

TABLE DES MATIERES

Chapitre 1. Ce que MAPLE peut faire pour vous	1
I. Arithmétique	1
II. Calculs numériques.....	1
III. Calculs polynomiaux et rationnels	2
IV. Calculs trigonométriques	3
V. Calcul de dérivées.....	4
VI. Développements limités	4
VII. Résolution d'équations et de systèmes différentiels	5
VIII. Intégration.....	6
IX. Tracé de courbes	7
X. Tracé de surfaces	9
XI. Algèbre linéaire.....	10
 Chapitre 2. Introduction	 11
I. Premiers pas.....	11
I.1. Entrée d'une expression.....	11
I.2. Opérateurs, fonctions et constantes.....	13
I.3. Premiers calculs	14
II. Affectation et évaluation	16
II.1. Identificateurs.....	16
II.2. Affectation.....	16
II.3. Variables libres et évaluation	17
II.4. Règle d'évaluation complète.....	19
II.5. Utilisation des apostrophes : évaluation différée.....	20
III. Opérations fondamentales.....	22
III.1. La fonction <i>expand</i>	23
III.2. La fonction <i>factor</i>	24
III.3. La fonction <i>combine</i>	26
III.4. La fonction <i>normal</i>	27
III.5. Utilisation de <i>convert</i> en trigonométrie.....	28
III.6. Première approche de la fonction <i>simplify</i>	30
III.7. Simplification de radicaux : <i>radnormal</i> et <i>rationalize</i>	34
III.8. Les fonctions <i>collect</i> et <i>sort</i>	35

IV. Première approche des fonctions.....	38
IV.1. Fonctions d'une variable.....	38
IV.2. Fonctions de plusieurs variables.....	39
IV.3. Ne pas confondre fonctions et expressions.....	40
IV.4. Passerelles entre expressions et fonctions.....	41
V. Simplification des fonctions puissances.....	42
V.1. Définition des fonctions <i>exp</i> , <i>ln</i> et puissance.....	42
V.2. La fonction <i>simplify</i>	45
 Chapitre 3. Arithmétique.....	 49
I. Divisibilité.....	49
I.1. Quotient et reste.....	49
I.2. P.g.c.d. et algorithme d'Euclide.....	50
I.3. Décomposition en facteurs premiers.....	52
I.4. Congruences.....	52
II. Equations diophantiennes.....	54
II.1. Théorème chinois.....	54
II.2. Résolution d'équations modulo n	54
II.3. Equations classiques.....	55
 Chapitre 4. Nombres réels, Nombres complexes.....	 57
I. Les nombres réels.....	57
I.1. Ecriture à l'écran des nombres réels.....	57
I.2. Valeur décimale approchée des réels.....	59
I.3. Développement d'un réel en fraction continue.....	61
II. Les nombres complexes.....	62
II.1. Les différents types de complexes.....	62
II.2. Forme algébrique des complexes.....	63
II.3. Forme trigonométrique des complexes.....	65
II.4. Calcul sur des expressions à coefficients complexes.....	66
II.5 Valeur décimale approchée des complexes.....	67
 Chapitre 5. Graphiques en 2D.....	 69
I. Courbes $y=f(x)$	69
I.1. Représentation graphique d'une expression.....	69
I.2. Représentation graphique d'une fonction.....	71
I.3. Tracé simultané de plusieurs courbes.....	73
I.4. Tracé d'une famille de courbes.....	73
II. L'Environnement de <i>plot</i>	75
II.1. Le menu de <i>plot</i> sous Windows.....	75
II.2. Les options de <i>plot</i>	76

