

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	11
1. Elemente der Wahrscheinlichkeitsrechnung	13
1.1 Mengentheoretischer Ereigniskalkül	13
1.2 Ereignisfelder	20
1.3 Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsalgebra	22
1.4 Bedingte Wahrscheinlichkeiten	28
1.5 Stochastische unabhängige Ereignisse	31
1.6 Bemessung von Wahrscheinlichkeiten	32
1.61 Endliche Gleichmöglichenheitsmodelle	33
1.62 Statistische Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten	35
1.63*Geometrische Wahrscheinlichkeiten	36
Übungsaufgaben und ergänzende Hinweise I	38
2. Zufallsvariable und Wahrscheinlichkeitsverteilungen	43
2.1 Verteilungen einer Zufallsveränderlichen	45
2.11 Verteilungen einer Zufallsvariablen	45
2.12 Verteilungen einer stetigen Zufallsvariablen	51
2.13 Formale Eigenschaften von Verteilungsfunktionen	57
2.14 Typische Formen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen	57
2.15 Wahrscheinlichkeitsverteilungen als Modelle empirischer Häufigkeitsverteilungen	58
2.2 Erwartungswert, Varianz und Schwankungsintervalle von Zufallsvariablen	60
2.21 Erwartungswert und Varianz	61
2.22 Schwankungsintervalle	65
2.3 Die Normalverteilung	67
2.4 Verallgemeinerung des Erwartungswertes	72
2.41 Eigenschaften von Erwartungswerten	73
2.42*Momente	73
2.43*Momente erzeugende Funktionen	75
Übungsaufgaben und ergänzende Hinweise II	78
3. Verteilung der Häufigkeiten von Merkmalsausprägungen in einfachen Stichproben	82
3.1 Einfache Stichproben	82
3.2 Die binomische Verteilung	85
3.3 Die hypergeometrische Verteilung	90
3.4 Approximationen der binomischen und der hypergeometrischen Verteilung	95
3.41 Approximation der hypergeometrischen Verteilung durch die binomische Verteilung	95
3.42 Approximation der binomischen Verteilung durch die Normalverteilung	97
3.43 Approximation der binomischen Verteilung durch die Poissonverteilung	99
3.44 Zusammenfassung	101

3.5 Gemeinsame Verteilung der Häufigkeiten mehrerer Merkmalsausprägungen in einfachen Stichproben	103
3.51 Die multinomische Verteilung	103
3.52 Die k-dimensionale hypergeometrische Verteilung	104
3.53 Hinweise auf Approximationen	106
3.54 Empirische Häufigkeitsverteilung als Realisationen von einfachen Stichproben	106
Übungsaufgaben und ergänzende Hinweise III	107
4. Mehrdimensionale Verteilungen, Stichprobenfunktionen und Gesetze der Großen Zahlen	110
4.1 Zweidimensionale Zufallsvariable	110
4.11 Diskrete zweidimensionale Zufallsvariable	111
4.12 Stetige zweidimensionale Zufallsvariable	113
4.13 Gemeinsame Verteilungsfunktion zweidimensionaler Zufallsvariabler	115
4.14 Eigenschaften zweidimensionaler Verteilungen	116
4.15 Stochastisch unabhängige Zufallsvariable	117
4.16 Erwartungswerte und Momente der gemeinsamen Verteilung und der Randverteilung	119
4.17 Erwartungswert und Varianz einer Summe von Zufallsvariablen	121
4.2 Beispiel einer Stichprobenfunktion: Das Stichprobenmittel und seine Verteilung	123
4.3 Erwartungswert und Varianz des arithmetischen Mittels stochastisch unabhängiger Stichprobenvariabler	127
4.4 Gesetze der Großen Zahlen	131
4.41 Das schwache Gesetz der großen Zahlen	132
4.42*Das starke Gesetz der großen Zahlen	134
4.5 Der zentrale Grenzwertsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung	137
Übungsaufgaben und ergänzende Hinweise IV	142
5. Punktschätzung von Parametern	146
5.1 Eigenschaften von Schätzfunktionen	147
5.2 Methoden der Punktschätzung von Parametern	152
5.21 Methode der Momente	152
5.22 Methode der kleinsten Quadrate	153
5.23 Maximum-Likelihood-Schätzung	161
5.24 Ergänzende Hinweise	164
5.3 Punktschätzung bei einfachen Stichproben	166
Übungsaufgaben und ergänzende Hinweise V	169
6. Intervallschätzung	174
6.1 Konstruktion eines speziellen Konfidenzintervalls	175
6.2 Konfidenzintervalle bei normalverteilten Schätzern	177
6.3 Ein allgemeines Verfahren zur Konstruktion von Konfidenzintervallen	183
6.4 Verteilungsfreie Konfidenzintervalle für Quantile	186
6.5 Toleranzintervalle	189
Übungsaufgaben und ergänzende Hinweise VI	192

7. Prüfen statistischer Hypothesen	195
7.1 Bemerkungen zur statistischen Testtheorie	195
7.11 Das Problem von Fehlentscheidungen	198
7.12 Die Güte eines statistischen Testes	203
7.13 Arten statistischer Teste	206
7.2 Allgemeine Definition eines statistischen Testes	208
7.3 Beste kritische Bereiche für alternative Parameterhypothesen	210
7.31 Das Fundamentale Lemma der Testtheorie	211
7.32* Beweis des Fundamentalen Lemmas	217
Übungsaufgaben und ergänzende Hinweise VII	219
8. Signifikanzteste	221
8.1 Aus normalverteilten Schätzern abgeleitete Prüfmaße	221
8.2 Approximativ normalverteilte Prüfmaße	228
8.3 Anwendungen des χ^2-Testes	230
8.4 Ein Anwendungsbispiel für den F-Test	239
8.5 Verteilungsfreie Signifikanzteste	244
8.51 Der Anpassungstest von Smirnoff-Kolmogoroff	244
Übungsaufgaben und ergänzende Hinweise VIII	246

Anhang

Tabelle I – Zufallszahlen	254
Tabelle II – Binomialverteilung	255
Tabelle III – Poissonverteilung	258
Tabelle IV – Ordinaten der standardisierten Normalverteilung	260
Tabelle V – Flächen der standardisierten Normalverteilung	261
Tabelle VI – Zentrale Schwankungsintervalle der Normalverteilung	262
Tabelle VII – Zentrale Schwankungsintervalle der t-Verteilung	262
Tabelle VIII – Prozentpunkte der χ^2-Verteilung	263
Tabelle IX – Prozentpunkte der F-Verteilung	264
Tabelle X – Konfidenzintervalle für p	266
Tabelle XI – Konfidenzintervalle für den Korrelationskoeffizienten p	268
Tabelle XII – Zweiseitige Toleranzgrenzen	270
Tabelle XIII – Kritische Werte für den Ein-Stichproben-Smirnoff-Kolmogoroff-Test	271
Literaturverzeichnis	273
Sachverzeichnis	275