

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung	1
2 Punktkinematik	2
2.1 Ortsvektor, Linienelement und Tangentenvektor	2
2.2 Geschwindigkeitsvektor	3
2.3 Beschleunigungsvektor, Hauptnormalenvektor und Krümmung	4
2.4 Binormalenvektor und Verwindung	6
2.5 Übergang auf allgemeine Koordinaten	6
2.6 Sechs Grundaufgaben bei gegebener Bahn	10
2.7 Relativbewegung	11
2.8 Ebene Relativbewegung	13
2.9 Ebene Relativbewegung in Komponenten	14
2.10 Spezielle ebene Bewegungen	15
2.10.1 Translation des Bezugssystems	15
2.10.2 Rotation des Bezugssystems	15
2.10.3 Kreisbewegung	15
2.10.4 Ebene Bewegung in Polarkoordinaten	16
2.11 Beispiele	18
2.11.1 Begegnung von zwei Fahrzeugen	18
2.11.2 Bewegung mit konstanter Tangentialbeschleunigung	20
2.11.3 Bewegung mit geschwindigkeitsabhängiger Tangentialbeschleunigung	20
2.11.4 Geschwindigkeitsmessung bei Flugzeugen	21
2.11.5 Flußüberquerung	22
2.11.6 Spiralbewegung	23
3 Kinetik des Massenpunktes	25
3.1 Die Newtonschen Gesetze	25
3.2 Kinetische Grundgleichung	26
3.3 Masse und Gravitation	26
3.4 Trägheitskraft und d'Alembertsche Hilfskraft	27
3.5 Drehimpulssatz	28
3.6 Arbeit, Energie und Leistung	29
3.7 Aufteilung des Systems	31
3.8 Prinzip der virtuellen Arbeit und Prinzip von D'ALEMBERT	33
3.9 Äußeres Kräftepotential, elastisches Potential und Zwangsbedingungen	34
3.10 Nicht-konservative Kräfte	36
3.11 Die Gleichungen von LAGRANGE	37

3.12	Die Lagrange-Rayleigh-Gleichungen	37
3.13	Wichtige Lösungsverfahren	38
3.14	Beispiele	38
3.14.1	Anfahren eines Fahrstuhles	38
3.14.2	Freier Fall mit und ohne Luftwiderstand	40
3.14.3	Wurfbahn einer Punktmasse bei Vernachlässigung des Luftwiderstandes	41
3.14.4	Schuß auf fliegendes Objekt	44
3.14.5	Punktmasse auf schiefer Ebene ohne Anfangsgeschwindigkeit	46
3.14.6	Punktmasse auf schiefer Ebene mit beliebigem Anfangsgeschwindigkeitsvektor	48
3.14.7	Punktmasse auf schiefer Ebene mit Coulombreibung und Anfangsgeschwindigkeit in Gefällerrichtung	49
3.14.8	Punktmasse auf schiefer Ebene mit geschwindigkeitsproportionaler Reibung und Anfangsgeschwindigkeit in Gefällerrichtung	49
3.14.9	Punktmasse auf schiefer Ebene mit Coulombreibung und beliebigem Anfangsgeschwindigkeitsvektor	51
3.14.10	Punktmasse auf schiefer Ebene mit geschwindigkeitsproportionaler Reibung und beliebigem Anfangsgeschwindigkeitsvektor	51
3.14.11	Grenzgeschwindigkeiten eines Personenwagens auf gekrümmter und überhöhter Fahrbahn	52
3.14.12	Kurbeltrieb mit Punktmasse	53
3.14.13	Antriebskraft und Zwangskraft bei der Bewegung einer Punktmasse auf spiralförmiger Bahn	54
3.14.14	Punktmasse auf einer Kegelfläche	55
3.14.15	Punktmasse auf rollender oder gleitender Kreisscheibe	59
3.14.16	Freier Fall eines Meteors	61
3.14.17	Freier Fall mit Berücksichtigung der Erddrehung	62
3.14.18	Punktmasse im rotierenden System	66
4	Schwingungen der Punktmasse	68
4.1	Freie Schwingungen der Punktmasse mit einem Freiheitsgrad	68
4.1.1	Punktmasse im elastischen System	68
4.1.2	Mathematisches Pendel	73
4.1.3	Punktmasse im elastischen System mit geschwindigkeitsproportionaler Dämpfung	76
4.1.4	Punktmasse im elastischen System mit konstanter Dämpfungskraft	81
4.2	Erzwungene Schwingungen der Punktmasse mit einem Freiheitsgrad	83
4.2.1	Kinematisch erregte Schwingungen der Punktmasse im elastischen System	83
4.2.2	Dynamisch erregte Schwingungen der Punktmasse im elastischen System	87
4.2.3	Kinematisch erregte Schwingungen der Punktmasse im elastischen System bei geschwindigkeitsproportionaler Dämpfung	89
4.2.4	Dynamisch erregte Schwingungen der Punktmasse im elastischen System bei geschwindigkeitsproportionaler Dämpfung	95

