrm{LE}]$$

A 1.5 Bei einer Raute sind alle vier Seiten gleich lang. Da die Punkte A_n und C_n senkrecht übereinander stehen, reicht es zu wissen, dass der Abstand $\overline{A_3C_3}$ doppelt so groß sein muss, wie der Abstand der vertikalen Komponenten von A_3 und B_3. Dieser vertikale Abstand von A_3 und B_3 ist dem Vektor $\overrightarrow{A_nB_n} = \binom{3}{2}$ zu entnehmen und beträgt genau 2. Es muss also $\overline{A_3C_3} = 2 \cdot 2 = 4\,\text{LE}$ gelten. Für $\mathbb{G} = \mathbb{R}$ und $x > -6{,}61$ muss also die folgende Gleichung nach x umgeformt werden:

$$\begin{aligned}
& & -2{,}125 \cdot 0{,}75^{x+2} + 10 &= 4 & &|-10\\
&\Longleftrightarrow & -2{,}125 \cdot 0{,}75^{x+2} &= -6 & &|:(-2{,}125)\\
&\Longleftrightarrow & 0{,}75^{x+2} &= 2{,}82 & &\\
&\Longleftrightarrow & x+2 &= \log_{0{,}75} 2{,}82 & &|-2\\
&\Longleftrightarrow & x &= \log_{0{,}75} 2{,}82 - 2 & &\\
&\Longleftrightarrow & \underline{x} &\underline{= -5{,}61} & &\mathbb{L} = \{-5{,}61\}
\end{aligned}$$

Um die Koordinaten des Punktes B_3 zu erhalten, wird die folgende Vektorkette betrachtet:

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{OB_3} &= \overrightarrow{OA_3} \oplus \overrightarrow{A_3B_3}\\
&= \begin{pmatrix} -5{,}61 \\ 0{,}75^{-5{,}61+2} - 3 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}\\
&= \begin{pmatrix} -5{,}61 \\ -0{,}17 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}\\
&= \underline{\begin{pmatrix} -2{,}61 \\ 1{,}83 \end{pmatrix}}
\end{aligned}$$

Der Punkt B_3 hat also die Koordinaten $\underline{\underline{B_3(-2{,}61\,|\,1{,}83)}}$.

A 1.6 Für den Flächeninhalt gilt allgemein $A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$, wobei e und f die beiden Diagonalen $\overline{B_nD_n}$ und $\overline{A_nC_n}$ sind. Die Länge $\overline{B_nD_n}$ ist das Doppelte des horizontalen Anteils des Vektors $\overrightarrow{A_nB_n} = \binom{3}{2}$, also $\overline{B_nD_n} = 2 \cdot 3 = 6$. Somit ergibt sich für $x \in \mathbb{R}$ und $x > -6{,}61$:

$$\begin{aligned}
A(x) &= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot (-2{,}125 \cdot 0{,}75^{x+2} + 10)\\
&= \underline{\underline{\left(-6{,}375 \cdot 0{,}75^{x+2} + 30\right)\ [\text{FE}]}}
\end{aligned}$$

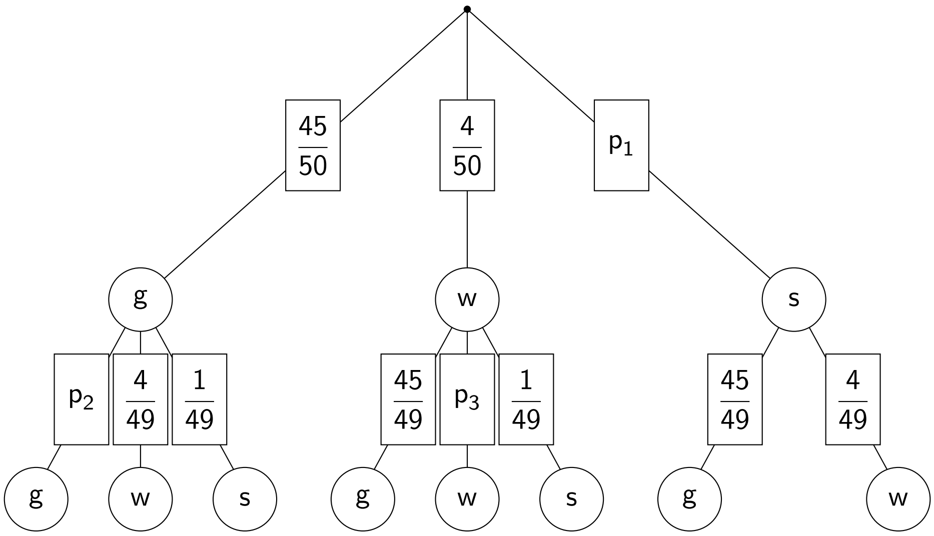
Da der Termwert von $-6{,}375 \cdot 0{,}75^{x+2}$ für alle Belegungen von x negativ ist, gilt für den Flächeninhalt aller Drachenvierecke $A_nB_nC_nD_n$: $\underline{\underline{A < 30\,[\text{FE}]}}$.

