

Inhaltsverzeichnis

1 Werkzeuge aus der höheren Analysis	7
1.1 Hilberträume	7
1.1.1 Zur Definition eines Hilbertraums	7
1.1.2 Orthonormalbasen	8
1.1.3 Der Hilbertraum $L_2(\mathbb{R}^d)$	10
1.2 Lineare Operatoren in Hilberträumen	12
1.2.1 Beschränkte und unbeschränkte Operatoren	12
1.2.2 Der adjungierte Operator, Symmetrie und Selbstadjungiertheit	14
1.2.3 Unitäre Operatoren	20
1.2.4 Projektionsoperatoren	21
1.2.5 Eigenschaften selbstadjungierter Operatoren	24
1.2.6 Spektrum und Resolvente	26
1.2.7 Darstellung linearer Operatoren durch halbunendliche Matrizen	32
1.2.8 Vertauschende Operatoren	34
1.3 Die Diracsche δ -Distribution	34
1.3.1 Zur Definition der δ -Distribution	35
1.3.2 Ableitung der δ -Distribution	36
1.3.3 Rechnen mit Distributionen	37
1.4 Fouriertransformation	38
1.4.1 Zur Definition der Fouriertransformation auf $L_2(\mathbb{R})$	38
1.4.2 Fouriertransformierte einer Gaußfunktion und der Integralsatz von Cauchy	39
1.4.3 Fouriertransformation der δ -Distribution	41
1.5 Das Tensorprodukt von Hilberträumen und Tensoren	42
1.6 Der Integralsatz von Stokes	47
2 Observablen in der Quantenmechanik	49
2.1 Orts- und Impulsoperator	50
2.2 Zur Herleitung der Schrödinger-Gleichung	54
2.3 Der Drehimpulsoperator	54
2.4 Der freie Hamiltonoperator, Friedrichssche Fortsetzung halbbe- schränkter Operatoren	55

2.5	Der Störungssatz von Kato und Rellich und eine Anwendung auf den Schrödinger-Operator des Wasserstoffatoms	60
2.6	Die kanonische Vertauschungsrelation für Ort und Impuls	66
2.7	Die Heisenbergsche Unschärferelation	67
2.8	Uneigentliche Eigenfunktionen und Diracsche Zustände	69
3	Der Spektralsatz für selbstadjungierte Operatoren	71
4	Die Lösung der Schrödinger-Gleichung und der Satz von Stone	88
4.1	Ebene Wellen	88
4.2	Der Satz von Stone	92
4.3	Unitäre Gruppe des Impulsoperators	100
4.4	Evolutionsoperatoren in der Quantenmechanik	102
4.5	Zeitabhängige Schrödinger-Operatoren und unitäre Propagatoren . .	103
5	Eine Auswahl von Schrödinger-Operatoren in der Quantenmechanik	105
5.1	Der unendlich tiefe Potentialtopf und Randbedingungen für Eigenfunktionen	105
5.2	Schrödinger-Gleichung mit δ -Potential	107
5.3	Der Potentialtopf mit endlicher Tiefe	109
5.4	Spektrum des freien Hamiltonoperators	112
5.5	Variationelle Verfahren und das Min-Max-Prinzip	113
5.6	Periodische Schrödinger-Operatoren	123
5.7	Schrödinger-Operator des Helium-Atoms	124
5.8	Magnetische Schrödinger-Operatoren	125
5.9	Stark-Effekt	126
5.10	Anwendungen des Einbettungssatzes von Rellich	127
5.10.1	Potentiale mit $V(x) \rightarrow \infty$ für $ x \rightarrow \infty$	127
5.10.2	Potentiale mit $V(x) \rightarrow 0$ für $ x \rightarrow \infty$	130
5.11	Der harmonische Oszillator	132
Symbolverzeichnis		137
Literaturverzeichnis		141