III. Courbes paramétrées en cartésiennes	80
III.1. Tracé d'une courbe paramétrée	80
III.2. Tracé simultané de plusieurs courbes paramétrées	82
III.3. Tracé d'une famille de courbes paramétrées	83
IV. Courbes en polaires	85
IV.1. Tracé d'une courbe en polaire	85
IV.2. Tracé d'une famille de courbes en coordonnées polaires.....	87
V. Courbes définies implicitement	88
V.1. Tracé d'une courbe définie implicitement.....	88
V.2. Tracé simultané de plusieurs courbes implicites.....	89
V.3. Précision du tracé des courbes implicites	90
VI. Tracés polygonaux.....	91
VI.1. Tracé de lignes polygonales.....	91
VI.2. Tracé de polygones.....	91
VII. Mélange de Dessins.....	93
VII.1. Comment fonctionne <i>plot</i>	93
VII.2. La fonction <i>display</i>	94
VII.3. Tracés de courbes avec des styles de traits différents.....	95
VIII. Utilisation d'échelles logarithmiques	96
 Chapitre 6. Equations & inéquations	 97
I. Résolution exacte	97
I.1. Equations polynomiales à une variable.....	97
I.2. Autres équations à une variable.....	101
I.3. Systèmes d'équations.....	103
I.4. Résolution de certaines inéquations.....	105
II. Résolution approchée d'équations : <i>fsolve</i>	107
II.1. Equations algébriques à une variable	107
II.2. Autres équations à une variable	108
II.3. Systèmes d'équations	109
III. Résolution des récurrences : <i>rsolve</i>	111
III.1. Récurrences linéaires.....	111
III.2. Récurrences homographiques	113
III.3. Autres relations de récurrence	114
 Chapitre 7. Limites & dérivées	 115
I. Limites.....	115
I.1. Limite d'expressions.....	115
I.2. Limite de fonctions	117
I.3. Limite d'expressions dépendant de paramètres	118
I.4. Limite des fonctions de plusieurs variables.....	119

II. Dérivées.....	120
II.1. Dérivées des expressions d'une seule variable.....	120
II.2. Dérivées partielles des expressions de plusieurs variables.....	121
II.3. Dérivées des fonctions d'une variable.....	122
II.4. Dérivées partielles des fonctions de plusieurs variables	123
II.5. Comment poser un problème différentiel	124
Chapitre 8. Développements limités	127
I. La fonction <i>series</i>	127
I.1. Obtention de développements limités	127
I.2. Développements généralisés.....	129
I.3. Partie régulière d'un développement.....	130
I.4. Obtention d'un équivalent	131
I.5. Les limites de la fonction <i>series</i>	132
II. Opération sur les développements limités.....	133
II.1. Sommes, quotients, produits de développements limités.....	133
II.2. Composés et inverses de développements limités	134
II.3. Intégration d'un développement limité	136
III. Développement d'une fonction implicite	136
III.1. Evaluation de <i>RootOf</i> (p, y, b)	136
III.2. Développement limité d'une fonction implicite	137
Chapitre 9. Equations différentielles	141
I. Méthodes exactes de résolution.....	141
I.1. Equation différentielle d'ordre 1	141
I.2. Equation différentielle d'ordre supérieur.....	145
I.3. Equations classiques	147
I.4. Système d'équations différentielles	148
II. Méthodes de résolution approchée	151
II.1. Résolution numérique d'une équation d'ordre 1	151
II.2. Résolution numérique d'une équation d'ordre supérieur.....	153
II.3. Résolution par détermination d'un développement limité	155
III. Méthodes graphiques de résolution : <i>DEplot</i>	156
III.1. Cas d'une équation différentielle d'ordre 1	156
III.2. Les options de <i>DEplot</i> pour une équation différentielle.....	157
III.3. Cas d'une équation différentielle d'ordre n	159
III.4. Nécessité de l'option <i>limitrange</i>	160
III.5. Cas d'un système différentiel d'ordre 1	161
III.6. Les options de <i>DEplot</i> pour un système différentiel.....	162
III.7. Etude d'un exemple	163

Chapitre 10. Intégration et sommation	167
I. Intégration	167
I.1. Calcul exact d'intégrales et de primitives.....	167
I.2. Intégrales généralisées	169
I.3. Forme inerte <i>Int</i>	170
I.4. Evaluation numérique d'intégrales	171
II. Opérations sur les formes non évaluées	172
II.1. Intégration par parties.....	172
II.2. Changement de variable dans une intégrale	173
II.3. Dérivation sous le signe intégral	175
II.4. Développement limité d'une primitive.....	176
III. Sommation discrète	178
III.1. Sommes indéfinies	178
III.2. Sommes finies	180
 Chapitre 11. Graphiques en 3D	 181
I. Surfaces $z=f(x,y)$	181
I.1. Tracé d'une surface où z est définie par expression	181
I.2. Tracé d'une surface où z est définie par une fonction	183
I.3. Tracé simultané de plusieurs surfaces.....	184
II. L'environnement de <i>plot3d</i>	185
II.1. Le menu de <i>plot3d</i> sous Windows.....	185
II.2. Les options de <i>plot3d</i>	187
III. Nappes paramétrées en cartésiennes.....	191
IV. Nappes paramétrées en cylindriques	192
V. Nappes paramétrées en sphériques	194
VI. Courbes paramétrées de l'espace	195
VI.1. Tracé d'une courbe paramétrée	195
VI.2. Tracé simultané de plusieurs courbes paramétrées	196
VII. Surfaces définies implicitement.....	196
VIII. Mixage de dessins d'origines différentes.....	198
 Chapitre 12. Polynômes à coefficients rationnels	 201
I. Ecriture des polynômes	201
I.1. Rappels : <i>collect</i> , <i>sort</i> , <i>expand</i>	201
I.2. Indéterminées d'un polynôme.....	203
I.3. Valeur d'un polynôme en un point.....	204
II. Coefficients d'un polynôme	205
II.1. Degré et valuation.....	205
II.2. Obtention des coefficients	206

