

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Werkzeuge aus der höheren Analysis</b>	<b>7</b>
1.1	Hilberträume	7
1.1.1	Zur Definition eines Hilbertraums	7
1.1.2	Orthonormalbasen	8
1.1.3	Der Hilbertraum $L_2(\mathbb{R}^d)$	10
1.2	Lineare Operatoren in Hilberträumen	12
1.2.1	Beschränkte und unbeschränkte Operatoren	12
1.2.2	Der adjungierte Operator, Symmetrie und Selbstadjungiertheit	14
1.2.3	Unitäre Operatoren	20
1.2.4	Projektionsoperatoren	21
1.2.5	Eigenschaften selbstadjungierter Operatoren	24
1.2.6	Spektrum und Resolvente	26
1.2.7	Darstellung linearer Operatoren durch halbunendliche Matrizen	32
1.2.8	Vertauschende Operatoren	34
1.3	Die Diracsche $\delta$ -Distribution	34
1.3.1	Zur Definition der $\delta$ -Distribution	35
1.3.2	Ableitung der $\delta$ -Distribution	36
1.3.3	Rechnen mit Distributionen	37
1.4	Fouriertransformation	38
1.4.1	Zur Definition der Fouriertransformation auf $L_2(\mathbb{R})$	38
1.4.2	Fouriertransformierte einer Gaußfunktion und der Integralsatz von Cauchy	39
1.4.3	Fouriertransformation der $\delta$ -Distribution	41
1.5	Das Tensorprodukt von Hilberträumen und Tensoren	42
1.6	Der Integralsatz von Stokes	47
<b>2</b>	<b>Observablen in der Quantenmechanik</b>	<b>49</b>
2.1	Orts- und Impulsoperator	50
2.2	Zur Herleitung der Schrödinger-Gleichung	54
2.3	Der Drehimpulsoperator	54
2.4	Der freie Hamiltonoperator, Friedrichssche Fortsetzung halbbeschränkter Operatoren	55

2.5	Der Störungssatz von Kato und Rellich und eine Anwendung auf den Schrödinger-Operator des Wasserstoffatoms . . . . .	60
2.6	Die kanonische Vertauschungsrelation für Ort und Impuls . . . . .	66
2.7	Die Heisenbergsche Unschärferelation . . . . .	67
2.8	Uneigentliche Eigenfunktionen und Diracsche Zustände . . . . .	69
<b>3</b>	<b>Der Spektralsatz für selbstadjungierte Operatoren</b>	<b>71</b>
<b>4</b>	<b>Die Lösung der Schrödinger-Gleichung und der Satz von Stone</b>	<b>88</b>
4.1	Ebene Wellen . . . . .	88
4.2	Der Satz von Stone . . . . .	92
4.3	Unitäre Gruppe des Impulsoperators . . . . .	100
4.4	Evolutionsooperatoren in der Quantenmechanik . . . . .	102
4.5	Zeitabhängige Schrödinger-Operatoren und unitäre Propagatoren . .	103
<b>5</b>	<b>Eine Auswahl von Schrödinger-Operatoren in der Quantenmechanik</b>	<b>105</b>
5.1	Der unendlich tiefe Potentialtopf und Randbedingungen für Eigenfunktionen . . . . .	105
5.2	Schrödinger-Gleichung mit $\delta$ -Potential . . . . .	107
5.3	Der Potentialtopf mit endlicher Tiefe . . . . .	109
5.4	Spektrum des freien Hamiltonoperators . . . . .	112
5.5	Variationelle Verfahren und das Min-Max-Prinzip . . . . .	113
5.6	Periodische Schrödinger-Operatoren . . . . .	123
5.7	Schrödinger-Operator des Helium-Atoms . . . . .	124
5.8	Magnetische Schrödinger-Operatoren . . . . .	125
5.9	Stark-Effekt . . . . .	126
5.10	Anwendungen des Einbettungssatzes von Rellich . . . . .	127
5.10.1	Potentiale mit $V(x) \rightarrow \infty$ für $ x  \rightarrow \infty$ . . . . .	127
5.10.2	Potentiale mit $V(x) \rightarrow 0$ für $ x  \rightarrow \infty$ . . . . .	130
5.11	Der harmonische Oszillator . . . . .	132
	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>137</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>141</b>