2023 Training

Abschlussprüfung

MEHR ERFAHREN

Realschule Bayern

Mathematik II/III

+ *Ausführliche Lösungen*
+ *Hinweise und Tipps*

LÖSUNGEN

STARK

Inhalt

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2022 freigegeben sind, können die dazugehörigen Lösungen als PDF auf der Plattform MyStark heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist das Lösungsbuch zu dem Band **Training Abschlussprüfung 2023, Mathematik II/III, Realschule, Bayern** (Bestell-Nr. C0910N). Es enthält zu allen Aufgaben von unseren Autoren ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und dem besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und dann deine Lösung mit den Lösungen im Buch zu vergleichen. Solltest du nicht weiterkommen, helfen dir die **Hinweise und Tipps**. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es ganz wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen. Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

Wir wünschen dir viel Erfolg!

Autoren: Training Grundwissen und komplexe Aufgaben: Markus Hochholzer, Markus Schmidl
Aufgaben im Stil der Prüfung und Original-Abschlussprüfung: Alois Einhauser

3 Grundwissen 10. Klasse

3.1 Quadratische Funktionen

Hinweise und Tipps

139 a) $P(0{,}5\,|\,1) \in f: 1 = a \cdot 0{,}5^2$

$$\Leftrightarrow \quad 1 = a \cdot \frac{1}{4} \qquad |\cdot 4$$

$$\Leftrightarrow \quad a = 4$$

. $f: y = 4x^2$

Koordinaten des Punktes P in die Funktionsgleichung $y = ax^2$ einsetzen

Auflösen der Gleichung nach a

b) $P(-3\,|\,6) \in f: 6 = a \cdot (-3)^2$

$$\Leftrightarrow \quad 6 = a \cdot 9 \qquad \left|\cdot \frac{1}{9}\right.$$

$$\Leftrightarrow \quad a = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \quad f: y = \frac{2}{3}x^2$$

Koordinaten des Punktes P in die Funktionsgleichung $y = ax^2$ einsetzen

Auflösen der Gleichung nach a

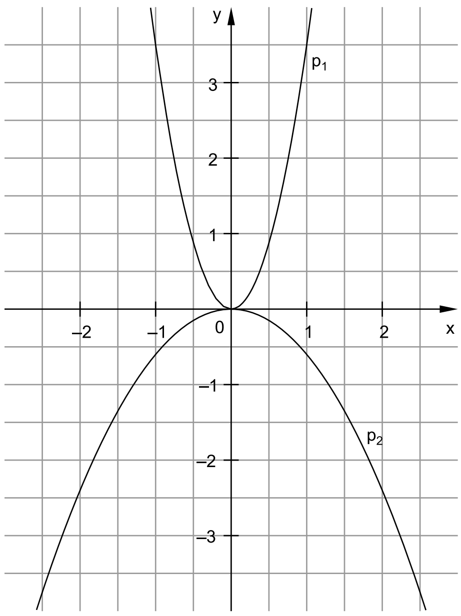
---

140 a) $p_1: y = 3{,}5x^2$

- Die Parabel ist nach oben geöffnet, da $a > 0$.
- Es handelt sich um eine gestreckte Parabel, da $|a| > 1$.
- Der Scheitelpunkt hat die Koordinaten $S(0\,|\,0)$.
- Die y-Achse ist Symmetrieachse mit der Gleichung s: $x = 0$.
- $D = \mathbb{R}$; $W = \mathbb{R}_0^+$

b) $p_2: y = -0{,}6x^2$

- Die Parabel ist nach unten geöffnet, da $a < 0$.
- Es handelt sich um eine gestauchte Parabel, da $|a| < 1$.
- Der Scheitelpunkt hat die Koordinaten $S(0\,|\,0)$.
- Die y-Achse ist Symmetrieachse mit der Gleichung s: $x = 0$.
- $D = \mathbb{R}$; $W = \mathbb{R}_0^-$

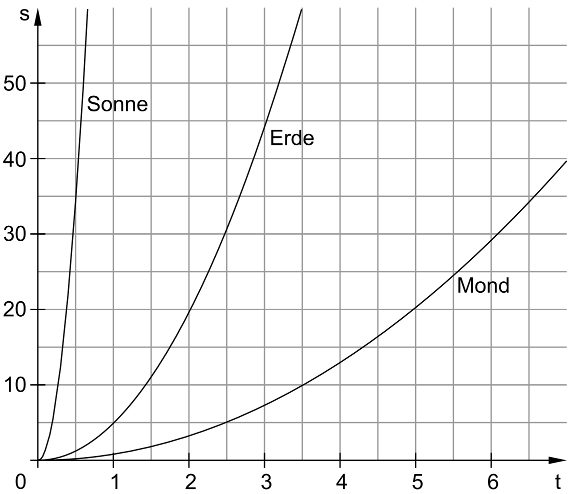


Hinweise und Tipps

Sonne: $y = 0{,}5 \cdot 274 \cdot t^2$
Erde: $y = 0{,}5 \cdot 9{,}81 \cdot t^2$
Mond: $y = 0{,}5 \cdot 1{,}62 \cdot t^2$

141 a)

t	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0
y_{Sonne}	0	137,0	548	1 233	2 192	3 425	4 932
y_{Erde}	0	4,91	19,62	44,15	78,48	122,63	176,58
y_{Mond}	0	0,81	3,24	7,29	12,96	20,25	29,16



b) Fallzeit auf der Erde:

Einsetzen der Konstante g in die Gleichung
Einsetzen des gegebenen Wertes s = 100 m

$$s = \frac{1}{2} \cdot g_{Erde} \cdot t^2$$

$$\Leftrightarrow \quad 100\text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 \quad \left| \cdot \frac{2}{1} \right| \cdot \frac{1}{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$\Leftrightarrow \quad t^2 = 20{,}39\text{ s}^2 \quad |\sqrt{\ }$$

$$\Rightarrow \quad t = 4{,}52\text{ s}$$

Fallzeit auf dem Mond:

$$s = \frac{1}{2} \cdot g_{Mond} \cdot t^2$$

$$\Leftrightarrow \quad 100\text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 1{,}62\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 \quad \left| \cdot \frac{2}{1} \right| \cdot \frac{1}{1{,}62\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$\Leftrightarrow \quad t^2 = 123{,}46\text{ s}^2 \quad |\sqrt{\ }$$

$$\Rightarrow \quad t = 11{,}11\text{ s}$$

Fallzeit auf der Sonne:

$$s = \frac{1}{2} \cdot g_{Sonne} \cdot t^2$$

$$\Leftrightarrow \quad 100\text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 274\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 \quad \left| \cdot \frac{2}{1} \right| \cdot \frac{1}{274\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$\Leftrightarrow \quad t^2 = 0{,}73\text{ s}^2 \quad |\sqrt{\ }$$

$$\Rightarrow \quad t = 0{,}85\text{ s}$$

---

142 a) $p\colon y = -\frac{1}{4}x^2 \xmapsto{\vec{v} = \binom{-3}{4}} p'\colon y = -\frac{1}{4}(x - \mathbf{(-3)})^2 + \mathbf{4}$

$$y = -\frac{1}{4}(x+3)^2 + 4$$

Hinweise und Tipps

$O_{Körper}(x) = [89\pi - 6x\pi + 2x^2\pi]\ cm^2$

$O_{Körper}(x) = (2x^2 - 6x + 89) \cdot \pi\ cm^2$

Ordnen und π ausklammern!

c) $O_{Körper}(x) = 2[x^2 - 3x + 44{,}5] \cdot \pi\ cm^2$
$O_{Körper}(x) = 2[x^2 - 3x + 1{,}5^2 - 1{,}5^2 + 44{,}5] \cdot \pi\ cm^2$
$O_{Körper}(x) = 2[x^2 - 3x + 1{,}5^2 - 2{,}25 + 44{,}5] \cdot \pi\ cm^2$
$O_{Körper}(x) = 2[(x - 1{,}5)^2 + 42{,}25] \cdot \pi\ cm^2$
$O_{Körper}(x) = [2(x - 1{,}5)^2 + 84{,}5] \cdot \pi\ cm^2$
$O_{Körper}(x) = [2\pi(x - 1{,}5)^2 + 84{,}5\pi]\ cm^2$

Ergänze quadratisch.
Beachte: $-1{,}5^2 \neq (-1{,}5)^2$

$O_{min} = 84{,}5\pi\ cm^2$ für $x = 1{,}5$
Die Oberfläche ist am kleinsten, wenn die beiden Halbkugeln gleich groß sind.

d)
$$\begin{array}{|ll} & O_{Körper}(x) = (2x^2 - 6x + 89) \cdot \pi\ cm^2 \\ \wedge & O_{Körper}(x) = 100\pi\ cm^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \Rightarrow & (2x^2 - 6x + 89) \cdot \pi = 100\pi \quad (I = II) & |:\pi \\ \Leftrightarrow & 2x^2 - 6x + 89 = 100 & |-100 \\ \Leftrightarrow & 2x^2 - 6x - 11 = 0 & \end{array}$$

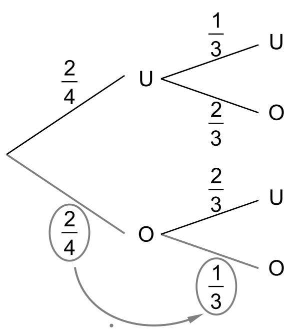
$D = (-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-11)$
$D = 124$

$\Leftrightarrow \quad x_{1/2} = \dfrac{6 \pm \sqrt{124}}{2 \cdot 2}$
$x_1 = 4{,}28 \quad \vee \quad (x_2 = -1{,}28)$
$L = \{4{,}28\}$

Die Lösung x_2 scheidet aus. x wäre sonst eine negative Streckenlänge.

