

2023 Training

Abschlussprüfung

**MEHR
ERFAHREN**

Realschule Bayern

Mathematik I

+ Ausführliche Lösungen
+ Hinweise und Tipps

LÖSUNGEN

STARK

Inhalt

Vorwort

Training Grundwissen

1 Grundwissen 5.–8. Klasse	1
2 Grundwissen 9. Klasse	
2.1 Lineare Gleichungssysteme	26
2.2 Reelle Zahlen	32
2.3 Quadratische Funktionen	35
2.4 Quadratische Gleichungen	53
2.5 Abbildung durch zentrische Streckung	68
2.6 Rechtwinklige Dreiecke	88
2.7 Berechnungen am Kreis	94
2.8 Raumgeometrie	96
2.9 Grundbegriffe der Statistik	113
2.10 Zufallsexperimente	115
3 Grundwissen 10. Klasse	
3.1 Potenzen und Potenzfunktionen	121
3.2 Exponential- und Logarithmusfunktionen	144
3.3 Trigonometrie	178
3.4 Skalarprodukt von Vektoren	218
3.5 Abbildungen im Koordinatensystem	236
3.6 Pfadregeln in Baumdiagrammen	269

Komplexe Aufgaben

Exponential- und Logarithmusfunktionen	276
Ebene Geometrie	282
Räumliche Geometrie	295

Aufgaben im Stil der Prüfung

Beispielaufgaben

Teil A – ohne Taschenrechner	B-1
Teil B – mit Taschenrechner	B-3

Musterprüfung

Teil A – ohne Taschenrechner	M-1
Teil B – mit Taschenrechner	M-3

Original-Abschlussprüfung

Abschlussprüfung 2022 www.stark-verlag.de/mystark

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2022 freigegeben sind, können die dazugehörigen Lösungen als PDF auf der Plattform MyStark heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist das Lösungsbuch zu dem Band **Training Abschlussprüfung 2023, Mathematik I, Realschule, Bayern** (Bestell-Nr. C0910T). Es enthält zu allen Aufgaben von unseren Autoren ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und dem besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und dann deine Lösung mit den Lösungen im Buch zu vergleichen. Solltest du nicht weiterkommen, helfen dir die  **Hinweise und Tipps**. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es ganz wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen. Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

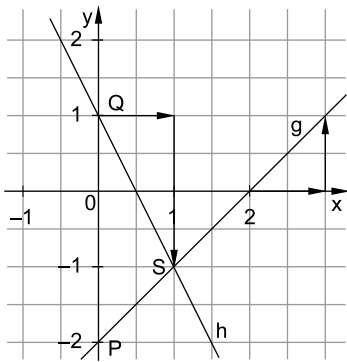
Wir wünschen dir viel Erfolg!

Autoren: Training Grundwissen und komplexe Aufgaben: Markus Hochholzer, Markus Schmidl
Aufgaben im Stil der Prüfung und Original-Abschlussprüfung: Alois Einhauser

2 Grundwissen 9. Klasse

2.1 Lineare Gleichungssysteme

43 a)
$$\begin{cases} y = x - 2 \\ \wedge \\ y = -2x + 1 \end{cases}$$



Ablezen des Schnittpunkts: $S(1 | -1)$

Probe:

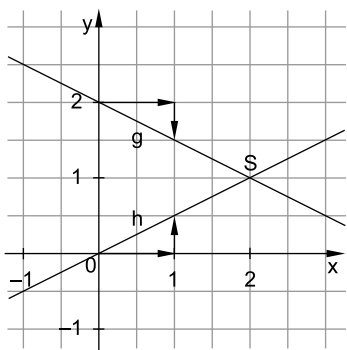
$$\begin{cases} -1 = 1 - 2 & (\text{wahr}) \\ \wedge \\ -1 = -2 \cdot 1 + 1 & (\text{wahr}) \end{cases}$$

$$L = \{(1 | -1)\}$$

b)
$$\begin{cases} 2y + x = 4 \\ \wedge \\ 2y = x \end{cases} \quad | -x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2y = -x + 4 \\ \wedge \\ 2y = x \end{cases} \quad \begin{matrix} |:2 \\ |:2 \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -0,5x + 2 \\ \wedge \\ y = 0,5x \end{cases}$$



Ablezen des Schnittpunkts: $S(2 | 1)$

Probe:

$$\begin{cases} 2 \cdot 1 + 2 = 4 & (\text{wahr}) \\ \wedge \\ 2 \cdot 1 = 2 & (\text{wahr}) \end{cases}$$

$$L = \{(2 | 1)\}$$

Hinweise und Tipps

$$g: y = x - 2$$

- $P(0 | -2)$ liegt auf g, da der y-Achsenabschnitt $t = -2$.
- Von P aus „1 LE nach rechts, 1 LE nach oben“, da die Steigung $m = 1$.

$$h: y = -2x + 1$$

- $Q(0 | 1)$ liegt auf h, da $t = 1$.
- Von Q aus „1 LE nach rechts und 2 LE nach unten“, da $m = -2$.

