

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
--------------------------	---

Kapitel VI Integralrechnung in einer Variablen

1 Sprungstetige Funktionen	4
Treppen- und sprungstetige Funktionen	4
Eine Charakterisierung sprungstetiger Funktionen	6
Der Banachraum der sprungstetigen Funktionen	7
2 Stetige Erweiterungen	9
Der Erweiterungssatz für gleichmäßig stetige Funktionen	9
Beschränkte lineare Operatoren	11
Die stetige Erweiterung beschränkter linearer Operatoren	14
3 Das Cauchy-Riemannsche Integral	16
Das Integral für Treppenfunktionen	16
Das Integral für sprungstetige Funktionen	18
Riemannsche Summen	19
4 Eigenschaften des Integrals	25
Integration von Funktionenfolgen	25
Das orientierte Integral	26
Positivität und Monotonie des Integrals	27
Komponentenweise Integration	30
Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	31
Das unbestimmte Integral	32
Der Mittelwertsatz der Integralrechnung	34
5 Die Technik des Integrierens	38
Variablensubstitution	38
Partielle Integration	40
Die Integration rationaler Funktionen	43

6	Summen und Integrale	50
	Die Bernoullischen Zahlen	50
	Rekursionsformeln	52
	Die Bernoullischen Polynome	53
	Die Euler-Maclaurinsche Summenformel	54
	Potenzsummen	56
	Asymptotische Äquivalenz	57
	Die Riemannsche ζ -Funktion	59
	Die Sehnentrapezregel	64
7	Fourierreihen	68
	Das L_2 -Skalarprodukt	68
	Die Approximation im quadratischen Mittel	70
	Orthonormalsysteme	72
	Die Integration periodischer Funktionen	73
	Fourierkoeffizienten	74
	Klassische Fourierreihen	75
	Die Besselsche Ungleichung	79
	Vollständige Orthonormalsysteme	80
	Stückweise stetig differenzierbare Funktionen	83
	Gleichmäßige Konvergenz	84
8	Uneigentliche Integrale	91
	Zulässige Funktionen	91
	Uneigentliche Integrale	91
	Der Integralvergleichssatz für Reihen	94
	Absolut konvergente Integrale	95
	Das Majorantenkriterium	96
9	Die Gammafunktion	100
	Die Eulersche Integraldarstellung	100
	Die Gammafunktion auf $\mathbb{C} \setminus (-\mathbb{N})$	101
	Die Gaußsche Darstellung	102
	Die Ergänzungsformel	106
	Die logarithmische Konvexität der Gammafunktion	107
	Die Stirlingsche Formel	110
	Das Eulersche Betaintegral	113

Kapitel VII Differentialrechnung mehrerer Variabler

1	Stetige lineare Abbildungen	120
	Die Vollständigkeit von $\mathcal{L}(E, F)$	120
	Endlichdimensionale Banachräume	121
	Matrixdarstellungen	124
	Die Exponentialabbildung	127
	Lineare Differentialgleichungen	130
	Das Gronwallsche Lemma	131
	Die Variation-der-Konstanten-Formel	133
	Determinanten und Eigenwerte	135
	Fundamentalmatrizen	139
	Lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung	143
2	Differenzierbarkeit	152
	Die Definition	152
	Die Ableitung	153
	Richtungsableitungen	155
	Partielle Ableitungen	157
	Die Jacobimatrix	159
	Ein Differenzierbarkeitskriterium	159
	Der Rieszsche Darstellungssatz	161
	Der Gradient	163
	Komplexe Differenzierbarkeit	165
3	Rechenregeln	170
	Linearität	170
	Die Kettenregel	170
	Die Produktregel	173
	Mittelwertsätze	173
	Die Differenzierbarkeit von Funktionenfolgen	175
	Notwendige Bedingungen für lokale Extrema	175
4	Multilineare Abbildungen	178
	Stetige multilineare Abbildungen	178
	Der kanonische Isomorphismus	180
	Symmetrische multilineare Abbildungen	182
	Die Ableitung multilinearer Abbildungen	182
5	Höhere Ableitungen	186
	Definitionen	186
	Partielle Ableitungen höherer Ordnung	189
	Die Kettenregel	191
	Taylorsche Formeln	191