3.6 Pfadregeln in Baumdiagrammen

215



Beachte: Nach dem 1. Zug ändern sich die Wahrscheinlichkeiten, da nur noch 3 Karten übrig sind.

Die Wahrscheinlichkeit für das Ergebnis „Zweimal Ober“ beträgt dann nach der Pfad-Multiplikationsregel:

$P(OO) = \dfrac{2}{4} \cdot \dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6}$

216 Es ergibt sich eine Wahrscheinlichkeit von:

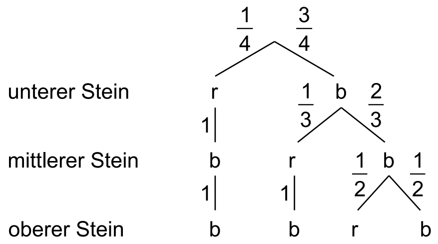
$$P = \frac{8}{32} \cdot \frac{7}{31} \cdot \frac{6}{30} \cdot \frac{5}{29} \cdot \frac{4}{28} \cdot \frac{3}{27} \cdot \frac{2}{26} \cdot \frac{1}{25}$$

$$= \frac{40\,320}{424\,097\,856\,000} = \frac{1}{10\,518\,300}$$

Hinweise und Tipps: Bei der 1. Karte hat man noch 8 Möglichkeiten (bei 32 Karten) – entweder einen der 4 Ober oder einen der 4 Unter. Bei der 2. Karte hat man noch 7 Möglichkeiten (bei 31 Karten) usw.

---

217 a)

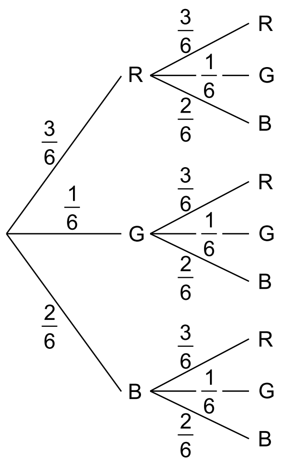


Abzählen ergibt insgesamt 4 Möglichkeiten.

b) $P(\text{„blau-blau-rot"}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

Verwende die Pfad-Multiplikationsregel.

218



a) $P(RG) = \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

Nur das Ergebnis RG ist günstig. Dessen Wahrscheinlichkeit ergibt sich mit der Pfad-Multiplikationsregel.

b) $P(RG) = \frac{1}{12}$ (vgl. Teilaufgabe a)

$P(GR) = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{12}$

Da die Reihenfolge egal ist, gibt es jetzt zwei günstige Ergebnisse, die zu dem Ereignis gehören: RG und GR

$P(\text{„eine rote und eine grüne"}) = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$

Nach der Pfad-Additionsregel addiert man diese beiden Wahrscheinlichkeiten.

Musterprüfung

Teil A

Hinweise und Tipps

Aufgabe A 1.1

Berechnung des Vektors $\overrightarrow{AB}$:

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 - (-2) \\ -2 - 1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

Mit $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ (vgl. Angabe) ergeben sich die Steigungen:

$m_{AB} = -\frac{3}{4}$ und $m_{AC} = \frac{4}{3}$

Somit gilt:

$m_{AB} \cdot m_{AC} = -\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3}$

$m_{AB} \cdot m_{AC} = -1$

Folglich gilt $AB \perp AC$.

Also ist das Dreieck ABC rechtwinklig.

Mithilfe der Steigungen m_{AB} und m_{AC} der Geraden AB und AC zeigt man, dass diese zueinander senkrecht verlaufen.

Aufgabe A 1.2

$A_{Segment} = A_{Sektor\ ABC} - A_{\Delta ABC}$

$A_{Segment} = \frac{1}{4} \cdot |\overline{AB}|^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot |\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}|$

$A_{Segment} = \left(\frac{1}{4} \cdot 5^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot 5^2\right)$ FE

$A_{Segment} = \left(\frac{25}{4} \cdot \pi - \frac{25}{2}\right)$ FE

$A_{Segment} = (6{,}25 \cdot \pi - 12{,}5)$ FE

Man zieht vom Flächeninhalt des Kreissektors ABC den Flächeninhalt des Dreiecks ABC ab.

Das Dreieck ABC ist rechtwinklig bei A. Somit handelt es sich beim Kreissektor ABC um einen Viertelkreis. Die Längen der Dreiecksseiten $\overline{AB}$ und $\overline{AC}$ entsprechen dem Radius des Viertelkreises: $|\overline{AB}| = 5$ LE und $|\overline{AC}| = 5$ LE