Übungsteil - Daten und Zufall

A1 Original-Prüfung 2018 Mittelschule Bayern M10 AII-A7 (adaptiert)

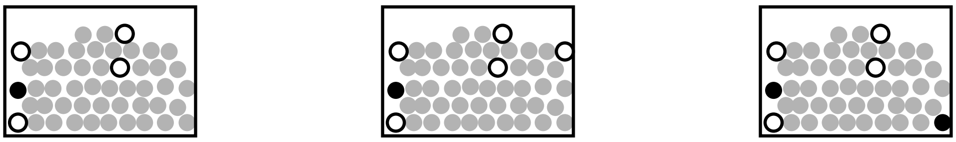
A 1 In einem Behälter befinden sich Kugeln in den Farben grau (g), weiß (w) und schwarz (s). Bei einem Zufallsexperiment wird zweimal nacheinander jeweils eine Kugel gezogen. 4 P

Das folgende Baumdiagramm stellt die möglichen Ergebnisse dieses Zufallsexperimentes dar.



a) Begründen Sie anhand des Baumdiagramms, dass es sich um ein Zufallsexperiment ohne Zurücklegen handelt.

b) Markieren Sie die Nummer des Behälters (siehe Abbildung unten), die zum dargestellten Baumdiagramm passt.



(1) (2) (3)

c) Geben Sie die im Baumdiagramm fehlenden Wahrscheinlichkeiten p_2 und p_3 in Bruchschreibweise an.

d) Berechnen Sie, wie hoch die Wahrscheinlichkeit ist, dass es sich bei den beiden gezogenen Kugeln um eine graue sowie um eine weiße handelt.

A1 Lösung Original-Prüfung 2018 Mittelschule Bayern M10 AII-A7 (adaptiert)

A 1 a) In der ersten Ebene des Baumdiagramms gibt es 50 Kugeln, in der zweiten Ebene nur noch 49 Kugeln. Es wurde also eine Kugel gezogen und nicht zurückgelegt. Ablesbar ist dies an den Nennern der Wahrscheinlichkeiten.

b) In den Behältern müssen entsprechend viele Kugeln der einzelnen Farben enthalten sein wie es die Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm angeben (ablesbar an den Zählern der Brüche). Am besten sieht man dies an der ersten Ebene des Baumdiagramms.
Die Wahrscheinlichkeit eine graue Kugel zu ziehen ist $p_g = \frac{45}{50} \quad \Rightarrow$ 45 graue Kugeln
Die Wahrscheinlichkeit eine weiße Kugel zu ziehen ist $p_w = \frac{4}{50} \quad \Rightarrow$ 4 weiße Kugeln
Die Wahrscheinlichkeit eine schwarze Kugel zu ziehen ist $p_s = 1 - \frac{45}{50} - \frac{4}{50} = \frac{1}{50} \quad \Rightarrow$ 1 schwarze Kugel
Nun muss man nur noch die Kugeln in den Behältern zählen. Der richtige Behälter ist damit **Behälter (1)**.

c) Für p_2: Es gibt zu Beginn 45 graue Kugeln. Im ersten Schritt wurde hier aber bereits eine graue Kugel gezogen. Es verbleiben nach dem ersten Ziehen somit noch 44 graue Kugeln, insgesamt sind es noch 49. Damit gilt:

$$p_2 = \frac{44}{49}$$

Für p_3: Analog kann man hier überlegen, dass beim ersten Ziehen bereits eine weiße Kugel gezogen wurde. Damit verbleiben noch drei weiße Kugeln, insgesamt sind es noch 49. Für die Wahrscheinlichkeit erneut eine weiße zu ziehen gilt also:

$$p_3 = \frac{3}{49}$$

d) Die Wahrscheinlichkeit eine graue und eine weiße zu ziehen, entspricht den Kombinationen weiß-grau und grau-weiß. Nach den Pfadregeln ergibt sich die Wahrscheinlichkeit:

$$p = \underbrace{\frac{45}{50} \cdot \frac{4}{49}}_{\text{grau-weiß}} + \underbrace{\frac{4}{50} \cdot \frac{45}{49}}_{\text{weiß-grau}} = \frac{36}{245} \approx 0{,}147 = 14{,}7\,\%$$