Einsetzen der Koordinaten in beide Gleichungen

Löse beide Gleichungen nach y auf.

$$g: y = -0,5x + 2, \text{ also:}$$

$$t = 2$$

$$m = -0,5 \text{ (1 LE nach rechts; 0,5 LE nach unten)}$$

$$h: y = 0,5x, \text{ also:}$$

$$t = 0 \text{ (Ursprungsgerade)}$$

$$m = 0,5 \text{ (1 LE nach rechts; 0,5 LE nach oben)}$$

Setze immer in das ursprüngliche Gleichungssystem ein, da beim Umformen Fehler passiert sein können.

44

a)

$$\begin{array}{l} y = x - 2 \\ \wedge \\ y = -2x + 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} x - 2 = -2x + 1 \quad (I = II) \quad | + 2x + 2 \\ \wedge \\ y = -2x + 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} 3x = 3 \\ \wedge \\ y = -2x + 1 \end{array} \quad | : 3$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} x = 1 \\ \wedge \\ y = -2x + 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} x = 1 \\ \wedge \\ y = -2 \cdot 1 + 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} x = 1 \\ \wedge \\ y = -1 \end{array}$$

$$L = \{(1 | -1)\}$$

b)

$$\begin{array}{l} x = 3 - y \\ \wedge \\ x = 4 + 2y \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} 3 - y = 4 + 2y \quad (I = II) \quad | - 2y - 3 \\ \wedge \\ x = 4 + 2y \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} -3y = 1 \\ \wedge \\ x = 4 + 2y \end{array} \quad | : (-3)$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} y = -\frac{1}{3} \\ \wedge \\ x = 4 + 2y \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} y = -\frac{1}{3} \\ \wedge \\ x = 4 + 2 \left(-\frac{1}{3} \right) \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} y = -\frac{1}{3} \\ \wedge \\ x = 3\frac{1}{3} \end{array}$$

$$L = \left\{ \left(3\frac{1}{3} \mid -\frac{1}{3} \right) \right\}$$

c)

$$\begin{array}{l} 4x = 3y - 7 \\ \wedge \\ 4x = 3y - 2 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} 3y - 7 = 3y - 2 \quad (I = II) \quad | - 3y + 7 \\ \wedge \\ 4x = 3y - 2 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} 0 = 5 \\ \wedge \\ 4x = 3y - 2 \end{array}$$

$$L = \emptyset$$

Hinweise und Tipps

Setze Gleichung I und Gleichung II gleich.

Bringe die Variable x auf eine Seite.

Setze x = 1 für x in Gleichung II ein.

Vergleiche mit Aufgabe 74 a.

Setze Gleichung I und Gleichung II gleich.

Zuerst alle Strichumformungen, ...

dann die Punktumformung.

Setze $y = -\frac{1}{3}$ für y in Gleichung II ein.

Angabe der Lösungsmenge

Setze Gleichung I und Gleichung II gleich.

Gleichung I enthält eine falsche Aussage.

Dieses Gleichungssystem hat keine Lösung!
(parallele Geraden)

Hinweise und Tipps

2.9 Grundbegriffe der Statistik

- 147 a) Maximum: $\text{Max} = 16$
 Minimum: $\text{Min} = 9$
 Modalwert: $m = 13$
 Zentralwert: $z = 12$

Spannweite: $R = 7$

Arithmetisches Mittel:

$$\bar{x} = \frac{13+16+9+13+12+11+10}{7} = \frac{84}{7} = 12$$

- b) Die Ergebnisse lassen sich nicht verallgemeinern, da die Stichprobe von 7 Kindern nicht repräsentativ ist.

Der Merkmalswert 16 kg ist der **größte**.

Der Merkmalswert 9 kg ist der **kleinste**.

Der Merkmalswert 13 kg kommt **am häufigsten** vor.

Werden die Daten der Größe nach **geordnet**, steht der Wert 12 kg **in der Mitte**:

9 10 11 **12** 13 13 16

Die **Differenz** aus **Maximal-** (16 kg) und **Minimalwert** (9 kg) beträgt 7 kg.

- 148 a) 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
 oder:
 5,5 5,5 5,5 5,5 5,5 5,5 5,5 5,5 5,5 5,5

- b) 1 2 3 4 5 5 6 7 8 9
 oder:
 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5

- c) 1 2 4 8 16 32 64

- d) 21 22 23 24 25 26 27 28 29

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8+9+10}{10} = \frac{55}{10} = 5,5$$

$$\bar{x} = \frac{10 \cdot 5,5}{10} = 5,5$$

- 149 Tabelle A: Arithmetisches Mittel $\bar{x}$:

$$\frac{82,2+81,9+81,4+81,4+81,3+81,3+81,2+81,1+81}{9} = 81,4 \quad (\text{gerundet})$$

- Tabelle B: Arithmetisches Mittel $\bar{x}$:

$$\frac{59,1+58,5+58,4+58+57,7+56,6+55,7+53,8+52,8}{9} = 56,7 \quad (\text{gerundet})$$

Spannweite R: $82,2 - 52,8 = 29,4$

- 150
$$\frac{10,35+10,16+9,84+x}{4} = 10$$

$$\frac{30,35+x}{4} = 10 \quad | \cdot 4$$

$$30,35+x = 40 \quad | - 30,35$$

$$x = 9,65$$

Er müsste also 9,65 s schaffen.