	Funktionen von m Variablen	193
	Hinreichende Kriterien für lokale Extrema	194
6	Nemytskiioperatoren und Variationsrechnung	202
	Nemytskiioperatoren	202
	Die Stetigkeit von Nemytskiioperatoren	203
	Die Differenzierbarkeit von Nemytskiioperatoren	204
	Die Differenzierbarkeit von Parameterintegralen	207
	Variationsprobleme	209
	Die Euler-Lagrangesche Gleichung	211
	Klassische Mechanik	215
7	Umkehrabbildungen	219
	Die Ableitung der Inversion linearer Abbildungen	219
	Der Satz über die Umkehrabbildung	221
	Diffeomorphismen	224
	Die Lösbarkeit nichtlinearer Gleichungssysteme	225
8	Implizite Funktionen	228
	Differenzierbare Abbildungen auf Produkträumen	228
	Der Satz über implizite Funktionen	230
	Reguläre Werte	233
	Gewöhnliche Differentialgleichungen	234
	Separation der Variablen	236
	Lipschitz-Stetigkeit und Eindeutigkeit	240
	Des Satz von Picard-Lindelöf	242
9	Mannigfaltigkeiten	250
	Untermannigfaltigkeiten des $\mathbb{R}^n$	250
	Graphen	251
	Der Satz vom regulären Wert	251
	Der Immersionssatz	253
	Einbettungen	255
	Lokale Karten und Parametrisierungen	260
	Kartenwechsel	263
10	Tangenten und Normalen	268
	Das Tangential in $\mathbb{R}^n$	268
	Der Tangentialraum	269
	Charakterisierungen des Tangentialraumes	273
	Differenzierbare Abbildungen	274
	Das Differential und der Gradient	277
	Normalen	279
	Extrema mit Nebenbedingungen	280
	Anwendungen der Lagrangeschen Multiplikatorenregel	281

Kapitel VIII Kurvenintegrale

1	Kurven und ihre Länge	289
	Die totale Variation	289
	Rektifizierbare Wege	290
	Differenzierbare Kurven	292
	Rektifizierbare Kurven	295
2	Kurven in $\mathbb{R}^n$	300
	Tangenteneinheitsvektoren	300
	Parametrisierungen nach der Bogenlänge	301
	Orientierte Basen	302
	Das Frenetsche n -Bein	303
	Die Krümmung ebener Kurven	306
	Eine Kennzeichnung von Geraden und Kreisen	308
	Krümmungskreise und Evoluten	309
	Das Vektorprodukt	310
	Die Krümmung und die Torsion von Raumkurven	312
3	Pfaffsche Formen	316
	Vektorfelder und Pfaffsche Formen	316
	Die kanonischen Basen	318
	Exakte Formen und Gradientenfelder	320
	Das Poincarésche Lemma	323
	Duale Operatoren	325
	Transformationsregeln	326
	Moduln	330
4	Kurvenintegrale	335
	Die Definition	335
	Elementare Eigenschaften	337
	Der Hauptsatz über Kurvenintegrale	339
	Einfach zusammenhängende Mengen	341
	Die Homotopieinvarianz des Kurvenintegrals	342
5	Holomorphe Funktionen	349
	Komplexe Kurvenintegrale	349
	Holomorphie	352
	Der Cauchysche Integralsatz	353
	Die Orientierung der Kreislinie	355
	Die Cauchysche Integralformel	355
	Analytische Funktionen	357
	Der Satz von Liouville	359
	Die Fresnelschen Integrale	359
	Das Maximumprinzip	361

Harmonische Funktionen	362
Der Satz von Goursat	364
Der Weierstraßsche Konvergenzsatz	366
6 Meromorphe Funktionen	371
Die Laurentsche Entwicklung	371
Hebbare Singularitäten	375
Isolierte Singularitäten	376
Einfache Pole	379
Die Windungszahl	381
Die Stetigkeit der Umlaufzahl	385
Der allgemeine Cauchysche Integralsatz	387
Der Residuensatz	389
Fourierintegrale	390
Literaturverzeichnis	399
Index	401