A2 Original-Prüfung Mittelschule Bayern M10 AI-A10 (adaptiert)

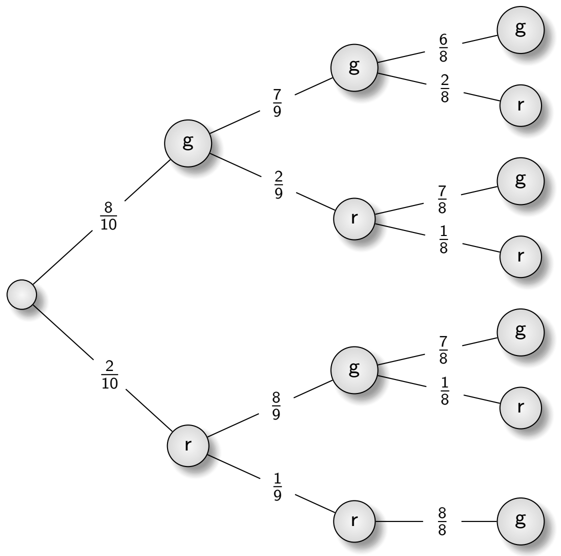
A 1 Aus einem Korb mit 8 gekochten und 2 rohen Eiern werden nacheinander 3 Eier entnommen und nicht wieder zurückgelegt. 3 P

a) Zeichnen Sie für diesen Ablauf ein Baumdiagramm und beschriften Sie dieses mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei diesem Ablauf genau ein rohes Ei entnommen wird.

A2 Lösung Original-Prüfung 2019 Mittelschule Bayern M10 AI-A10 (adaptiert)

A 1 a) Die Eier werden gezogen und nicht wieder zurückgelegt. Entsprechend ergeben sich die Wahrscheinlichkeiten entlang der Pfade immer aus der Zahl der verbleibenden gekochten (g)/rohen (r) Eier und der verbleibenden Gesamtzahl.



$$P(ggg) = \tfrac{8}{10} \cdot \tfrac{7}{9} \cdot \tfrac{6}{8} = \tfrac{336}{720} = \tfrac{7}{15}$$

$$P(ggr) = \tfrac{8}{10} \cdot \tfrac{7}{9} \cdot \tfrac{2}{8} = \tfrac{112}{720} = \tfrac{7}{45}$$

$$P(grg) = \tfrac{8}{10} \cdot \tfrac{2}{9} \cdot \tfrac{7}{8} = \tfrac{112}{720} = \tfrac{7}{45}$$

$$P(grr) = \tfrac{8}{10} \cdot \tfrac{2}{9} \cdot \tfrac{1}{8} = \tfrac{16}{720} = \tfrac{1}{45}$$

$$P(rgg) = \tfrac{2}{10} \cdot \tfrac{8}{9} \cdot \tfrac{7}{8} = \tfrac{112}{720} = \tfrac{7}{45}$$

$$P(rgr) = \tfrac{2}{10} \cdot \tfrac{8}{9} \cdot \tfrac{1}{8} = \tfrac{16}{720} = \tfrac{1}{45}$$

$$P(rrg) = \tfrac{2}{10} \cdot \tfrac{1}{9} \cdot \tfrac{8}{8} = \tfrac{16}{720} = \tfrac{1}{45}$$

b) Die Ereignisse, die genau ein rohes Ei beinhalten sind „ggr“, „grg“ und „rgg“. Die Wahrscheinlichkeiten dieser Ereignisse können dem Baumdiagramm entnommen werden und werden dann addiert:

$$P(ggr) + P(grg) + P(rgg) = \frac{7}{45} + \frac{7}{45} + \frac{7}{45} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15} \approx \underline{\underline{0{,}467}}$$

A3 Original-Prüfung 2020 Mittelschule Bayern M10 AI-A10 (adaptiert)