Er müsste annähernd Weltrekord laufen (Weltrekord: 9,58 s; Stand 2021).

Musterprüfung

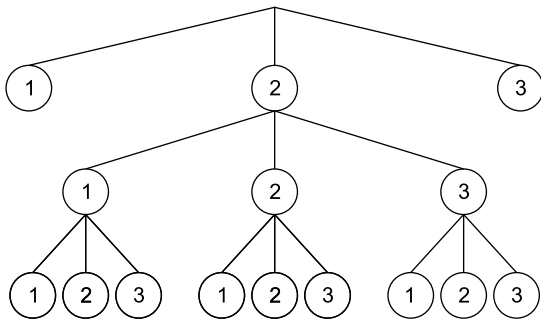
Teil A

 Hinweise und Tipps

Aufgabe A 1.1

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$$

Aufgabe A 1.2



Es sind nur alle Pfade von der Zahl 2 aus anzugeben.

Aufgabe A 1.3

$$\begin{aligned} P(3\ 3\ 2) + P(3\ 2\ 3) + P(2\ 3\ 3) &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{27} + \frac{1}{27} + \frac{1}{27} \\ &= \frac{3}{27} \end{aligned}$$

Die Summe 8 kann nur durch die Zahlen 3, 3, 2 gebildet werden: 3 + 3 + 2; 3 + 2 + 3; 2 + 3 + 3

Auch gleichwertige Lösungen wie z. B. $\frac{1}{9}$ oder 11,1 % sind bei derartigen Aufgaben gültig.

Aufgabe A 2.1

Im rechtwinkligen Dreieck D_nCS gilt:

$$\tan \varphi = \frac{|\overline{CD_n}|}{|\overline{CS}|}$$

$$|\overline{CD_n}| = |\overline{CS}| \cdot \tan \varphi$$

$$|\overline{CD_n}|(\varphi) = 3 \cdot \tan \varphi \text{ cm}$$

$$\varphi \in]0^\circ; 90^\circ[$$

 Hinweise und Tipps

Aufgabe A2.2

$$V = V_{\text{Zylinder}} + V_{\text{Kegel}}$$

$$V = |\overline{E_n C}|^2 \cdot \pi \cdot |\overline{CB_n}| + \frac{1}{3} \cdot |\overline{CD_n}|^2 \cdot \pi \cdot |\overline{CS}|$$

$$V = \left(\frac{1}{2} \cdot |\overline{CD_n}| \right)^2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot |\overline{CD_n}| + \frac{1}{3} \cdot |\overline{CD_n}|^2 \cdot \pi \cdot |\overline{CS}|$$

$$V(\varphi) = \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \tan \varphi \right)^2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 3 \cdot \tan \varphi + \frac{1}{3} \cdot (3 \cdot \tan \varphi)^2 \cdot \pi \cdot 3 \right] \text{cm}^3 \quad \varphi \in]0^\circ; 90^\circ[$$

$$V(\varphi) = \left[\frac{9}{4} \cdot (\tan \varphi)^2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot \tan \varphi + \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot (\tan \varphi)^2 \cdot \pi \cdot 3 \right] \text{cm}^3$$

$$V(\varphi) = [13,5\pi \cdot (\tan \varphi)^3 + 9\pi \cdot (\tan \varphi)^2] \text{cm}^3$$

Durch die Rotation des Rechtecks $A_n B_n C E_n$ erhält man einen Zylinder mit dem Radius

$$|\overline{E_n C}| = \frac{1}{2} \cdot |\overline{CD_n}| \text{ und der Höhe } |\overline{CB_n}| = 2 \cdot |\overline{CD_n}|.$$

Durch die Rotation des Dreiecks $D_n C S$ erhält man einen Kegel mit dem Radius $|\overline{CD_n}|$ und der Höhe $|\overline{CS}|$.

Aufgabe A3

Im rechtwinkligen Dreieck WKR gilt:

$$\cos \sphericalangle WRK = \frac{|\overline{KR}|}{|\overline{WR}|} \quad \left| \cdot \frac{|\overline{WR}|}{\cos \sphericalangle WRK} \right.$$

$$|\overline{WR}| = \frac{|\overline{KR}|}{\cos \sphericalangle WRK}$$

$$|\overline{WR}| = \frac{134}{\cos 60^\circ} \text{ km}$$

$$|\overline{WR}| = \frac{134}{0,5} \text{ km}$$

$$|\overline{WR}| = 268 \text{ km}$$

oder:

Da $\sphericalangle WRK = 60^\circ$ und $\sphericalangle RKW = 90^\circ$, ist das Dreieck WKR ein „halbes gleichseitiges“ Dreieck. Somit gilt:

$$|\overline{WR}| = 2 \cdot |\overline{KR}|$$

$$|\overline{WR}| = 2 \cdot 134 \text{ km}$$

$$|\overline{WR}| = 268 \text{ km}$$



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK