

Inhaltsverzeichnis

0	Warum Mathematik?	1
0.1	Modelle	1
0.2	Verfahren und Algorithmen	1
0.3	Mathematik als Sprache	2
0.4	Beweise	2
0.5	Ziele der Mathematikausbildung	2
0.6	Warum Mathematik?	2
1	Zahlen, Mengen, Ungleichungen	3
1.1	Die Menge $\mathbb{N}$ der natürlichen Zahlen	3
1.2	Aussagen, vollständige Induktion	5
1.3	Fakultät, Binomialkoeffizienten	7
1.4	Die Menge $\mathbb{Z}$ der ganzen, die Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen	10
1.5	Die Menge $\mathbb{R}$ der reellen Zahlen: Anordnung und Abstände .	12
1.6	Mengen und Abbildungen	17
1.7	Der Körper $\mathbb{C}$ der komplexen Zahlen	20
1.8	Polarkoordinaten komplexer Zahlen	25
2	Folgen und Reihen	29
2.1	Folgen	29
2.2	Beschränktheit und Monotonie	31
2.3	Teilfolgen und Häufungspunkte	35
2.4	Konvergente und divergente Folgen	36
2.5	Sätze über Konvergenz	40
2.6	Vollständigkeit, der Satz von Bolzano–Weierstraß	44
2.7	Das Konvergenzkriterium von Cauchy	46
2.8	Reihen	48
3	Der Vektorraum $\mathbb{K}^n$	53
3.1	Kartesische Koordinatensysteme	54
3.2	Vektoren und Kräfte	55
3.3	Vektorräume	56
3.4	Skalarprodukt	58

3.5	Eigenschaften des Skalarprodukts	59
3.6	Beschreibung von Geraden und Ebenen	61
3.7	Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit, Basen	63
3.8	Orthogonalität, Winkel, Hesse-Normalform	70
3.9	Vektorprodukt	73
4	Lineare Gleichungssysteme	75
4.1	Homogene und inhomogene Systeme	75
4.2	Matrizen	76
4.3	Rechnen mit Matrizen	78
4.4	Rechenregeln für Matrizen	79
4.5	Anwendung auf lineare Gleichungssysteme	80
4.6	Geometrische Interpretation	81
4.7	Gauß-Algorithmus	82
4.8	Lineare Abbildungen	91
4.9	Rang einer Matrix	98
4.10	Reguläre Matrizen	101
4.11	Volumen und Determinanten	108
4.12	Rechenregeln für Determinanten	112
4.13	Cofaktoren, Adjunkte und Entwicklungssatz	117
4.14	Näherungsweise Bestimmung von Inversen	120
4.15	Lösungsverhalten linearer Gleichungssysteme	123
5	Transformationen und Transformationsgruppen	125
5.1	Gruppen	125
5.2	Untergruppen	126
5.3	Symmetrische Gruppen	128
5.4	Signum und Determinanten	132
5.5	Orthonormalbasen und orthogonale Abbildungen	135
5.6	Affine Abbildungen und Isometrien (euklidische Bewegungen)	140
5.7	Koordinatentransformationen	148
5.8	Das Normalformenproblem	153
6	Eigenwerttheorie	155
6.1	Eigenwerte und Eigenvektoren	155
6.2	Konjugierte Matrizen	160
6.3	Diagonalisierbarkeit	162
6.4	Symmetrische Matrizen	165
6.5	Anwendung der Eigenwerttheorie: rekursiv definierte Folgen	170

7	Hauptachsentransformation und Normalformen für Quadriken	173
7.1	Quadratische Formen	173
7.2	Quadriken	175
7.3	Hauptachsentransformation	182
Z	Zusätze	201
Z.1	Basisergänzungssatz und Dimensionsformel	201
Z.2	Skalarprodukte auf Funktionenräumen	203
Z.3	Normale Matrizen	210
Z.4	Die Jordan-Normalform	213
Z.5	Griechische Buchstaben	235
Z.6	Fraktur- und Sütterlinschriften	236
	Verzeichnisse	237
	Stichworte	237
	Symbole	248
	Literatur	251