4.2.5	Beliebig erregte Schwingungen der Punktmasse im elastischen System bei geschwindigkeitsproportionaler Dämpfung	96
4.3	Beispiele	97
4.3.1	Verschiedene Federanordnungen	97
4.3.2	Feder-Dämpfer-Systeme als rheologische Modelle	99
4.3.3	Punktmasse an vier Federn und einem Dämpfer	102
4.3.4	Pendel mit Feder	104
4.3.5	Sphärisches Pendel	104
4.3.6	Einfluß der Erddrehung bei Pendelschwingungen (Versuch von FOUCAULT)	108
4.3.7	Isochrones Pendel (Zykloidenpendel)	110
4.3.8	Kinematisch erregtes Masse-Feder-System mit geschwindigkeitsproportionaler Dämpfung	112
4.3.9	Dynamisch erregtes Masse-Feder-System mit geschwindigkeitsproportionaler Dämpfung	113
4.4	Bewegung der Punktmasse bei mehreren Freiheitsgraden	113
5	Punktmassenkinetik	113
5.1	Definitionen	113
5.2	Gleichgewicht der Einzelmasse	114
5.3	Schwerpunktsatz	115
5.4	Impulssatz	115
5.5	Drehimpulssatz	117
5.6	Energiesatz	118
5.7	Aufteilung des Systems, Prinzip der virtuellen Arbeit und Prinzip von D'ALEMBERT	119
5.8	Übergang auf allgemeine Koordinaten	124
5.9	Gleichungen von LAGRANGE und RAYLEIGH	125
5.10	Hamiltonsches Prinzip	126
5.11	Stoßvorgänge	127
5.11.1	Gerader Stoß ohne Energieverlust	127
5.11.2	Gerader Stoß mit Energieverlust	129
5.12	Planetenbewegung und Zweikörperproblem	131
5.13	Systeme mit veränderlicher Gesamtmasse	140
5.13.1	Behandlung von Systemen mit stetig veränderlicher Gesamtmasse	140
5.13.2	Raketenprobleme	141
5.14	Beispiele	144
5.14.1	Zwei gekoppelte Punktmassen mit zwei Federn	144
5.14.2	Zwei Massen an vier Federn und zwei Dämpfern	146
5.14.3	Gekoppelte Pendel	148
5.14.4	Doppelpendel	150
5.14.5	Messung der Erdbeschleunigung (Fallmaschine von Arwood)	152
5.14.6	Vier Massen an einem über fünf Rollen geführten Seil	153
5.14.7	Umsteigen einer Person aus einem fahrenden Boot in ein anderes	154
5.14.8	Freier Fall auf elastische Unterlage	155
5.14.9	Stoß beim Rangieren von Eisenbahnwagen	158
5.14.10	Wagen mit Flüssigkeitsbehälter	163
5.14.11	Aus horizontaler Lagerung herabgleitende Kette	164
5.15	Lineare Elastokinetik	167
5.15.1	Definitionen und Ausgangsgleichungen für Dehnschwingungen	167

5.15.2	Kinematisches Verfahren für Dehnschwingungen	170
5.15.3	Verfahren der inneren Kraftgrößen für Dehnschwingungen	171
5.15.4	Regeln für die Eigenfrequenzen	174
5.15.5	Vergleich des Verfahrens der inneren Kraftgrößen mit dem kinematischen Verfahren	180
5.15.6	Orthogonalität der Eigenschwingungen	181
5.16	Linear-elastische longitudinal schwingende Punktmassenketten und Drehschwingungssysteme	182
5.16.1	Matrix der Richtungskosinus, Steifigkeitsmatrix und inverse Massenmatrix	182
5.16.2	Untere und obere Schranken der Eigenfrequenzen	183
5.16.3	Übergang zu linear-elastischen Drehschwingungssystemen	185
5.16.4	Zeichnerisches Verfahren von BARANOW	187
5.16.5	Homogene linear-elastische Punktmassen- und Drehschwingungsketten	196
5.16.6	Homogene linear-elastische Punktmassen- und Drehschwingungsketten mit Zusatzmasse	198
5.17	Biegeschwingungen und kritische Drehzahlen linear-elastischer Stäbe mit Punktmassenbelegung	200
5.17.1	Zusammenhang der Biegeeigenfrequenzen mit den kritischen Drehzahlen	200
5.17.2	Kinematisches Verfahren	202
5.17.3	Verfahren der inneren Kraftgrößen	203
5.17.4	Verfahren der Übertragungsmatrizen	207
5.17.5	Näherungsformeln für Biegeeigenfrequenzen und kritische Drehzahlen von Stäben mit Punktmassenbelegung	210
5.18	Beispiele	214
5.18.1	Punktmasse mit zwei Freiheitsgraden	214
5.18.2	Drei Massen an drei Federn	217
5.18.3	Ebenes System mit vier Massen und fünf Federn	220
5.18.4	Räumliches System mit vier Massen und sechs Federn	220
5.18.5	Beiderseits freies Zweimassensystem	221
5.18.6	Beiderseits freie Dreimassenkette	221
5.18.7	Einseitig eingespannte Zweimassenkette	221
5.18.8	Beiderseits freie Kette aus vier Drehmassen	222
5.18.9	Homogene Drehschwingungskette mit sechs Drehmassen und einer Zusatzdrehmasse	222
5.18.10	Einseitig eingespannter Biegestab mit Punktmasse	223
5.18.11	Beiderseits drehbar gelagerter Biegestab mit Punktmasse	224
5.18.12	Beiderseits eingespannter Biegestab mit Punktmasse	225
5.18.13	Biegestab mit Punktmasse, an einem Ende verschieblich, am anderen Ende eingespannt	226
5.18.14	Biegestab mit zwei Punktmassen, beiderseits drehbar gelagert	227
5.18.15	Biegestab mit drei Punktmassen, beiderseits frei	228
5.18.16	Biegestab mit vier Punktmassen, beiderseits frei	229
6	Elastische Kontinua	230
6.1	Zug- und Torsionsstab mit kontinuierlicher Massenbelegung	230
6.2	Longitudinal- und Torsionswellen im homogenen Stab	232
6.3	Longitudinal- und Torsionsschwingungen des homogenen Stabes	233