III. Divisibilité.....	207
III.1. La fonction <i>divide</i>	207
III.2. Division euclidienne.....	209
III.3. Résultant et discriminant.....	210
IV. P.g.c.d. et p.p.c.m.	211
IV.1. Les fonctions <i>gcd</i> et <i>lcm</i>	211
IV.2. Contenu et partie primitive.....	212
IV.3. Algorithme d'Euclide étendu : la fonction <i>gcdex</i>	214
V. Factorisation.....	215
V.1. Décomposition en facteurs irréductibles.....	215
V.2. Factorisation sans facteurs multiples.....	216
V.3. Test d'irréductibilité.....	217
 Chapitre 13. Polynômes à coefficients non rationnels	 219
I. Extensions algébriques de $\mathcal{Q}$	219
I.1. Factorisation des polynômes à coefficients algébriques.....	219
I.2. Test d'irréductibilité.....	220
I.3. Racines d'un polynôme.....	221
I.4. La fonction <i>RootOf</i>	222
I.5. Valeurs numériques d'expressions contenant des <i>RootOf</i>	226
I.6. Conversion de <i>RootOf</i> en radicaux.....	228
II. Calcul dans une extension algébrique.....	229
II.1. Factorisation dans une extension algébrique	229
II.2. Incompatibilité entre radicaux et <i>RootOf</i>	231
II.3. Autres fonctions utilisables dans une extension algébrique.....	232
II.4. Factorisation d'un polynôme dans son corps des racines.....	233
II.5. Divisibilité de polynômes à coefficients algébriques.....	233
II.6. P.g.c.d. de polynômes à coefficients algébriques.....	234
III. Polynômes à coefficients dans $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$	236
III.1. Calculs polynomiaux élémentaires dans $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$	236
III.2. Divisibilité de polynômes à coefficients dans $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$	237
III.3. P.g.c.d. de polynômes à coefficients dans $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$	237
III.4. Division euclidienne et algorithme d'Euclide étendu.....	238
III.5. Factorisation des polynômes à coefficients dans $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$	239
 Chapitre 14. Fractions rationnelles	 241
I. Ecriture des fractions rationnelles.....	241
I.1. Mise sous forme irréductible	241
I.2. Numérateur et dénominateur.....	242
II. Factorisation des fractions rationnelles.....	243
II.1 Fractions rationnelles à coefficients rationnels.....	243
II.2. Fractions rationnelles à coefficients quelconques	244
II.3. Factorisation dans une extension algébrique	244

III. Décomposition en éléments simples	245
III.1. Décomposition d'une fraction dans $\mathcal{Q}(X)$	245
III.2. Décomposition d'une fraction dans $\mathcal{R}(X)$ ou dans $\mathcal{C}(X)$	246
III.3. Décomposition d'une fraction dépendant de paramètres	248
IV. Développement en fraction continue	249
 Chapitre 15. Création de vecteurs et de matrices	251
I. La bibliothèque <i>linalg</i>	251
II. Vecteurs	252
II.1. Définition des vecteurs	252
II.2. Dimension et composantes d'un vecteur	253
III. Matrices	254
III.1. Définition de matrices	254
III.2. Dimensions et coefficients d'une matrice	256
IV. Problèmes d'évaluation	257
IV.1. Evaluation des vecteurs	257
IV.2. Evaluation des matrices	259
IV.3. Exemple d'utilisation de matrices de taille variable	260
V. Matrices remarquables	262
V.1. Matrice diagonale, matrice identité	262
V.2. Matrice tri-diagonale ou multi-diagonale	262
V.3. Matrice de Vandermonde	263
V.4. Matrice de Hilbert	264
V.5. Matrice de Sylvester, matrice de Bézout	264
V.6. Matrice d'un système d'équations	265
VI. Vecteurs et matrices aléatoires	265
VI.1. Vecteurs aléatoires	265
VI.2. Matrices aléatoires	266
VII. Fonctions d'extraction de matrices	267
VII.1. Sous-matrice	267
VII.2. Vecteur colonne et vecteur ligne	268
VIII. Fonction de construction de matrices	269
VIII.1. Matrices diagonales par blocs	269
VIII.2. Matrice définie par blocs	270
VIII.3. Juxtaposition et empilement de matrices	270
VIII.4. Transfert d'une matrice dans une autre	271
 Chapitre 16. Calcul vectoriel et matriciel	273
I. Opérations sur vecteurs et matrices	273
I.1. Combinaisons linéaires de vecteurs	273
I.2. Combinaison linéaire de matrices	275
I.3. Transposition de matrices et de vecteurs	276

I.4. Produit d'une matrice par un vecteur	277
I.5. Produit de matrices	277
I.6. Inverse d'une matrice	278
I.7. Puissances de matrices carrées	278
I.8. L'opérateur de multiplication $\&*$	280
II. Base d'un sous-espace vectoriel	282
II.1. Sous-espace défini par des générateurs.....	282
II.2. Noyau d'une matrice	283
II.3. Sous-espace engendré par les rangées d'une matrice.....	283
II.4. Sous-espace défini par des équations.....	284
II.5. Intersection et somme de sous-espaces vectoriels.....	285
II.6. Rang d'une matrice	285
II.7. Un exercice sur les matrices commutantes	287
 Chapitre 17. Systèmes d'équations linéaires	289
I. Résolution d'un système linéaire.....	289
I.1. Système linéaire donné matriciellement	289
I.2. Système linéaire donné par des équations.....	292
II. Méthode du pivot	294
II.1. Opérations sur les lignes et les colonnes d'une matrice.....	294
II.2. La fonction <i>pivot</i>	295
II.3. Réduction de Gauss : la fonction <i>gausselim</i>	296
II.4. Réduction de Gauss sans dénominateur : <i>ffgausselim</i>	298
II.5. Paramètres optionnels de <i>gausselim</i> et <i>ffgausselim</i>	299
II.6. Réduction de Gauss Jordan	300
 Chapitre 18. Réduction des matrices	303
I. Déterminant, polynôme caractéristique.....	303
I.1. Déterminant d'une matrice	303
I.2. Matrice caractéristique et polynôme caractéristique.....	304
I.3 Polynôme minimal d'une matrice	305
II. Eléments propres d'une matrice.....	306
II.1. Valeurs propres	306
II.2. Vecteurs propres d'une matrice	308
II.3. Cas des matrices possédant un élément de type <i>float</i>	311
II.4. La fonction inerte <i>Eigenvals</i>	312
II.5. Réduction à la forme de Jordan	313

Chapitre 19. Orthogonalité	315
I. Espaces vectoriels euclidiens, hermitiens	315
I.1. Produit scalaire, produit scalaire hermitien	315
I.2. Norme	316
I.3. Produit vectoriel	317
I.4. Procédé de Gram-Schmidt	317
I.5. Matrices symétriques réelles positives, définies positives	318
I.6. Transconjugée d'une matrice	320
I.7. Matrice orthogonale	321
I.8. Réduction des matrices symétriques réelles	321
II. Polynômes orthogonaux	323
II.1. Polynômes de Tchebycheff de première espèce	323
II.2. Polynômes de Tchebycheff de seconde espèce	323
II.3. Polynômes de Hermite	324
II.4. Polynômes de Laguerre	325
II.5. Polynômes de Legendre et de Jacobi	325
II.6. Polynômes de Gegenbauer	326
Chapitre 20. Analyse vectorielle	327
I. Matrice jacobienne, divergence	327
I.1. Matrice jacobienne	327
I.2. Divergence d'un champ de vecteurs	328
II. Gradient, laplacien, rotationnel	329
II.1. Gradient	329
II.2. Laplacien d'une expression	329
II.3. Matrice hessienne	331
II.4. Rotationnel d'un champ de vecteurs	332
III. Potentiel scalaire, potentiel vecteur	332
III.1. Potentiel scalaire d'un champ de vecteurs	332
III.2. Champ de vecteurs dérivant d'un potentiel vecteur	333
Chapitre 21. Les objets de MAPLE	335
I. Expressions élémentaires	335
I.1. Les types $+$ $*$ et $^{\wedge}$	335
I.2. Les fonctions <i>whattype</i> , <i>op</i> et <i>nops</i>	335
I.3. Le type <i>function</i>	337
I.4. Structure des expressions mathématiques élémentaires	338
II. Valeurs numériques réelles et complexes	339
II.1. Les valeurs de type <i>numeric</i>	340
II.2. Les valeurs de type <i>realcons</i>	342
II.3. Les valeurs complexes	344

III. Autres objets Maple	345
III.1. Expression séquence.....	345
III.2. Intervalles	349
III.3. Ensemble et listes	351
III.4. Intégrales non évaluées.....	355
III.5. Polynômes.....	356
III.6. Développements limités.....	358
III.7. Objets de type <i>boolean</i>	360
IV. Tables et tableaux.....	362
IV.1. Tables	362
IV.2. Tableaux	364
 Chapitre 22. Travailler plus finement sur les sous-expressions	367
I. Les fonctions de substitution.....	367
I.1. La fonction <i>subs</i>	367
I.2. La fonction <i>subsop</i>	371
II. La fonction <i>map</i>	372
II.1. Utilisation de <i>map</i> avec une fonction à un seul argument	372
II.2. Utiliser <i>map</i> avec une fonction à plusieurs arguments	374
II.3. Utiliser <i>map</i> pour travailler sur une séquence.....	375
II.4. Se dispenser d'utiliser <i>map</i>	376
 Chapitre 23. Programmation : boucles et branchements	379
I. Les boucles.....	379
I.1. Boucle <i>for</i> avec compteur numérique	379
I.2. Boucle <i>for</i> portant sur des opérandes.....	381
I.3. Comment écrire une boucle sur plusieurs lignes	382
I.4. Echo à l'écran des instructions d'une boucle	383
I.5. Oubli du <i>od</i> final de boucle	383
I.6. Boucles imbriquées et écho à l'écran : <i>printlevel</i>	384
I.7. Se dispenser d'utiliser une boucle <i>for</i>	386
I.8. Boucle <i>while</i>	387
I.9. <i>next</i> et <i>break</i>	388
II. Branchements.....	389
II.1. Le branchement conditionnel <i>if... then ... elif... else</i>	389
II.2. La logique trois états de Maple	390

Chapitre 24. Programmation : fonctions et procédures	393
I. Fonctions	393
I.1. Définition et écriture d'une fonction simple	393
I.2. Utilisation d'une fonction	394
I.3. Fonction utilisant des tests	395
I.4. Problème d'évaluation pour une fonction	398
I.5. Nombre d'arguments transmis à une fonction	398
I.6. Autres façons d'écrire une fonction	400
I.7. Valeurs particulières d'une fonction : table de <i>remember</i>	401
II. Procédures	404
II.1. Définition et appel d'une procédure	404
II.2. Variables locales et variables globales	406
II.3. Procédure récursive	408
II.4. Table de <i>remember</i> contre récursivité	409
II.5. Structure d'un objet fonction ou procédure	411
III. Au sujet du passage de paramètres	412
III.1. Vérification automatique du type des arguments	412
III.2. Test du nombre et de la nature des arguments transmis	413
III.3. Comment tester un type	414
III.4. Procédure modifiant la valeur de certains paramètres	416
III.5. Procédures avec un nombre variable d'arguments	417
III.6. Procédure avec un nombre indéterminé d'arguments	418
IV. Suivi de l'exécution d'une procédure	420
IV.1. La variable <i>printlevel</i>	420
IV.2. Les fonctions <i>userinfo</i> et <i>infolevel</i>	421
V. Sauver et relire une procédure	423
 Annexe A. Les fonctions mathématiques	 425
I. Catalogue des fonctions mathématiques	425
I.1. Fonctions arithmétiques	426
I.2. Fonctions de dénombrement et fonction Γ	426
I.3. Exponentielles, logarithmes, et fonction hypergéométrique	427
I.4. Fonctions trigonométriques circulaires et hyperboliques	427
I.5. Fonctions trigonométriques réciproques	428
I.6. Exponentielle intégrale et fonctions voisines	429
I.7. Fonctions de Bessel	430
I.8. Fonctions de Legendre	432
II. Comment travaille une fonction Maple ?	433
II.1. Valeurs numériques retournées	433
II.2. Un exemple : la fonction <i>arcsin</i>	433
II.3. Cas des fonctions <i>builtin</i>	435
II.4. Table de <i>remember</i>	436

Annexe B. Environnement Maple sous Windows	437
I. La feuille de calcul Maple	437
I.1. La barre de menu	438
I.2. Le menu <i>File</i>	439
I.3. Le menu <i>Edit</i>	441
I.4. Le menu <i>Format</i>	442
I.5. Le menu <i>View</i>	444
I.6. Le menu <i>Options</i>	445
II. Aide en ligne	447
II.1. Le menu <i>Help</i>	447
II.2. Accès direct à l'aide.....	448
II.3. Structure d'une fiche d'aide.....	448
 Index	 451
 Messages d'erreur	 461