A 1 In einem Behälter befinden sich genau vier Kugeln. 4 P

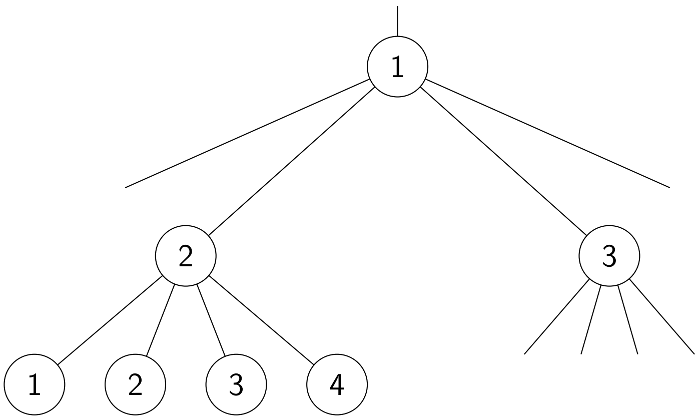
Sie sind mit den Ziffern 1, 2, 3, 4 durchnummeriert.

a) Mit den vier Kugeln kann man unterschiedliche Zahlen legen. Ermitteln Sie rechnerisch die Anzahl aller Kombinationsmöglichkeiten für eine vierstellige Zahl.

b) Es werden nacheinander zwei Kugeln gezogen und nicht mehr zurückgelegt. Aus beiden gezogenen Ziffern wird ein Bruch gebildet. Die zuerst gezogene Ziffer bildet den Zähler, die zweite den Nenner des Bruches.

Geben Sie die Ergebnismenge mit allen bei diesem Vorgang möglichen Brüchen an und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der gebildete Bruch den Wert 0,5 hat.

c) Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt aus einem Baumdiagramm zu einem weiteren Zufallsexperiment. Begründen Sie, dass das Experiment mit Zurücklegen der Kugeln durchgeführt wurde.



Quelle: StMUK

A3 Lösung Original-Prüfung 2020 Mittelschule Bayern M10 AI-A10 (adaptiert)

A 1 a) Für die erste Stelle der vierstelligen Zahl bleiben vier Möglichkeiten, dann für die zweite Stelle jeweils drei, für die dritte Stelle jeweils zwei und für die letzte Stelle nur noch eine Kugel. Es sind also

$$\underline{\underline{4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24}}$$

Möglichkeiten.

b) Als Ergebnismenge ergeben sich alle Möglichkeiten von Brüchen, bei denen im Zähler und Nenner die Zahlen 1 bis 4 stehen, jedoch im Zähler und im Nenner nie die gleiche Zahl (da ohne Zurücklegen gezogen wird):

$$\underline{\underline{\Omega = \left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{2}{1}; \frac{2}{3}; \frac{2}{4}; \frac{3}{1}; \frac{3}{2}; \frac{3}{4}; \frac{4}{1}; \frac{4}{2}; \frac{4}{3}\right\}}}$$

Aus der Ergebnismenge weisen die Brüche $\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{4}$ den Wert 0,5 auf. Zwei der zwölf möglichen Ergebnisse entsprechen also dem Kriterium. Für die Wahrscheinlichkeit gilt demnach:

$$\underline{\underline{p(„0{,}5“) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}}}$$

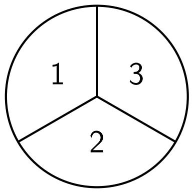
c) Das es sich um ein Experiment mit Zurücklegen handelt, kann beispielsweise damit erklärt werden, dass...

... in einem Pfad mehrmals die Zahl „1“ vorkommt.

... von jeder Ziffer immer vier Pfade ausgehen.

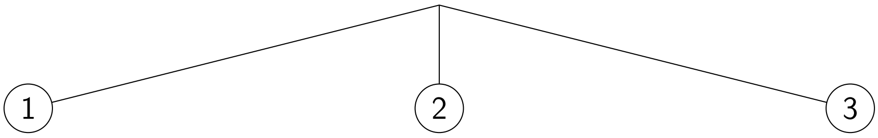
Musterprüfungen 2022 nach LehrplanPLUS

A 1.0 Ein Glücksrad besteht aus drei kongruenten Sektoren, die mit den Zahlen von 1 bis 3 beschriftet sind. Es wird dreimal am Glücksrad gedreht.



A 1.1 Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass genau dreimal die Zahl 1 gedreht wird. 1 P

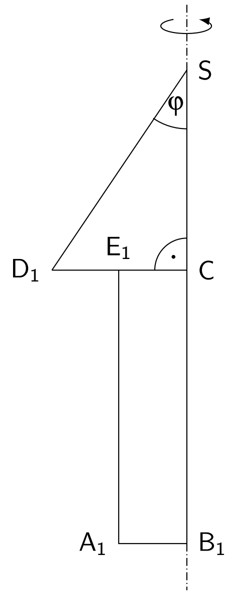
A 1.2 Ergänzen Sie das Baumdiagramm mit allen Pfaden, die sich von der Zahl 2 aus ergeben. 2 P



A 1.3 Man erhält einen Gewinn, wenn man bei den drei Drehungen Zahlen erhält, deren Summenwert genau 8 ist. 2 P

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man diesen Gewinn erhält.

A 2.0 Gegeben sind Fünfecke $A_nB_nSD_nE_n$ mit $\overline{A_nE_n} \parallel \overline{B_nS}$. Der Punkt C ist der Fußpunkt der Lote von den Punkten D_n auf die Strecken $\overline{B_nS}$. Die Punkte E_n sind die Mittelpunkte der Strecken $\overline{CD_n}$. Die Winkel D_nSC haben das Maß φ mit $\varphi \in \,]0°;\, 90°[$.
Es gilt:
$|\overline{CS}| = 3\,\text{cm}$; $|\overline{CB_n}| = 2 \cdot |\overline{CD_n}|$; $\sphericalangle CB_nA_n = 90°$.
Die Zeichnung zeigt das Fünfeck $A_1B_1SD_1E_1$ für $\varphi = 34°$.



A 2.1 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $\overline{CD_n}$ in Abhängigkeit von φ gilt: 1 P

$|\overline{CD_n}|(\varphi) = 3 \cdot \tan\varphi\,\text{cm}$

A 2.2 Die Fünfecke $A_nB_nSD_nE_n$ rotieren um die Achse B_nS. 3 P

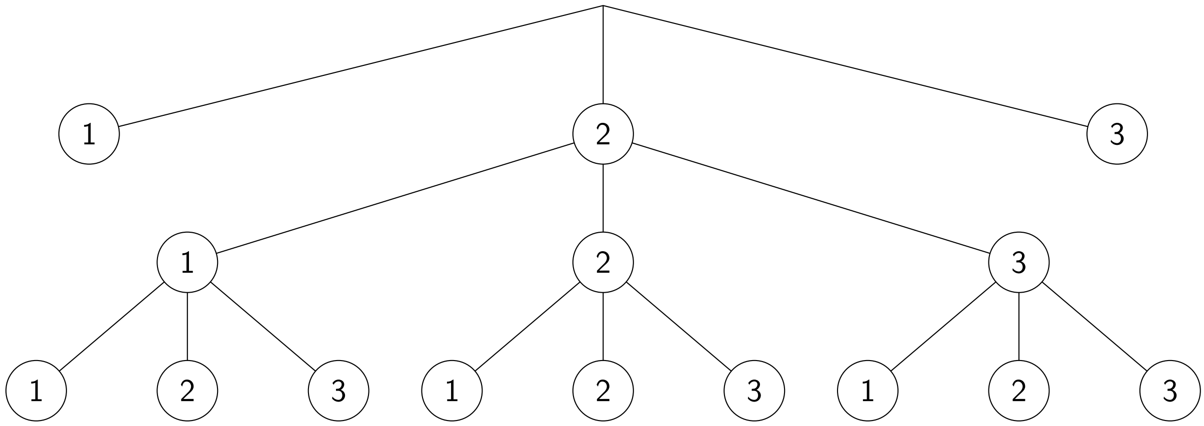
Berechnen Sie das Volumen V der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von φ.

A 3 Die nebenstehende Skizze zeigt das rechtwinklige Dreieck WKR. 2 P
Es gilt:
$|\overline{KR}| = 134\,\text{km}$; $\sphericalangle WRK = 60^\circ$; $\sphericalangle RKW = 90^\circ$.
Die Luftlinie Würzburg (W) – Rosenheim (R) wird durch die Strecke $\overline{WR}$ dargestellt.
Berechnen Sie deren Länge.

A 1.1 Bei drei Sektoren beträgt die Wahrscheinlichkeit, die Zahl 1 einmal zu drehen $\frac{1}{3}$. Für das dreimalige Drehen wird die Einzelwahrscheinlichkeit hoch drei gerechnet:

$$p = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \underline{\underline{\frac{1}{27}}}$$

A 1.2 Da die einzelnen Drehungen unabhängig voneinander sind, kann auch nach der ersten Zahl 2 wieder jede Zahl und auch davon ausgehend wieder jede Zahl gedreht werden.



A 1.3 Jede Kombination aus drei Zahlen hat die Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{27}$ erzielt zu werden. Drei Kombinationen, nämlich

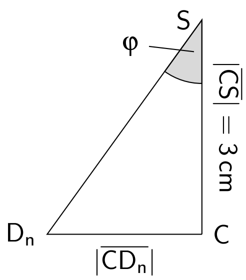
2; 3; 3 3; 2; 3 3; 3; 2

entsprechen dem Summenwert 8. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist also:

$$p = 3 \cdot \frac{1}{27} = \underline{\underline{\frac{3}{27} = \frac{1}{9}}}$$

A 2.1 Im Dreieck D_nCS gilt:

$$\begin{aligned} \tan\varphi &= \frac{|\overline{CD_n}|}{|\overline{CS}|} \\ &= \frac{|\overline{CD_n}|}{3\,\text{cm}} \\ \Rightarrow \quad & \underline{\underline{|\overline{CD_n}| = 3 \cdot \tan\varphi\,\text{cm}}} \end{aligned}$$



A 2.2 Der Rotationskörper setzt sich zusammen aus dem oberen Teil, welcher einem Kegel mit Radius $\overline{CD_n}$ und Höhe $\overline{CS}$ entspricht, sowie dem unteren Teil, welcher ein Zylinder mit Radius $\overline{CE_n}$ und Höhe $\overline{CB_n}$ ist.

Für den Kegel ist dabei $|\overline{CS}| = 3\,\text{cm}$ gegeben und $|\overline{CD_n}| = 3 \cdot \tan\varphi\,\text{cm}$ wurde in Teilaufgabe 2.1 bestimmt.

Für den Zylinder ist der Radius $\overline{CE_n}$. Laut Angabe sind E_n die Mittelpunkte von $\overline{CD_n}$, sodass

$$|\overline{CE_n}| = \frac{1}{2} \cdot |\overline{CD_n}| = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \tan\varphi\,\text{cm} = 1{,}5 \cdot \tan\varphi\,\text{cm}$$

ist. Ebenfalls laut Angabe ist $|\overline{CB_n}| = 2 \cdot |\overline{CD_n}|$, sodass sich

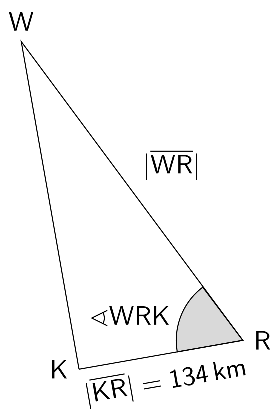
$$|\overline{CB_n}| = 2 \cdot |\overline{CD_n}| = 2 \cdot 3 \cdot \tan\varphi\,\text{cm} = 6 \cdot \tan\varphi\,\text{cm}$$

als Höhe des Zylinders ergibt. Für das gesuchte Volumen gilt damit:

$$\begin{aligned}
V(\varphi) &= V_{\text{Kegel}} + V_{\text{Zylinder}}\\
&= \left(\frac{1}{3} \cdot |\overline{CD_n}|^2 \cdot \pi \cdot |\overline{CS}|\right) + \left(|\overline{CE_n}|^2 \cdot \pi \cdot |\overline{CB_n}|\right)\\
&= \left(\frac{1}{3} \cdot (3 \cdot \tan\varphi)^2 \cdot \pi \cdot 3 + (1{,}5 \cdot \tan\varphi)^2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot \tan\varphi\right)\,\text{cm}^3\\
&= \left(\frac{1}{3} \cdot 9 \cdot (\tan\varphi)^2 \cdot \pi \cdot 3 + 2{,}25 \cdot (\tan\varphi)^2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot \tan\varphi\right)\,\text{cm}^3\\
&= \underline{\underline{\left(9 \cdot \pi \cdot (\tan\varphi)^2 + 13{,}5 \cdot \pi \cdot (\tan\varphi)^3\right)\,\text{cm}^3}}
\end{aligned}$$

A 3 Im Dreieck KRW gilt:

$$\begin{aligned}
& & \cos\sphericalangle WRK &= \frac{|\overline{KR}|}{|\overline{WR}|} & &\mid \cdot |\overline{WR}|\\
&\Longleftrightarrow & \cos(60^\circ) \cdot |\overline{WR}| &= 134\,\text{km} & &\mid : \cos(60^\circ)\\
&\Longleftrightarrow & |\overline{WR}| &= \frac{134\,\text{km}}{\cos(60^\circ)}\\
&\Longleftrightarrow & |\overline{WR}| &= \frac{134\,\text{km}}{\frac{1}{2}}\\
&\Longleftrightarrow & \underline{\underline{|\overline{WR}|}} &\underline{\underline{= 268\,\text{km}}}
\end{aligned}$$



B 1.0 Vitamin D kann im menschlichen Körper produziert werden, wenn Sonnenstrahlung unter bestimmten Bedingungen auf die Haut trifft. Im Winterhalbjahr nimmt daher die Konzentration von Vitamin D im Körper normalerweise ab.

Bei Andreas wurde Ende September eine Anfangskonzentration von 55 Nanogramm Vitamin pro Milliliter Blut ($55\,\frac{\text{ng}}{\text{ml}}$) gemessen. Der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der Wochen und der verbleibenden Konzentration $y\,\frac{\text{ng}}{\text{ml}}$ an Vitamin D lässt sich bei Andreas näherungsweise durch die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 55 \cdot 0{,}93^x$ ($x \in \mathbb{R}_0^+, y \in \mathbb{R}^+$) beschreiben.

B 1.1 Um wie viel Prozent reduziert sich folglich bei Andreas die Konzentration an Vitamin D in einer Woche? Ergänzen Sie. 1 P

Die Konzentration reduziert sich in einer Woche um $\boxed{\quad\quad\%.}$

B 1.2 Berechnen Sie mithilfe der Funktion f_1 die Konzentration an Vitamin D bei Andreas nach 21 Tagen. 1 P

Runden Sie auf zwei Nachkommastellen.

B 1.3 Berechnen Sie, in welcher Woche sich die Anfangskonzentration an Vitamin D bei Andreas entsprechend der Funktion f_1 halbiert. 2 P

B 1.4 Bei Stephan wurde gleichzeitig mit Andreas eine Messung begonnen. Bei Stephan lässt sich der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der Wochen und der verbleibenden Konzentration $y\,\frac{\text{ng}}{\text{ml}}$ an Vitamin D annähernd durch die Funktion f_2 mit der Gleichung $y = 51 \cdot 0{,}91^x$ ($x \in \mathbb{R}_0^+, y \in \mathbb{R}^+$) beschreiben. 1 P

Ist es unter diesen Voraussetzungen möglich, dass die Konzentrationen an Vitamin D zu einem Zeitpunkt bei Stephan und Andreas den gleichen Wert erreichen?

Begründen Sie Ihre Entscheidung ohne Rechnung.

B 3.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 2 \cdot \log_3(x+1) - 2$ $(x,y \in \mathbb{R})$.

B 3.1 Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion f_1 sowie die Gleichung der Asymptote h an und zeichnen Sie den Graphen zu f_1 für $x \in [-0{,}5;\ 9]$ in ein Koordinatensystem. 3 P

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leq x \leq 9$; $-4 \leq y \leq 7$

B 3.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ 4 \end{pmatrix}$ mit $a \in \mathbb{R}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet. Der Punkt $P\,(0\,|\,4)$ liegt auf dem Graphen zu f_2. 4 P

Berechnen Sie den Wert von a und zeigen Sie rechnerisch, dass für die Gleichung der Funktion f_2 gilt: $y = 2 \cdot \log_3(x+3) + 2$.

Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_2 für $x \in [-2{,}5;\ 9]$ in das Koordinatensystem zu B 3.1 ein.

B 3.3 Punkte $A_n\,(x\,|\,2 \cdot \log_3(x+1) - 2)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $C_n\,(x\,|\,2 \cdot \log_3(x+3) + 2)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x und sind für $x > -1$ zusammen mit Punkten B_n und D_n die Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$. 2 P

Es gilt: $|\overline{B_nD_n}| = 3$ LE.

Zeichnen Sie die Rauten $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 0$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 5$ in das Koordinatensystem zu B 3.1 ein.

B 3.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Diagonalenschnittpunkte M_n der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n und C_n gilt: 2 P

$M_n\,(x\,|\,\log_3(x^2 + 4x + 3))$.

B 3.5 Der Diagonalenschnittpunkt M_3 der Raute $A_3B_3C_3D_3$ liegt auf der x-Achse. 4 P

Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte B_3 und C_3 . Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 4.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC ist die Grundfläche des Prismas ABCDEF mit der Höhe $\overline{AD}$. Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Basis $\overline{AC}$ und der Punkt N ist der Mittelpunkt der Strecke $\overline{DF}$.

Es gilt: $|\overline{AC}| = 12\,\text{cm}$; $|\overline{MB}| = 8\,\text{cm}$; $|\overline{AD}| = 5\,\text{cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 4.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Prismas ABCDEF, wobei die Strecke $\overline{MB}$ auf der Schrägbildachse und der Punkt M links vom Punkt B liegen soll. 3 P

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.

Zeichnen Sie sodann die Strecke $\overline{BN}$ ein und berechnen Sie das Maß des Winkels NBM.

B 4.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke $\overline{MB}$. Die Winkel P_nEB haben das Maß φ mit $\varphi \in \,]0°;\, 57{,}99°]$. Die Strecken $\overline{BN}$ und $\overline{EP_n}$ schneiden sich in Punkten Q_n . 2 P

Zeichnen Sie für $\varphi = 45°$ die Strecke $\overline{EP_1}$ und den Punkt Q_1 in das Schrägbild zu B 4.1 ein.

Begründen Sie sodann rechnerisch die obere Intervallgrenze für φ.

B 4.3 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $\overline{EQ_n}$ in Abhängigkeit von φ gilt: 4 P

$$|\overline{EQ_n}|(\varphi) = \frac{4{,}24}{\sin(\varphi + 57{,}99°)}\,\text{cm}.$$

Unter den Strecken $\overline{EQ_n}$ hat die Strecke $\overline{EQ_0}$ die minimale Länge.

Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{NQ_0}$.

B 4.4 Der Punkt A ist die Spitze von Pyramiden Q_nBEA mit den Grundflächen Q_nBE. 3 P

Zeichnen Sie die Pyramide Q_1BEA in das Schrägbild zu B 4.1 ein und ermitteln Sie sodann rechnerisch das Volumen V der Pyramiden Q_nBEA in Abhängigkeit von φ.

$$\left[\text{Ergebnis: } V(\varphi) = \frac{21{,}2 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 57{,}99°)}\,\text{cm}^3\right]$$

B 4.5 Das Volumen der Pyramide Q_2BEA ist um 95 % kleiner als das Volumen des Prismas ABCDEF. 4 P

Berechnen Sie das zugehörige Maß für φ.

PERFEKT VORBEREITET AUF DEN MSA 10. Klasse Bayern 2023

ENTWICKELT VON PÄDAGOGEN

- Original-Prüfungsaufgaben mit Lösungen 2015 - 2022
- Anschauliche, ausführliche und nachvollziehbare Lösungswege
- Ideal zur Vorbereitung auf einzelne Arbeiten während des Schuljahres
- Übersicht zu den einzelnen Prüfungsthemen mit Seitenangabe
- Digitalisierte Original-Prüfungen, Schritt für Schritt vorgerechnet
- Inklusive Musterprüfungen im Stil der neuen Abschlussprüfung

Mathe I - Trainer für Realschule MSA 2023

DIGITALES COACHING

- Neue **Lernplattform** mit geschütztem Mitgliederbereich
- Themenbezogene, kurze, verständliche Lernvideos
- Individuelles Online-Coaching
- Prüfungsvorbereitung Online
- Immer auf dem aktuellsten Stand

Alle weiteren Informationen auf www.lern.de

SCAN ME

Hier wachsen kluge Köpfe

lernverlag®
www.lern-verlag.de

Bestell-Nr. :
EAN 9783743000971

Realschule 10. Klasse | Mittlerer Schulabschluss | Bayern

ISBN 978-3-7430-0097-1

€ 13,90

9 783743 000971 >

lern.de Bildungsgesellschaft mbH
lernverlag
Fürstenrieder Straße 52
80686 München
E-Mail: kontakt@lern-verlag.de