6.4	Longitudinal- und Torsionsschwingungen des homogenen Stabes mit Zusatzmasse	235
6.5	Biegeschwingungen und kritische Drehzahlen von Stäben mit kontinuierlicher Massenbelegung	236
6.6	Räumliche Wellenbewegungen	238
6.6.1	Grundgleichungen der linearen Elastokinetik des räumlichen Kontinuums	238
6.6.2	Longitudinalwellen im linear-elastischen räumlichen Kontinuum	239
6.6.3	Transversalwellen im linear-elastischen räumlichen Kontinuum	240
6.6.4	Oberflächenwellen	240
6.7	Beispiele	241
6.7.1	Longitudinale Eigenschwingungen eines einseitig eingespannten Stabes mit konstanter Zugsteifigkeit und gleichmäßiger Massenbelegung	241
6.7.2	Torsionseigenschwingungen eines an einem Ende freien Stabes mit konstanter Torsionssteifigkeit und gleichmäßiger Drehmassenbelegung, sowie einer am anderen Ende über einen Zusatzstab angeschlossenen Zusatzdrehmasse	241
6.7.3	Beiderseits drehbar gelagerter Biegestab mit konstanter Biegesteifigkeit und gleichmäßiger Massenbelegung	242
6.7.4	Freier Biegestab mit konstanter Biegesteifigkeit und gleichmäßiger Massenbelegung	243
7	Der starre Körper	246
7.1	Kinematik des starren Körpers	246
7.2	Schwerpunkt, Impuls und Impulssatz	247
7.3	Drehimpuls und Tensor der Massenträgheitsmomente	248
7.4	Trägheitshauptachsen und Hauptträgheitsmomente	251
7.5	Drehimpulssatz	253
7.6	Kinetische Energie und Energiesatz	254
7.7	Kräfte freier Kreisel, Trägheits- und Drallellipsoid	256
7.8	Der kräftefreie symmetrische Kreisel	260
7.9	Der schwere symmetrische Kreisel	262
7.9.1	Reguläre Präzession	263
7.9.2	Allgemeine Bewegung des schweren symmetrischen Kreisels	265
7.10	Ebene Bewegung des starren Körpers	268
7.10.1	Ersatz eines in ebener Bewegung befindlichen starren Körpers durch ein Zweimassensystem	268
7.10.2	Physikalisches Pendel	270
7.10.3	Exzentrischer Stoß	272
7.10.3.1	Exzentrischer Stoß einer Punktmasse auf einen starren Körper mit fester Drehachse	272
7.10.3.2	Exzentrischer Stoß einer Punktmasse auf einen starren, in einer Ebene beweglichen Körper	273
7.10.4	Die optimale Pleuelstange	274
7.11	Beispiele	275
7.11.1	Kreiszylinder auf schiefer Ebene	275
7.11.2	Elektrolokomotive bei Kurvenfahrt	277
7.11.3	Auf einer Kreisbahn rollendes Rad mit geführter Achse . .	280
7.11.4	Rotierende Scheibe auf biegsamer Welle	281

7.11.5	Exzentrisch aufgehängter Stab	283
7.11.6	Exzentrisch aufgehängte Rechteckplatte	283
7.11.7	Stab mit Kreisscheibe	284
7.11.8	Stab mit Kugel	285
7.11.9	Physikalisches Doppelpendel	285
7.11.10	Doppelpendel aus zwei Stäben	286
Anhang		287
A 1	Einheiten der Technischen Mechanik	287
A 2	Einige Regeln für Matrizen, Determinanten und lineare Gleichungen	288
A 2.1	Matrizen	288
A 2.2	Determinanten	289
A 2.3	Lineare Gleichungen	291
Schrifttum		293
Sachverzeichnis		294